Commentaires

Mark Flood

Fung et Remolona ont entrepris de cerner les attentes du marché en matière d'inflation et de taux de rendement réels au Canada et aux États-Unis au moyen du modèle d'équilibre de la structure des taux d'intérêt proposé par Longstaff et Schwartz (1992), mais étendu ici à deux pays. Leur étude s'inscrit dans un programme de recherche plus vaste qui vise à établir des liens empiriques entre la structure des modèles de ce type et les données macroéconomiques fondamentales dans les deux pays en question. Si les auteurs parviennent à mesurer avec exactitude l'inflation attendue et les taux d'intérêt réels *ex ante* à partir de la structure par échéance des taux de rendement, l'utilité de leur propos deviendra évidente pour la conduite de la politique monétaire. Je dois féliciter les organisateurs du colloque et les auteurs de l'étude d'avoir choisi un sujet qui vient à point nommé — et même auquel il était grand temps qu'on s'intéresse.

Les demandes exprimées par les destinataires de l'information sur les marchés financiers ont amené chercheurs et praticiens à acquérir une connaissance intime des propriétés empiriques et de l'évolution de la structure des taux d'intérêt. Les subtilités que présente cette évolution se révèlent bien souvent dans les prix des produits dérivés puisque, à la différence des obligations ordinaires, les produits dérivés de taux d'intérêt peuvent être sensibles à des aspects très particuliers de la structure des taux.

Une bonne partie de cette information n'a pas retenu l'attention des macroéconomistes de manière générale, ni du personnel des banques centrales de façon plus précise. Cela fait assez longtemps que je suis dans le métier pour pouvoir vous conter une anecdote qui éclaire de façon intéressante l'évolution de la profession. Lorsque je suis sorti de l'université

en 1990 après avoir obtenu un doctorat en finance, mon premier poste à plein temps a été à la Banque fédérale de réserve de Saint Louis, où je me suis retrouvé entouré d'économistes. On m'a bien précisé que je devais travailler dans le domaine de la finance, où le département de recherche souhaitait s'adjoindre des compétences. J'ai naturellement trouvé cette affectation intéressante, puisque la finance était mon domaine d'études. Ou du moins, cela m'a semblé intéressant jusqu'à ce que je découvre que cela se résumait à placer le ratio *q* de Tobin du côté droit des équations de régression de la demande de monnaie. Un véritable fossé séparait les spécialistes de la macroéconomie de ceux de la finance dans le monde universitaire.

Fung et Remolona s'efforcent de combiner un modèle d'équilibre de la structure des taux d'intérêt à certaines données macroéconomiques fondamentales. Les modèles de ce type s'inscrivent manifestement dans la tradition de la théorie financière, puisqu'ils reposent généralement sur l'hypothèse que tous les taux d'intérêt obéissent à un processus stochastique exogène. Ils constituent en ce sens des modèles d'équilibre partiel. Leur but fondamental est de formaliser et de paramétrer les faits empiriques complexes qui caractérisent l'évolution de la structure des taux d'intérêt. La macroéconomie, par contre, s'intéresse généralement à des situations d'équilibre général, c'est-à-dire des situations où les taux d'intérêt sont tout *à la fois* la cause et l'effet de l'activité réelle et financière. Bien entendu, cette approche va un peu plus loin, puisqu'elle considère comme exogènes des éléments fondamentaux tels que les préférences, la répartition initiale de la richesse et les règles d'apprentissage.

Les auteurs de l'étude se proposent donc de réduire le fossé qui sépare la macroéconomie traditionnelle des modèles d'équilibre de la structure des taux. Pour cela, ils associent les facteurs abstraits du modèle à des variables macroéconomiques concrètes, à savoir les taux de rendement réels et l'inflation attendue. La formulation et l'identification du modèle tel qu'il est estimé par les auteurs souffrent, en fin de compte, de quelques défauts notables, auxquels nous consacrerons la majeure partie de ces commentaires, mais il reste que leur démarche fondamentale présente, je crois, beaucoup d'intérêt et doit être vivement encouragée. Il ne faudrait pas que les problèmes de spécification qu'on peut déceler dans l'étude occultent le progrès que constitue l'approche générale adoptée par les auteurs.

