21-601MPF
no 11
ex.2

Agriculture Division

Division de l'agriculture

Statistics Canada
Statistique Canada

Canada

Statistique Canada
Division de l'agriculture

DOCUMENT DE TRAVAIL #11

L'estimateur par le quotient:

explication intuitive et utilisation
pour estimer les variables agricoles

STATISTICS CANADA STATISTIQUE CANADA
APR 30 1998
LIBRARY
BIBLIOTHÈQUE

François Maranda, Division des méthodes d'enquêtes-entreprises
Stuart Pursey, Division de l'agriculture
Statistique Canada
1992

N° de cat.: 21-6010MPF11200

L'analyse et l'interpretation des données sont la responsabilité de l'auteur et non celle de Statistique Canada.

© Ministre de l'Industrie, des Sciences et de la Technologie, Statistique Canada, 1992. Tous droits réservés. Il est interdit de reproduire ou de transmettre le contenu du présent document, sous quelque forme ou par quelque moyen que ce soit, enregistrement sur support magnétique, reproduction électronique, mécanique, photographique, ou autre, ou de l'emmagasiner dans un système de recouvrement.

LIBRARY

Table des matières

1 Introduction 1

2 Objectif de l'estimation 1

3 Échantillonnage et estimation 2
3.1 Échantillonnage aléatoire simple et estimateur simple 2
3.2 Échantillonnage aléatoire simple et estimateur par le quotient 3
3.3 Échantillonnage aléatoire simple stratifié et estimateur simple 5

4 Exemples 7
4.1 ABOTINAM - Estimateur simple 7
4.2 ATREBLA - Estimateur par le quotient 8
4.2.1 Utilisation d'un estimateur «non optimal» pour ATREBLA ... 9
4.2.2 Utilisation d'un estimateur «non optimal» pour ABOTINAM .. 9
4.3 NAWEHCTAKSAS - Estimateur simple stratifié 10

5 Échantillonnage aléatoire simple stratifié et estimateur par le quotient 11
5.1 Estimateur par le quotient séparé 11
5.2 Estimateur par le quotient combiné 13

6 Comparaisons: échantillonnage aléatoire simple stratifié et estimateur par le quotient 14

7 Base de sondage 15
7.1 Lacunes 15
7.2 Effets des lacunes sur l'estimateur par le quotient 18

8 Conclusions 18

1 Introduction

Au cours de l'exercice financier 1989-1990, le personnel de la Division des méthodes d'enquêtes-entreprises (DMEE) et celui de la Division de l'agriculture ont commencé à évaluer l'utilité de l'estimateur par le quotient pour mesurer les stocks de grains et la production d'oeufs.

Le présent article a pour objet de donner une explication intuitive de l'estimation par le quotient destinée à étayer l'analyse réalisée par la DMEE. Nous tenterons de répondre à des questions comme les suivantes: quelles sont les caractéristiques d'une population qui font qu'elle se prête bien, ou mal, à l'estimation par le quotient? Quels rapprochements peut-on faire et quels liens peut-on établir entre la stratification (comme technique d'échantillonnage) et l'estimation par le quotient (comme technique d'estimation)? Le fait que notre base de sondage ne soit plus aussi représentative de la population qu'elle l'était initialement a-t-il un effet sur l'efficacité de l'estimation par le quotient?

Après avoir illustré l'utilisation de l'estimateur par le quotient à l'aide d'exemples numériques (non statistiques), nous exposerons à la section 7 les principales conclusions qu'on peut tirer à l'égard de son utilité.

2 Objectif de l'estimation

Notre objectif consiste à estimer la superficie en blé au sein d'une population donnée. Vous trouverez ci-après un exposé de la notation et des formules utilisées dans le présent article.

	Valeurs réelles des paramètres de la population
Y =	la superficie totale en blé (inconnue)
X =	la superficie totale des terres (connue)
R =	Y/X = le rapport (inconnu) de la superficie totale en blé à la superficie totale des terres
N =	le nombre de fermes (connu)
	L'échantillon
i =	l'indice de la ferme
y_i =	la superficie en blé mesurée sur la ferme i
x_i =	la superficie totale mesurée des terres de la ferme i
n =	le nombre de fermes échantillonnées à partir de la liste d'échantillonnage (base de sondage)
	Estimateurs
$\hat{Y}$ =	l'estimateur simple de Y
$\hat{Y}_S$ =	l'estimateur simple stratifié de Y
$\hat{Y}_R$ =	l'estimateur par le quotient de Y (échantillonnage aléatoire simple)
$\hat{Y}_{RS}$ =	l'estimateur par le quotient séparé de Y (échantillonnage stratifié)
$\hat{Y}_{RC}$ =	l'estimateur par le quotient combiné de Y (échantillonnage stratifié)

Échantillonnage stratifié

L - le nombre de strates définies dans la base de sondage
h - l'indice de la strate
N_h - le nombre réel (connu) de fermes dans la strate h
n_h - le nombre de fermes échantillonnées dans la strate h

La moyenne de la population est

$$\bar{Y} = \sum_{i=1}^{N} y_i / N \ ,$$

le total de la population est

$$Y = \sum_{i=1}^{N} y_i \ ,$$

et la variance de la population est

$$S^2 = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{Y})^2 / (N-1) \ .$$

3 Échantillonnage et estimation

Nous avons choisi d'utiliser l'échantillonnage aléatoire simple pour prélever un échantillon probabiliste à partir d'une liste (parfaite).

3.1 Échantillonnage aléatoire simple et estimateur simple

En appliquant la technique de l'échantillonnage aléatoire simple, toutes les fermes ont les mêmes chances d'être choisies. L'estimateur simple de Y est défini par:

$$\hat{Y} = (N/n) \sum_{i=1}^{n} y_i \ .$$

Cet estimateur simple est sans biais (on considère qu'un estimateur est sans biais lorsque la valeur moyenne de l'estimation, calculée pour tous les échantillons possibles d'une taille donnée, est exactement égale à la valeur réelle du paramètre de la population) et sa variance d'échantillonnage est définie par :

$$V(\hat{Y}) = N^2 \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{S^2}{n} \ .$$

Cette formule permet d'obtenir la valeur réelle de la variance de $\hat{Y}$. Comme $\hat{Y}$ est sans biais, nous pouvons affirmer que l'estimateur simple est «efficace» lorsque sa variance est faible. En d'autres termes, l'estimateur sera d'autant plus «efficace» que sa variance sera faible. Or $V(\hat{Y})$ est faible lorsque son numérateur est petit ou que son dénominateur est grand.

Pour quel type de population $V(\hat{Y})$ est-il faible? Comme les y_i figurent dans le numérateur à l'intérieur de S^2, nous voulons que les quantités $(y_i-\overline{Y})^2$ sur lesquelles porte la sommation soient petites. Cette condition est satisfaite lorsque chaque $(y_i-\overline{Y})$ prend une valeur voisine de zéro. Si on résout l'équation $(y_i-\overline{Y})=0$ par rapport à y_i, on obtient $y_i=\overline{Y}$. En conséquence, S^2 sera petit si les y_i prennent toutes une valeur voisine de la moyenne de la population, $\overline{Y}$. Nous pouvons donc en conclure que l'estimateur simple est efficace lorsque les fermes formant la population possèdent des superficies en blé similaires. Cependent pour les fins d'une enquête réelle, il faudrait estimer $V(\hat{Y})$.

3.2 Échantillonnage aléatoire simple et estimateur par le quotient

Supposons maintenant que nous disposons de deux autres éléments d'information. Nous connaissons X, la superficie totale des terres de la province. Nous savons qu'il existe une relation entre la superficie des terres semées en blé sur la ferme, y_i, et la superficie totale des terres de la ferme, x_i. Enfin, nous connaissons ou sommes capables de mesurer x_i pour chaque ferme faisant partie de l'échantillon. Nous pouvons utiliser ces connaissances pour améliorer l'estimateur de la superficie en blé.

Dans le cas qui nous intéresse, nous supposons que la droite qui définit la relation entre y_i et x_i passe par l'origine. En supposant l'existence d'une relation mathématique (c.-à-d. un modèle mathématique) entre y_i et x_i, nous modifions l'objectif de l'estimation. Plutôt que de tenter d'estimer Y directement, nous estimons les paramètres du modèle choisi. Nous obtenons ainsi une estimation indirecte de Y à l'aide de calculs arithmétiques fondés sur les paramètres estimés du modèle choisi.

Il existe évidemment un nombre incalculable de modèles mathématiques susceptibles d'être choisis, mais nous devons choisir un modèle qui fournit une structure ou un cadre correspondant à la réalité. Lorsque la structure correspond «assez étroitement» à la réalité, nos estimations s'améliorent; dans le cas contraire, elles ne s'améliorent pas et peuvent même se révéler moins précises que si nous n'avions tenu aucun compte de l'aspect «structurel».

Pour les fins du présent rapport, nous avons choisi le modèle :

$$y_i = R x_i, \text{ où le paramètre } R \text{ doit être estimé.}$$

Une fois que nous avons estimé R, à l'aide de $\hat{R}$, nous pouvons calculer $\hat{Y}_r$ au moyen de la formule:

$$\hat{Y}_r = \hat{R} X, \text{ où } \hat{R} \text{ a été estimé et } X \text{ est connu.}$$

Dans le cas qui nous intéresse, y_i représente la superficie en blé et x_i la superficie totale des terres. En conséquence, R doit prendre une valeur quelconque entre 0 et 1 (inclusivement). Nous pouvons interpréter R comme le pourcentage de la superficie totale des terres représenté par la superficie totale en blé.

Si on calcule un estimateur de R, on obtient un résultat très simple, qui correspond au quotient de l'estimateur simple de Y par l'estimateur simple de X (comme nous l'avons vu à la section 3.1, sous la rubrique «Échantillonnage aléatoire simple et estimateur simple»). Ainsi, nous estimons Y et X à l'aide de:

$$\hat{Y} = (N/n)\sum_{i=1}^{n} y_i \ ,$$

$$\hat{X} = (N/n)\sum_{i=1}^{n} x_i \ ,$$

En conséquence, $\hat{R} = \hat{Y}/\hat{X} =$

$$= \frac{(N/n)\ \sum_{i=1}^{n} y_i}{(N/n)\ \sum_{i=1}^{n} x_i}$$

qu'on peut réduire à

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \ .$$

L'estimateur de R est donc égal au quotient de la superficie en blé par la superficie totale des terres (calculées pour les fermes faisant partie de l'échantillon). Encore une fois, il nous est possible d'interpréter cet estimateur comme un pourcentage. Il convient de noter que les facteurs de pondération s'annulent l'un l'autre et n'ont donc aucun effet sur l'estimation. Il s'ensuit qu'on obtient l'estimateur par le quotient de Y à l'aide de :

$\hat{Y}_R = \hat{R}X$, où X est connu.

On peut se demander jusqu'à quel point cet estimateur est efficace ou, ce qui revient au même, jusqu'à quel point le modèle est efficace. Nous devons déterminer le degré d'adéquation du modèle que nous avons choisi. Il nous est possible de le faire à l'aide des méthodes classiques d'analyse de régression. Dans le présent article, nous évaluons «l'efficacité» par rapport à la variance de $\hat{Y}_R$. Nous allons également examiner l'estimation par le quotient à la lumière des exemples artificiels de la section 4.

Statistiquement, l'estimateur par le quotient est un estimateur biaisé, bien que ce biais soit négligeable dans les échantillons de grande taille. (On se rappellera qu'on considère qu'un estimateur est sans biais lorsque la valeur moyenne de l'estimation, calculée pour tous les échantillons possibles d'une taille donnée, est exactement égale à la valeur réelle du paramètre de la population.)

La variance d'échantillonnage de cet estimateur est :

$$V(\hat{Y}_R) = N^2 \frac{\left(1-\frac{n}{N}\right)}{n} \frac{\left(\sum_{i=1}^{N}(y_i - Rx_i)^2\right)}{(N-1)} .$$

Pour quel type de population $V(\hat{Y}_R)$ est-il faible? Comme les y_i figurent dans le numérateur, nous voulons que les quantités $(y_i - Rx_i)^2$ sur lesquelles porte la sommation soient petites. Cette condition est satisfaite lorsque chaque $(y_i - Rx_i)$ prend une valeur voisine de zéro. Si on résout l'équation $(y_i - Rx_i) = 0$ par rapport à y_i/x_i, on obtient $y_i/x_i = R$. Or R est le rapport réel de la superficie totale en blé à la superficie totale des terres à l'intérieur de la population. En conséquence, nous voulons que le quotient $R_i = y_i/x_i$ relatif à chaque ferme soit égal à R. L'estimateur par le quotient est donc efficace lorsque le rapport est le même d'une ferme à l'autre.

3.3 Échantillonnage aléatoire simple stratifié et estimateur simple

Enfin, supposons que la superficie en blé est la même pour toutes les fermes appartenant à une strate, définie à l'aide d'une variable de stratification (comme la taille de la ferme). Supposons également que nous pouvons assigner chacune des fermes de la province (c.-à-d. de la base de sondage) à une strate et donc, compter avec précision le nombre de fermes, N_h, faisant partie de chaque strate.