La modélisation de la structure des taux d'intérêt et le problème de spécification

Le modèle repose fondamentalement sur l'hypothèse que les prix des titres — la source d'information à filtrer ici — sont déterminés par un

facteur d'actualisation stochastique. D'après cette relation, le prix P_{nt} d'une obligation à n périodes à la période t est la valeur actualisée attendue du prix prévu dans une période :

$$P_{nt} = E_t[P_{n-1,t+1}M_{t+1}], \tag{1}$$

où M_{t+1} est le facteur d'actualisation stochastique. Dans le cas des titres à revenu fixe comme les obligations coupon zéro, on connaît la valeur à l'échéance, $P_{0,\,t+n}$. Il est possible, à partir de cette valeur, d'effectuer des calculs récursifs de telle sorte que la question de l'évolution stochastique de la structure par échéance des taux de rendement coupon zéro se ramène, en fin de compte, à l'évolution du facteur d'actualisation stochastique (un calcul plus complet figure au chapitre 11 de Campbell, Lo et MacKinlay, 1997).

Pour développer ce raisonnement dans un cadre simple, considérons un espace d'états fini et un problème de prévision à horizon d'une période en définissant l'espérance $E_t(\bullet)$ sur les états S sous la forme :

$$P_{nt} = \sum_{s=1}^{s} [Prob(s))P_{n-1,t+1,s}M_{t+1,s}]. \tag{2}$$

Il est à noter que le prix futur de l'obligation et le facteur d'actualisation peuvent tous deux dépendre de l'état particulier obtenu. Le facteur d'actualisation est donc exprimé sous forme vectorielle $(M_{t+1,1}, M_{t+1,2}, \ldots, M_{t+1,s})$. Le même facteur d'actualisation devrait s'appliquer à tous les titres, sauf si un arbitrage est possible. Il reste que, peu importe le nombre total de titres, le nombre total d'états dans un marché financier plausible est beaucoup plus élevé. Cela étant, il existe un grand nombre de facteurs d'actualisation M_{t+1} qui satisfont à l'équation précédente. Pour des raisons de maniabilité, les auteurs choisissent un processus stochastique paramétrique — un modèle « à rendement affine » de la structure des taux d'intérêt — pour décrire l'évolution de M_{t+1}.

Dans ce contexte, le principal problème de spécification peut être formulé comme suit : comment invalider un nombre suffisant de facteurs d'actualisation stochastiques pour dégager un modèle de facteur d'actualisation stochastique qui soit au moins à peu près correct ou qui le soit dans la plupart des cas? Un large éventail de processus possibles ont été proposés, par exemple les modèles de Vasicek (1977), de Cox, Ingersoll et Ross (1985) et de Longstaff et Schwartz (1992).

Un premier critère permettant de restreindre le champ des possibilités a déjà été mentionné : la maniabilité du modèle. Fung et Remolona considèrent un modèle à rendement affine de forme fermée, qui est essentiellement celui de Longstaff et Schwartz (1992). Les modèles à

rendement affine sont maniables parce que les logarithmes des variables d'état sous-jacentes sont linéaires. Le modèle de Longstaff et Schwartz présente deux variables de ce genre (notées dans l'étude x_1 et x_2 pour les États-Unis et x_1* et x_2 pour le Canada).

Une deuxième méthode consiste à user de son bon sens. C'est-à-dire que l'on considère que M_{t+1} est stochastique et, donc, évolue de manière aléatoire, mais qu'il doit le faire de manière stable et sensée. Par exemple, le modèle de Vasicek permet aux taux d'intérêt nominaux de devenir négatifs, propriété souvent considérée comme indésirable. Le modèle utilisé par les auteurs satisfait à la plupart des règles empiriques de ce genre; en particulier, il évite d'avoir des taux négatifs et présente une souplesse suffisante pour produire la plupart des types généraux de courbe de taux observés (bosse, courbe inversée ou bosse inversée).