La stratégie la plus évidente consiste à prélever un échantillon aléatoire simple distinct au sein de chaque strate. Cet estimateur suppose que chacune des strates constitue une «sous-population» distincte; ainsi, on calcule l'estimateur simple pour chaque strate, puis on additionne les résultats pour obtenir $\hat{Y}_S$. L'estimateur simple $\hat{Y}_h$ pour chacune des strates $h = 1, 2$, et 3 est défini par:

$$\hat{Y}_1 = (N_1/n_1)\sum_{i=1}^{n_1} y_{1i} ,$$

$$\hat{Y}_2 = (N_2/n_2)\sum_{i=1}^{n_2} y_{2i} ,$$

$$\hat{Y}_3 = (N_3/n_3)\sum_{i=1}^{n_3} y_{3i} .$$

En conséquence,

$$\hat{Y}_S = \sum_{h=1}^{L}\left((N_h/n_h)\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}\right) .$$

Il convient de noter que nous devons, pour chaque strate, connaître N_h et n_h, c'est-à-dire la taille de la population de la strate h et le nombre de fermes échantillonnées à partir de la strate h. Nous devons donc être capables d'assigner chacune des fermes faisant partie de la base de sondage à une strate.

Il est utile d'avoir recours à l'échantillonnage stratifié lorsqu'on sait que les fermes faisant partie d'une strate sont relativement homogènes, mais que les fermes appartenant à des strates différentes ne le sont pas. De fait, le plan d'échantillonnage assure qu'un échantillon est prélevé à l'intérieur de chaque strate.

Il est également utile de faire appel à un tel plan d'échantillonnage lorsque les données doivent être ventilées par strate, les strates étant définies par province, par genre de ferme, etc. En pareil cas, ce plan nous permet de prélever un échantillon dans chacune des strates étudiées.

La variance de cet estimateur est donnée par:

$$V(\hat{Y}_S) = \sum_{h=1}^{L} N_h^2 \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) \frac{S_h^2}{n_h} .$$

On notera que la variance $V(\hat{Y}_S)$ est fonction de S_h^2, les variances de chaque strate, et non pas de S^2, la variance de l'ensemble de la population.

Nous voulons que chaque S_h^2 soit petite. Si on applique le raisonnement utilisé pour l'estimateur simple, S_h^2 est petite lorsque les y_i sont similaires d'une ferme à l'autre à l'intérieur d'une même strate. Nous pouvons donc en conclure que l'estimateur simple stratifié est efficace lorsque les fermes faisant partie de chaque strate possèdent des superficies en blé similaires (il n'est pas nécessaire que les fermes appartenant à des strates différentes aient des y_i similaires). L'étude de l'estimateur simple stratifié et celle de l'estimateur simple nous permettent donc d'en arriver à des conclusions plus ou moins semblables, la seule différence tenant au fait que la première s'applique à l'échelle de la strate et la seconde à l'échelle de la population.

4 Exemples

Nous avons choisi des exemples qui illustrent les genres de populations qui se prêtent «le mieux» à l'utilisation des divers estimateurs. Chaque fois que nous choisissons un plan d'échantillonnage et un estimateur donnés, nous tentons de choisir ceux qui, dans un certain sens, sont «optimaux». Or le sens attribué à ce qualificatif varie en fonction d'un certain nombre d'éléments : le budget, les besoins des utilisateurs, la puissance de traitement de notre ordinateur, etc.

Nous devons également définir ce qu'on entend par «optimal» en fonction de certaines caractéristiques statistiques. Ainsi, nous pouvons exiger que l'estimateur soit sans biais, qu'il soit convergent, qu'il ait une variance minimale sous certaines conditions, etc.

Il n'est pas facile de définir ce «caractère optimal». Non seulement la théorie statistique mathématique peut-elle s'avérer subtile et confuse, mais les statisticiens eux-mêmes ne s'entendent pas toujours sur ce qui convient le mieux.

Pour les fins des présents exemples, nous considérons que l'estimateur «optimal» est l'estimateur pour lequel on obtient la plus petite erreur quadratique moyenne (EQM) pour tous les échantillons possibles d'une taille donnée. L'erreur quadratique correspond (à la différence entre l'estimation et la valeur réelle)^2 et l'EQM est la moyenne de toutes les erreurs quadratiques. Nous laissons au lecteur le soin de calculer l'EQM et donc de «démontrer» le bien-fondé de nos conclusions.

4.1 ABOTINAM - Estimateur simple

ABOTINAM: 12 fermes 27 acres en blé 64 acres de terre												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Blé	12	2	4	3	1	0	.5	1	.5	2	1	0
Terre	16	8	8	16	2	2	2	2	2	2	2	2
%blé	75%	25%	50%	19%	50%	0%	25%	50%	25%	100%	50%	0%

Aucune tendance ne semble se dégager des données relatives à ABOTINAM. En d'autres termes, nous ne pouvons utiliser aucun «renseignement supplémentaire» pour améliorer l'estimateur. Nous aurons donc recours à l'échantillonnage

aléatoire simple et à l'estimateur simple. Supposons que nous avons prélevé au hasard les fermes B, D et H. Selon la formule exposée à la sous-section 3.1, notre estimateur est défini par:

$$\hat{Y} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$= (12/3) * (2 + 3 + 1) = 24 \text{ acres.}$$

Cette estimation s'écarte de 3 acres de la valeur réelle.

4.2 ATREBLA - Estimateur par le quotient

ATREBLA 12 fermes 32 acres en blé 64 acres de terre												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Wheat	8	4	4	8	1	1	1	1	1	1	1	1
Land	16	8	8	16	2	2	2	2	2	2	2	2
% wht	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%

Dans ATREBLA, le pourcentage de la superficie totale des terres représenté par la superficie en blé est le même pour chaque ferme, soit de 50%. Nous savons également quelle est la superficie totale des terres de ATREBLA (64 acres). Ce type de population se prête très bien à l'utilisation de l'estimateur par le quotient. La variable auxiliaire, que nous sommes capables de mesurer pour chaque ferme échantillonnée, est celle de la superficie totale des terres, notée x_i.

Supposons de nouveau que nous avons prélevé au hasard les fermes B, D et H. Selon la sous-section 3.2, l'estimateur par le quotient est défini par:

$$\hat{Y}_R = \hat{R}X \text{ où } X \text{ est connu}$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{n} y_i \; / \; \sum_{i=1}^{n} x_i \right) X$$

$$= ((4 + 8 + 1) / (8 + 16 + 2)) * 64$$

$$= (13/26) * 64 = .5 * 64 = 32 \text{ acres.}$$

On notera que notre estimation est parfaitement exacte. De fait, quel que soit l'échantillon choisi, notre estimation sera toujours égale à 32 acres. Cette situation s'explique du fait que chaque ferme possède exactement le même pourcentage d'acres semé en blé (50%). On peut donc supposer que l'estimateur par le quotient sera d'autant plus efficace que le pourcentage

de la superficie totale des terres semé en blé sera homogène d'une ferme à l'autre de la population. De façon plus générale, on peut supposer que c'est dans le cas où il existe une forte corrélation entre y_i et x_i que l'estimateur par le quotient est le plus efficace.

Il est donc possible de juger de l'efficacité éventuelle de l'estimateur par le quotient en déterminant le degré d'homogénéité du rapport y_i/x_i à l'intérieur de la population. Pour ce faire, l'approche la plus «statistique» consiste à utiliser les outils de l'analyse de régression pour juger de l'adéquation du modèle choisi, en l'occurrence une «droite de régression passant par l'origine».

On peut se demander si l'estimateur par le quotient permet généralement d'obtenir de meilleures estimations que l'estimateur simple. Il semble que ce ne soit pas le cas. Il existe un seuil, déterminé en fonction de la valeur de la corrélation entre y_i et x_i ainsi que des coefficients de variation de y_i et x_i, où l'estimateur par le quotient et l'estimateur simple se valent. À partir de ce seuil, si la corrélation entre y_i et x_i s'atténue, il est préférable d'utiliser l'estimateur simple; si cette corrélation s'accentue, il vaut mieux utiliser l'estimateur par le quotient. Le lecteur se reportera aux pages 158 et 159 de l'ouvrage de référence pour obtenir une explication plus détaillée de cette question.

Dans le cas qui nous intéresse, nous pouvons analyser les données du Recensement de l'agriculture de 1986 afin de déterminer si la superficie en blé représente un pourcentage relativement constant de la superficie totale des terres d'une ferme à l'autre à l'intérieur d'une province. Par souci de rigueur, nous pouvons également étudier la population à l'aide de méthodes statistiques, puis choisir l'approche optimale.

4.2.1 Utilisation d'un estimateur «non optimal» pour ATREBLA

Supposons que nous ayons utilisé pour ATREBLA l'estimateur simple plutôt que l'estimateur par le quotient, en prélevant toujours les fermes B, D et H. Notre estimation serait alors égale à :

$$\bar{Y} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \, .$$

$$(12/3) * (4 + 8 + 1) = 52 \, .$$

Cette estimation est entachée d'une erreur de 52 - 32 = 20 acres. Si on applique l'estimateur simple et l'estimateur par le quotient à d'autres échantillons de 3 fermes, on constate que le second est plus efficace pour des populations semblables à celle de ATREBLA.

4.2.2 Utilisation d'un estimateur «non optimal» pour ABOTINAM

Supposons que nous n'ayons pas utilisé l'estimateur simple pour ABOTINAM, mais que nous ayons plutôt utilisé l'estimateur par le quotient, bien que rien ne démontre le bien-fondé de notre modèle de «droite de régression passant par l'origine». En supposant qu'on ait de nouveau prélevé les fermes B, D et H, l'estimateur par le quotient est :

$$\hat{Y}_r = \hat{R}X$$

$$= (2 + 3 + 1) / (8 + 16 + 2) * 64 = (6/26) * 64 = 14.77 \text{ acres.}$$

Cette estimation est entachée d'une erreur de 27 - 14.77 = 12.23 acres, qui est donc plus prononcée que l'erreur de 3 acres obtenue à l'aide de l'estimateur simple.

Bien sûr, il est toujours possible de prélever un échantillon chanceux et d'obtenir une bonne estimation en utilisant un estimateur inapproprié. Ainsi, ABOTINAM compte 27 acres semées en blé, ce qui représente 42% de la superficie totale des terres. Si on utilise l'estimateur par le quotient, un échantillon chanceux serait composé de fermes pour lesquelles le quotient de la superficie totale en blé par la superficie totale des terres est voisin de 42%. En pareil cas, nous obtiendrions par pure chance un $\hat{R}$ voisin de 42% et donc, une estimation de Y s'approchant de 27 acres.

4.3 NAWEHCTAKSAS - Estimateur simple stratifié

NAWEHCTAKSAS 12 fermes 36 acres en blé 68 acres de terre												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Blé	12	4	4	12	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5
Terre	16	8	10	20	2	2	2	1	2	2	1	2
% blé	75%	50%	40%	60%	25%	25%	25%	50%	25%	25%	50%	25%

Nous avons défini trois strates dans NAWEHCTAKSAS : les petites fermes de 1 ou 2 acres, les fermes moyennes de 8 à 10 acres et les grandes fermes de 16 à 20 acres. Les fermes faisant partie de chacune de ces strates possèdent des superficies en blé identiques. Nous devons donc tirer parti de ce fait et adopter un plan d'échantillonnage nous permettant d'obtenir un échantillon pour chaque strate. Nous prévoyons toujours prélever un échantillon global de 3 fermes, mais nous voulons nous assurer de prélever une ferme dans chacune des strates. Nous avons donc choisi de prélever un échantillon aléatoire simple de une ferme à l'intérieur de chaque strate. Supposons que, conformément à ce plan d'échantillonnage, nous prélevions au hasard les fermes B, D et H.

Calculons l'estimation simple pour chaque strate:

$$\hat{Y}_{s_1} = (8/1) * .5 = 4,$$

$$\hat{Y}_{s_2} = (2/1) * 12 = 24,$$

$$\hat{Y}_{s_3} = (2/1) * 4 = 8,$$

puis additionnons les résultats pour obtenir l'estimation simple stratifiée:

$$\bar{y}_{s_h} = \sum_{h=1}^{L}\left((N_h/n_h)\sum_{i=1}^{n_h} y_i\right)$$

$$= 4 + 24 + 8 = 36 \text{ acres.}$$

Comme, dans cette population, la superficie en blé est constante d'une ferme à l'autre à l'intérieur d'une strate, nous obtiendrons toujours une estimation parfaitement exacte, quelles que soient les fermes prélevées dans notre échantillon stratifié et quel que soit le degré d'hétérogénéité des fermes appartenant à différentes strates. Par ailleurs, on notera que les facteurs de pondération varient d'une strate à l'autre. Chaque fois qu'on utilise l'échantillonnage aléatoire simple, le facteur de pondération correspond au quotient du nombre de fermes que compte la population (ou la sous-population) par le nombre de fermes sélectionnées dans la population (ou la sous-population).

5 Échantillonnage aléatoire simple stratifié et estimateur par le quotient

La population de NAWEHCTAKSAS convenait parfaitement à l'utilisation d'un échantillonnage aléatoire simple stratifié parce que toutes les fermes appartenant à chaque strate affichaient une superficie en blé constante. Par ailleurs, on notera que le pourcentage de la superficie totale semé en blé (utilisé pour l'estimation par le quotient) n'était pas constant d'une ferme à l'autre, mais s'échelonnait d'un plancher de 25% à un plafond de 75%. L'estimateur par le quotient ne fonctionnerait pas très bien pour cette population. En fait, étant donné que les pourcentages varient considérablement, on peut supposer qu'il ne serait pas du tout efficace.