Les praticiens du marché financier, qui doivent établir le prix des produits dérivés de taux d'intérêt, appliquent généralement une troisième condition pour choisir un modèle de structure des taux : l'absence de possibilités d'arbitrage. (À noter que cette condition diffère de la condition de non-arbitrage à laquelle Fung et Remolona font allusion à la sous-section 1.1.1 de leur étude, puisqu'ils veulent parler simplement de l'exigence théorique voulant qu'un même facteur d'actualisation stochastique s'applique à tous les titres.) Pour les praticiens, un modèle de non-arbitrage est un modèle qui permet d'établir correctement le prix des obligations existant sur le marché. C'est-à-dire que le modèle doit pouvoir non seulement reproduire la forme *générale* de la structure actuelle des taux d'intérêt (bosse ou courbe inversée), mais encore la reproduire de façon exacte. Cette logique a été étendue à l'établissement du prix exact de la structure par échéance des volatilités. Les modèles à forme fermée, s'ils sont maniables, n'offrent pas une souplesse suffisante pour reproduire de façon exacte les structures effectivement observées.

Il existe une correspondance commode et bien connue entre le nombre de facteurs sous-jacents dans un modèle à forme fermée et le nombre d'obligations coupon zéro dont celui-ci permet d'établir le prix de façon exacte. Ainsi, le modèle de Longstaff et Schwartz, avec ses deux facteurs, ne permet généralement de déterminer de façon exacte que deux des points situés sur la courbe de rendement; il ne peut déterminer le reste de la courbe que de manière approximative. Nous savons donc qu'il existe nécessairement dans le modèle à estimer une erreur de spécification. La question est donc de savoir si cette erreur de spécification est suffisamment importante pour être préoccupante lorsqu'on estime le modèle par rapport aux données. Comme nous le verrons plus loin, il y a lieu de croire que cette erreur de spécification est effectivement importante.

Questions empiriques de spécification et d'identification

Les résultats empiriques obtenus par les auteurs posent divers problèmes (non insurmontables). Je crois qu'il y a lieu d'être méfiant à l'égard de la spécification empirique retenue. La plupart de mes réserves sont liées à la spécification statistique du modèle et à l'identification des variables macroéconomiques.

La méthode que les auteurs utilisent est la suivante, dans ses grandes lignes. Ils commencent par formuler des équations de différence de type stochastique pour représenter l'évolution des facteurs d'actualisation au Canada et aux États-Unis. Ils choisissent en particulier une variante en temps discret du modèle à deux facteurs de Longstaff et Schwartz (1992). Ils entreprennent ensuite de résoudre l'équation de différence et de réagencer la solution pour obtenir une courbe de rendement paramétrée, qui est estimée à la fois pour les États-Unis et pour le Canada. L'un des facteurs sous-jacents, x_2, est commun aux deux pays par hypothèse; il s'agit pour les auteurs du taux d'intérêt réel *ex ante*. Enfin, ces derniers décomposent les taux de rendement, grâce à la structure du modèle estimé, en quatre éléments (le taux réel *ex ante*, l'inflation attendue, une prime de risque d'inflation et une prime de risque réel), dont les propriétés sont étudiées dans une série de graphiques.

La limite du modèle de Longstaff et Schwartz — à savoir qu'il ne permet d'établir de manière exacte que le prix de deux obligations, les autres portions de la structure des taux devant être établies de manière approximative — revêt une portée pratique. À cet égard, il convient de souligner (comme le relèvent les auteurs) que Gong et Remolona (1997) ont besoin d'un troisième facteur pour retracer de façon exacte les courbes de rendement et de volatilité aux États-Unis. Fung et Remolona utilisent uniquement la portion de la courbe de rendement qui va de deux à dix ans, justement en raison de la piètre adéquation du modèle à deux facteurs de Longstaff et Schwartz aux deux extrémités de la courbe. Sur le plan économétrique, cette méthode produit des valeurs estimées des paramètres qui sont biaisées à cause d'un problème d'omission de variables, la solution retenue étant de restreindre l'échantillon étudié. Faute d'un autre diagnostic — qui pourrait peut-être comprendre une comparaison avec un modèle à trois facteurs —, il est difficile d'évaluer l'ampleur de ce biais.