Cependant, on peut constater que le pourcentage étudié varie de 25% à 50% à l'intérieur de la strate des «petites fermes», de 40% à 50% à l'intérieur de la strate des «fermes moyennes», et de 60% à 75% à l'intérieur de la strate des «grandes fermes». Ce pourcentage est donc relativement constant à l'intérieur de chaque strate, bien qu'il varie considérablement d'une strate à l'autre. En pareil cas, il peut être utile d'employer un «estimateur par le quotient stratifié». (Bien sûr, dans ce cas-ci, nous avions conçu l'exemple de façon à ce que l'estimateur optimal soit l'estimateur simple stratifié.)

5.1 Estimateur par le quotient séparé

Supposons que nous avons la population suivante. Afin que celle-ci convienne parfaitement à l'utilisation d'un «estimateur par le quotient stratifié», nous avons modifié les données relatives aux fermes «A», «C», «D», «H» et «J». Les trois strates sont définies de la même façon : petites fermes comptant 1 ou 2 acres de terres, fermes moyennes comptant de 8 à 10 acres de terres et grandes fermes comptant de 16 à 20 acres de terres. Par ailleurs, la variable constante d'une ferme à l'autre à l'intérieur d'une strate n'est plus la superficie en blé, mais le pourcentage de la superficie totale des terres semé en blé. (La superficie totale en blé est maintenant de 40 acres, tandis que la superficie totale des terres est de 70 acres.)

12 fermes 40 acres en blé 70 acres de terre												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Blé	15	4	5	12	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5
Terre	20	8	10	16	2	2	2	2	2	2	2	2
% blé	75%	50%	50%	75%	25%	25%	25%	25%	25%	25%	25%	25%

Comme nous l'avions fait dans le cas de l'échantillon aléatoire simple stratifié décrit à la sous-section 5.3, nous prélevons un échantillon d'une ferme à l'intérieur de chaque strate. Cependant, nous utilisons à l'intérieur de chacune des strates l'estimateur par le quotient plutôt que l'estimateur simple. Comme les fermes B, D et H ont de nouveau été prélevées au hasard dans l'échantillon, nous obtenons :

$$\hat{Y}_{SR_1} = \hat{R}_1 X_1, \text{ où } X_1 \text{ est connu}$$

$$= (4/8) * 18 = 9 ,$$

$$\hat{Y}_{SR_2} = \hat{R}_2 X_2, \text{ où } X_2 \text{ est connu}$$

$$= (12/16) * 36 = 27 ,$$

$$\hat{Y}_{SR_3} = \hat{R}_3 X_3, \text{ où } X_3 \text{ est connu}$$

$$= (.5/2) * 16 = 4 .$$

En conséquence,

$$\hat{Y}_{RS} = \hat{Y}_{SR_1} + \hat{Y}_{SR_2} + \hat{Y}_{SR_3}$$

$$= 9 + 27 + 4 = 40 \text{ acres} .$$

Cet estimateur est appelé l'estimateur par le quotient séparé, probablement du fait qu'on calcule des estimations par le quotient distinctes pour chaque strate. C'est un estimateur efficace lorsqu'il existe une forte corrélation entre y_i et x_i à l'intérieur des strates, sans qu'il soit nécessaire qu'il existe une telle corrélation d'une strate à l'autre.

On notera que les facteurs de pondération n'ont aucun effet, puisqu'ils s'annulent du fait qu'ils apparaissent dans le numérateur et dans le dénominateur. On notera également qu'il est nécessaire de connaître la vraie valeur de X_1, X_2, et X_3, c'est-à-dire les valeurs réelles et connues de la superficie totale des terres à l'intérieur de chaque strate.

5.2 Estimateur par le quotient combiné

En pratique, il arrive souvent qu'on ignore la vraie valeur de la superficie totale des terres pour chaque strate. En pareil cas, nous utilisons l'estimateur par le quotient «combiné». L'application de cet estimateur consiste d'abord à calculer les estimations simples stratifiées $\hat{X}_s$ et $\hat{Y}_s$, puis l'estimation du rapport $\hat{Y}_s/\hat{X}_s$. Dans l'exemple qui nous intéresse, nous obtenons:

$$\hat{Y}_s = \hat{Y}_{s_1} + \hat{Y}_{s_2} + \hat{Y}_{s_3}$$

$$= (2/1) * 4 + (2/1) * 12 + (8/1) * .5$$

$$= 8 + 24 + 4 = 36 \text{ acres}$$

et

$$\hat{X}_s = \hat{X}_{s_1} + \hat{X}_{s_2} + \hat{X}_{s_3}$$

$$= (2/1) * 8 + (2/1) * 16 + (8/1) * 2$$

$$= 16 + 32 + 16 = 64 \text{ acres.}$$

L'estimateur par le quotient stratifié combiné est défini par:

$$\hat{Y}_{cR} = \hat{R}_{cs} X$$

$$= (36/64) * 70 = .56 * 70 = 39.20 \text{ acres.}$$

Cette estimation est entachée d'une erreur de 0.8 acres et constitue donc une estimation assez précise, compte tenu du fait que nous ignorons la vraie valeur de la superficie totale des terres par strate.

Il importe de reconnaitre qu'il faut utiliser l'estimateur par le quotient stratifié combiné lorsqu'on ne connait pas la valeur réelle de X_h pour chaque strate. En effet, ce dernier exige que l'on connaisse X, mais non X_h. Il convient également de noter qu'il faut utiliser les facteurs de pondération des strates dans la formule de l'estimateur par le quotient combiné.

(Cependant, il existe un plan d'échantillonnage stratifié pour lequel les facteurs de pondération s'annulent dans le numérateur et le dénominateur de l'estimateur de R. Ce plan, dit plan d'échantillonnage à «autopondération», consiste à prélever dans chaque strate une composante de l'échantillon global dont l'importance est proportionnelle à la taille de la sous-population, N_h.

Toutefois, ce type de plan est généralement inefficace pour les populations asymétriques, comme le sont souvent les populations étudiées dans le domaine de l'agriculture.)

6 Comparaisons: échantillonnage aléatoire simple stratifié et estimateur par le quotient

Il peut arriver à l'occasion qu'une population soit à la fois légèrement différente de ATREBLA (population convenant le mieux à l'estimation par le quotient) et légèrement différente de NAWEHCTAKSAS (population convenant le mieux à l'échantillonnage stratifié), et donc qu'elle ne se prête «parfaitement» à aucune des deux approches. Quelle technique doit-on utiliser en pareil cas? Cochran souligne (page 169 de l'ouvrage de référence) ce qui suit :

> «La stratification selon la taille de la ferme permet d'obtenir le même résultat général qu'une estimation par le quotient où on utilise la taille de la ferme comme dénominateur [x_i]. Les deux techniques permettent de réduire l'effet des variations de la taille des fermes sur l'erreur d'échantillonnage de l'estimation de la superficie moyenne semée en maïs par acre et par ferme.»

Selon Cochran, en pareil cas, on obtient le même résultat en adoptant un plan d'échantillonnage stratifié ou un estimateur par le quotient. Chaque fois qu'il est utile d'avoir recours à une variable auxiliaire (comme une variable de stratification ou une variable destinée à être utilisée dans l'estimateur par le quotient), nous avons donc le choix entre deux techniques : l'échantillonnage stratifié ou l'estimation par le quotient.

Laquelle des deux devons-vous utiliser? Vaut-il mieux aborder le problème sous l'angle de l'échantillonnage ou sous celui de l'estimation? Certains facteurs doivent être pris en considération.

Il est plus facile de tenir compte de l'emplacement géographique à l'aide du plan d'échantillonnage qu'à l'aide de la méthode d'estimation.

En outre, l'efficacité de l'estimateur par le quotient est fonction de la nature de la relation entre y_i et x_i. Nous supposons que la droite qui définit cette relation passe par l'origine. Cochran (page 169) souligne :

> «Lorsque la relation est complexe ou discontinue, il est possible que la stratification soit plus efficace; si le nombre de strates est suffisamment élevé, cette technique permettra d'éliminer les effets de presque toutes les relations susceptibles d'exister entre y_i et x_i.»

Par ailleurs, supposons qu'une variable étudiée (comme la superficie en blé) varie en fonction d'une certaine variable auxiliaire (comme la superficie totale des terres), et qu'une autre variable étudiée (comme le nombre de taureaux) varie en fonction d'une autre variable auxiliaire (comme le nombre total de têtes de bétail et de veaux). En pareil cas, il est peut-être préférable d'utiliser deux estimateurs par le quotient à l'intérieur d'un plan d'échantillonnage plutôt que de procéder à une stratification en fonction de la superficie totale des terres et en fonction du nombre total de têtes de bétail et de veaux.

Enfin, il est possible d'utiliser les deux approches simultanément en ayant recours à l'estimateur par le quotient combiné (voir sous-section 5.1).

7 Base de sondage

7.1 Lacunes

Jusqu'à maintenant, nous avons supposé que la base de sondage était parfaite. Examinons maintenant trois autres cas. Nous avons toujours pour objectif d'estimer Y, à partir des y_i faisant partie de l'échantillon, en utilisant un échantillon aléatoire simple et un estimateur simple.

1er cas: Certaines des fermes faisant partie de la population ne figurent pas dans la base de sondage.

Nous pouvons considérer que la population a été «fractionnée» en deux sous-populations : la sous-population A, composée des fermes faisant partie de la base de sondage, et la sous-population B, composée des fermes ne faisant pas partie de la base de sondage. Nous disposons d'un échantillon pour la sous-population A et sommes donc en mesure de produire une estimation. Toutefois, nous n'avons pas d'échantillon de la sous-population B et il nous est donc impossible de calculer une estimation.

En conséquence, l'estimation calculée pour l'ensemble de la population est biaisée par défaut, puisque nous voulons obtenir $\hat{Y}_{OFF} + \hat{Y}_{ON}$ et que nous calculons uniquement $\hat{Y}_{ON}$. Comme cette dernière estimation est sans biais (en utilisant l'échantillonnage aléatoire simple et l'estimateur simple), le biais de l'estimation globale est égal à $Y - Y_{ON} = Y_{OFF}$.

De plus, on notera que le plan d'échantillonnage tient compte uniquement des fermes de la sous-population A et non pas des fermes de la population A + B. Il est donc idéalement conçu pour l'estimation de $\hat{Y}_{ON}$.

2e cas: Certaines des fermes figurant dans la base de sondage ne font pas partie de la population.

Dans ce cas, nous pouvons considérer que la base de sondage s'est «fractionnée» en deux sous-groupes : le sous-groupe A, composé des fermes faisant partie de la population, et le sous-groupe B, composé des fermes ne faisant pas partie de la population. Comme la base de sondage comprend ces deux sous-groupes, elle n'est pas optimale.

En effet, il est impossible de recueillir des données à l'égard des fermes du sous-groupe B qui ont été sélectionnées dans l'échantillon. (Il faut espérer qu'on ne procédera pas à une imputation des «données manquantes», puisque ces données sont manquantes en raison de l'inexistence de l'unité de collecte.)

Le lecteur se rappellera (sous-section 3.1) que le calcul de l'estimateur simple s'effectuait à partir des variables N, n, et y_i. Dans ce cas-ci, nous souhaiterions faire porter nos calculs uniquement sur les y_i appartenant au sous-groupe A. Pour ce faire, il faudrait connaître N_a

et n_ϵ, où l'indice ϵ renvoie aux comptes basés sur les y_i appartenant au sous-groupe A. Comme nous ignorons la valeur de N_ϵ, nous sommes incapables de calculer l'estimateur simple.

Nous pouvons toutefois utiliser une autre méthode d'estimation qui consiste à poser $y_i = 0$ pour toutes les fermes du sous-groupe B sélectionnées dans l'échantillon et à laisser la valeur de y_i inchangée pour toutes les fermes du sous-groupe A sélectionnées dans l'échantillon.

Alors, l'estimateur de Y est défini par :

$$\hat{Y}_\epsilon = (N/n)\sum_{i=1}^{n} y_i$$

et la variance d'échantillonnage de Y_ϵ est définie par:

$$V(\hat{Y}_\epsilon) = N^2 \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{S^2}{n} .$$

Ces formules sont identiques à celles de la sous-section 3.1, où y_i a été modifié comme il est décrit ci-devant.

Cette approche correspond à l'approche adoptée par Cochran (pages 34 à 38) pour calculer des estimations relatives aux «domaines d'études». Comme l'explique Cochran, l'estimateur $\hat{Y}_\epsilon$ est non biaisé.

Si nous étions capables de déterminer le nombre de fermes qui ne devraient pas faire partie de la base de sondage, nous pourrions remplacer N et n par N_ϵ et n_ϵ. Cette substitution a pour avantage de réduire la variance d'échantillonnage de Y_ϵ. Cochran (page 38) démontre le gain d'efficacité qui en découle.

<u>3e cas</u>: Bien que la base de sondage soit supposée répertorier toutes les fermes faisant partie de la population - sans répétition ni omission -, elle n'est plus à jour. Au fil des ans, certaines fermes ont changé de strate et comme la base de sondage n'en a pas tenu compte, le plan de sondage n'est plus optimal.

D'ordinaire, pour les fins des enquêtes sur l'agriculture, les petites fermes sont groupées dans une strate avec un faible taux d'échantillonnage (et donc un facteur de pondération élevé), tandis que les grandes fermes sont groupées dans une strate avec un taux d'échantillonnage élevé (et donc un petit facteur de pondération).

Supposons qu'une ferme, initialement assez petite et classée à juste titre dans une strate avec un faible taux d'échantillonnage, soit devenue une grande ferme au fil des ans. Cette ferme sera toujours affectée de son facteur de pondération initial (qui est assez élevé) et nous devrons donc multiplier les données maintenant élevées de la ferme par un facteur de pondération déjà élevé. Souvent, ces fermes sont répertoriées sur la liste des «principaux contributeurs à l'estimation» et nous sommes tentés de réduire artificiellement la valeur des données de le fermes ou celle de son facteur de pondération.

Une telle mesure est-elle justifiée? Cette ferme, qui est passée dans une nouvelle strate, se représente et représente un certain nombre de fermes de la population ne faisant pas partie de l'échantillon. Si son facteur de pondération est égal à 200 (pour un taux d'échantillonnage de 1/200), elle doit représenter 200 fermes de la population. Supposons que la strate dont elle faisait initialement partie comprenait 30,000 fermes et que 8,000 de ces fermes se sont agrandies et sont passées dans une nouvelle strate. L'application d'un taux d'échantillonnage de 1/200 devrait nous permettre de sélectionner 40 de ces 8,000 fermes dans notre échantillon. Ces 40 fermes se représentent et représentent les autres 7,960 fermes non sélectionnées dans la population de fermes qui se sont agrandies et sont passées à une nouvelle strate. En conséquence, il n'est pas approprié de réduire, ni de modifier, les chiffres ou les facteurs de pondération. Si nous le faisions, ces fermes ne seraient plus représentatives des autres 7,960 fermes et l'estimation s'en trouverait biaisée à la baisse. Cependant, bien que ce plan d'échantillonnage avec ses facteurs de pondération initiaux soit toujours sans biais, il n'est plus optimal. Il serait préférable de le modifier afin de prendre les nouveaux renseignements en considération et de prélever un nouvel échantillon distinct.

Existe-t-il des situations où il est préférable de modifier les chiffres recueillis ou les facteurs de pondération? Nous choisissons toujours un taux d'échantillonnage assez élevé pour permettre l'obtention d'estimations «relativement précises». Supposons que, dans l'exemple ci-devant, seulement 5 fermes (plutôt que 8,000) se sont agrandies pour passer dans une nouvelle strate. Nous nous retrouvons alors avec un taux d'échantillonnage de 1/200 pour calculer une estimation relative à cette petite sous-population de cinq fermes. Ce taux est beaucoup trop faible. Nous pourrions avoir la «malchance» de prélever une de ces fermes dans l'échantillon et d'utiliser le facteur de pondération de 200 y afférent, puisque le plan d'échantillonnage tient pour acquis qu'il existe dans la population 199 autres fermes ayant passé à une strate plus élevée, alors qu'il n'en existe que quatre en réalité. En pareil cas, il vaut mieux intervenir et demander aux spécialistes concernés de corriger l'estimation.

Enfin, il est possible qu'on doive faire face simultanément à deux de ces cas ou même aux trois.

7.2 Effets des lacunes sur l'estimateur par le quotient

Lorsqu'on utilise l'échantillonnage aléatoire simple, les facteurs de pondération n'ont aucun effet sur le calcul de l'estimateur par le quotient. Si les erreurs entachant la liste (fermes manquantes et renseignements incorrects) ne sont pas liées au «pourcentage de la superficie totale des terres de la ferme semé en blé», on peut affirmer que l'estimateur par le quotient est résistant aux problèmes relatifs à la liste. Dans un tel cas, la variable X est très utile puisqu'elle constitue, dans un certain sens, un total de contrôle, c'est-à-dire qu'elle nous aide à maintenir l'estimation du total à l'intérieur des limites de vraisemblance malgré les difficultés afférentes à la base de sondage. Toutefois, il est essentiel que la population se prête à l'utilisation de l'estimateur par le quotient pour que nous puissions tirer parti de cette robustesse.

La plupart du temps, il n'est pas souhaitable d'utiliser l'échantillonnage aléatoire simple. Pour diverses raisons, nous devons plutôt stratifier l'échantillon. Souvent, les données doivent être publiées par régions géographiques et nous devons stratifier l'échantillon en conséquence. De même, il est quelquefois risqué de supposer que la droite définissant la relation passe par l'origine. En pareil cas, nous choisissons d'ordinaire d'avoir recours à la stratification (c'est-à-dire que nous tentons de déceler des facteurs d'homogénéité à l'intérieur des strates) plutôt que de supposer l'existence d'une relation mathématique spécifique.

Malgré tout, il vaut le coup d'étudier la population afin de déterminer s'il est possible de tirer des avantages appréciables de l'utilisation d'un estimateur comme l'estimateur par le quotient. L'expérience a démontré, au cours de nombreuses années et pour de nombreuses populations, que l'estimateur par le quotient était souvent l'estimateur approprié. Récemment, le personnel de la DMEE a élaboré un estimateur par le quotient pour estimer les chiffres relatifs à la production d'oeufs. En outre, la DMEE étudie actuellement la possibilité d'utiliser l'estimateur par le quotient pour estimer les stocks de grains et les résultats préliminaires obtenus se sont révélés prometteurs.

8 Conclusions

1. Lorsqu'effectuée correctement, la stratification nous permet d'atteindre essentiellement le même objectif que l'estimateur par le quotient, et vice versa.

   Le choix de la technique appropriée repose sur un certain nombre de facteurs, notamment : les caractéristiques de la population étudiée ainsi que le ratio avantages-coûts relatif à la mise en oeuvre et au maintien des plans d'échantillonnage et des techniques d'estimation.

   La stratification est souvent utilisée comme outil universel efficace dans le cadre des enquêtes à objectifs multiples. L'estimateur par le quotient constitue un outil plus spécialisé, qui est surtout utile lorsqu'il existe une forte corrélation linéaire entre y_i et x_i et que le total X est connu.

2. Il est parfois utile d'utiliser de concert la stratification (dans le plan d'échantillonnage) et l'estimateur par le quotient (dans la technique d'estimation). En pareil cas, l'estimateur par le quotient peut permettre d'améliorer les résultats obtenus grâce à la stratification.

3. Il est rarement recommandable d'utiliser un échantillonnage aléatoire simple pour les enquêtes réalisées par Statistique Canada. Dans le domaine de l'agriculture, nous procédons d'ordinaire à une stratification de la population afin de permettre l'établissement d'estimations ventilées selon la région géographique et le genre de produits agricoles.

4. Il est essentiel de disposer d'une base de sondage de haute qualité pour obtenir une stratification efficace et précise. Il est donc nécessaire d'affecter des ressources adéquates à l'élaboration et au maintien de la base.

5. Lorsqu'on utilise un échantillonnage aléatoire simple non stratifié, les facteurs de pondération n'ont aucun effet sur le calcul de l'estimation par le quotient. On peut donc affirmer que, sous ces conditions, l'estimateur par le quotient est résistant à certains problèmes relatifs aux lacunes de la base de sondage - à savoir les problèmes ayant un effet sur la qualité des facteurs de pondération, comme le rétrécissement de la base. Cependant, même alors, il faut que nous connaissions X (ou que nous en possédions au moins une bonne estimation) et qu'il existe une corrélation linéaire «assez forte» entre y_i et x_i.

BIBLIOGRAPHIE

Cochran, William G.;(1977); Sampling Techniques, 3rd Edition; John Wiley & Sons

Statistique Canada

Documents de travail de l'agriculture

Numéro d'enregistrement	*Titre du document de travail de l'agriculture (Numéro de produit 21-601OMPF)*	*Prix*
01000	Stuart Pursey, Description de la méthode Theil de prévision de l'erreur quadratique moyenne pour la statistique agricole	$5.00
03000	Bernard Roslan et Elizabeth Leckie, Examen du projet de l'estimation du bétail et recommandation de mesures à prendre	$5.00
04000	Glenn Lennox Le secteur canadien des oléagineux: vue d'ensemble	$5.00
05000	Lambert Gauthier, Analyse préliminaire de la contribution des paiements directs du gouvernement dans le revenu net agricole réalisé	$5.00
06000	Jean B. Down, Les caractéristiques des exploitants entrant en agriculture et leurs entreprises au sud de l'Ontario pour la période 1966 à 1976 (1984)	$5.00
07000	Allister Hickson, Sommaire des programmes d'aide à la production agricole aux États-Unis (1984)	$5.00
08000	Les Macartney, Intensité de la pratique de la jachère dans les Prairies: Une analyse des données du recensement de 1981 (1984)	$5.00
09000	Mike Shumsky, Evolution de la structure du secteur porcin au Canada (1985)	$5.00
10000	Mike Trant, Révisions au traitement de loyers de maisons imputés dans les comptes de fermes canadiennes, 1926-1979 (1986)	$10.00
11200	François Maranda et Stuart Pursey, L'estimateur par le quotient: explication intuitive et utilisation pour estimer les variables agricoles (1992)	$10.00
12100	Rick Burroughs, L'effet de la distorsion géographique causée par la regle de l'emplacement (1991)	$5.00
13100	Stuart Pursey, La qualité des données agricoles: forces et faiblesses (1991)	$5.00
14200	A.M. Fuller, Derek Cook et John Fitzsimons, Autres cadres d'examen des données rurales (1992)	$10.00
15300	Brian Biggs, Ray Bollman et Michael McNamee Tendances et caractéristiques relatives aux régions rurales et aux petites villes du Canada (1993)	$10.00
16200	Philip Ehrensaft et Ray Bollman La microdynamique et l'organisation économique de la famille agricole dans le changement structurel en agriculture	$10.00
17100	Section du bétail et des produits d'origine animal Consommation de céréales et de graines oléagineuses par le bétail et la volaille Canada et Provinces, 1992	$50.00
18000	Ray Bollman, Leslie A. Whitener, Fu Lai Tung Changements structurels dans le domaine agricole - Étude comparative des tendances et des modèles observés au Canada et aux	$5.00
19000	Sayyed Rizvi, David Culver, Patti Negrave et Lina DiPietro Revenu total de la famille agricole selon le type d'exploitation et la taille de celle-ci, et selon la région, en 1991	$10.00
20000	George McLaughlin L'adaptation dans le secteur agricole au Canada	$10.00
21000	Fred Gale et Stuart Pursey Microdynamique de la croissance et de la décroissance des exploitations agricoles: une comparaison Canada - États-Unis	$5.00
22000	Leonard Apedaile, Charles Barnard, Ray Bollman et Blaine Collins	$5.00
23000	Glenn Zepp, Charles Plummer et Barbara McLaughlin Secteur de la pomme de terre : comparaison entre le Canada et les États-Unis	$5.00
24000	Victor J. Oliveira, Leslie A. Whitener et Ray Bollman	$5.00
25000	Karen Gray Méthodes statistiques de la sous-section de la commercialisation des céréales, document de travail, version 2	$10.00
26000	W. Steven Danford	$5.00
27000	Brian Biggs La mesure de l'emploi touristique dans les régions rurales	$5.00

Statistique Canada

Documents de travail de l'agriculture

POSTEZ À:

Veuillez expédier à: (Lettres moulées, s.v.p.)

Organisme: _____

Division: _____

Attention: _____

Adresse: _____

Ville: _____

Province: _____ Code Postal: _____

Téléphone: _____ Télécopieur: _____

MODALITÉS DE PAIEMENT

☐ Ma remise payable au Receveur général du Canada est annexée.

☐ Portez à mon compte Master Card

☐ Portez à mon compte Visa

N° de compte _____

Date d'expiration _____

Nom du détenteur de la carte (lettres moulées s.v.p.) _____

_____

Signature _____

Numéro d'enregistrement	*Titre du document de travail de l'agriculture (Numéro de produit 21-601MPF)*	*Prix*	*Quantité*	*Total $*
17100	Section du bétail et des produits d'origine animal Consommation de céréales et de graines oléagineuses par le bétail et la volaille Canada et Provinces, 1992	$50.00		
18000	Ray Bollman, Leslie A. Whitener, Fu Lai Tung Changements structurels dans le domaine agricole - Étude comparative des tendances et des modèles observés au Canada et aux États-Unis	$5.00		
19000	Sayed Rizvi, David Culver, Patti Negrave et Lina DiPietro Revenu total de la famille agricole selon le type d'exploitation et la taille de celle-ci, et selon la région, en 1991	$10.00		
20000	George McLaughlin L'adaptation dans le secteur agricole au Canada	$5.00		
21000	Fred Gale et Stuart Pursey Microdynamique de la croissance et de la décroissance des exploitations agricoles: une comparaison Canada - États-Unis	$5.00		
22000	Leonard Apedaile, Charles Barnard, Ray Bollman et Blaine Calkins	$5.00		
23000	Glenn Zepp, Charles Plummer et Barbara McLaughlin Secteur de la pomme de terre : comparaison entre le Canada et les États-Unis	$5.00		
24000	Victor J. Oliveira, Leslie A. Whitener et Ray Bollman	$5.00		
25000	Karen Gray Méthodes statistiques de la sous-section de la commercialisation des céréales, document de travail, version 2	$10.00		
26000	W. Steven Danford	$10.00		
27000	Brian Biggs La mesure de l'emploi touristique dans les régions rurales	$5.00		
			Total	
			TPS (7 %)	
			TOTAL GÉNÉRAL	

Statistique Canada Statistics Canada

Canada

STATISTICS CANADA LIBRARY
STATISTICS CANADA LIBRARY
1010260754