Sur la portion de deux à dix ans que les auteurs retiennent, ces derniers estiment une fonction spline cubique pour obtenir la totalité de la courbe de rendement coupon zéro. Ils se limitent aux titres n'appartenant pas aux émissions phares afin d'éviter les erreurs de mesure découlant des primes de liquidité différentes selon les obligations. Étant donné que je ne me serais pas attendu a priori à ce que les titres du Trésor donnent lieu à

d'importantes primes de liquidité, cela pique ma curiosité. Quelle est l'ampleur de ces primes de liquidité? Dans quelle mesure résout-on le problème en se limitant aux titres du Trésor moins liquides? Il devrait être facile de répondre aux deux questions en comparant les fonctions splines cubiques avec et sans la contrainte d'exclusion des émissions phares.

Les auteurs distinguent dans l'échantillon deux sous-périodes, allant de 1984 à 1991 et de 1991 à 1997, ce qui revient à admettre l'existence de paramètres variables dans le temps. De fait, certaines des valeurs estimées présentées au Tableau 3, notamment μ_1 dans le modèle à trois risques et $\mu_1{}^*$ dans le modèle à quatre risques, sont bien différentes d'un sous-échantillon à l'autre. La raison avancée par les auteurs pour justifier la division de l'échantillon au mois de février 1991 est l'annonce des cibles de réduction de l'inflation au Canada. Cependant, ce point de rupture coïncide de façon très approximative avec plusieurs autres facteurs importants susceptibles d'avoir brouillé les cartes, par exemple l'accentuation prononcée de la portion à court terme de la pente de la courbe de rendement aux États-Unis au début des années 90 et le début de la présidence de Clinton. Il est impossible, en fin de compte, de déterminer la cause du changement des paramètres. Par ailleurs, il est permis de se demander si le mois de février 1991 est le seul point de rupture approprié pour rendre compte de ces changements. L'équation (26) de l'étude repose sur l'hypothèse que les termes d'erreur de la régression, v_{it}, sont de moyenne zéro et de variance constante. On en saurait peut-être davantage sur l'existence d'une variation dans le temps des paramètres de l'équation estimée en examinant les résidus de l'équation (26) afin de vérifier si l'hypothèse de bruit blanc est bel et bien valable.

Une autre indication de la sensibilité du modèle à la spécification nous est fournie par la comparaison des résultats produits par les modèles à trois risques et à quatre risques. Dans le modèle à trois risques, la pondération de x_2 est la même au Canada et aux États-Unis bien qu'il n'y ait aucune raison a priori pour que cette restriction se vérifie. L'estimation des deux modèles produit des résultats nettement différents. Aux Figures 2a et 2b, par exemple, l'inflation attendue est d'à peu près 2 % sur la majeure partie de la période considérée selon le modèle à trois risques, tandis qu'elle est inférieure à 1 % selon le modèle à quatre risques. Sur le plan pratique, c'est-à-dire pour la conduite de la politique monétaire, une différence de plus de 100 points de base de l'inflation attendue est loin d'être négligeable.

Ma dernière remarque, et peut-être la plus importante, porte sur l'interprétation qui est donnée des facteurs $x_1, x_2,\ et\ x_1{}^*$. Le modèle repose sur l'absence de corrélation entre les attentes d'inflation et le taux d'intérêt réel. Cette hypothèse semble de prime abord peu judicieuse, car elle est contraire à une bonne partie de la littérature empirique. Cette espèce

de neutralité de la monnaie n'est pas requise non plus généralement par les modèles d'équilibre de la structure des taux d'intérêt; Pennacchi (1991) et Sun (1992), par exemple, modélisent les attentes d'inflation dans la structure des taux sans postuler la neutralité de la monnaie. En fin de compte, cette hypothèse est rendue nécessaire par le besoin d'identifier les attentes d'inflation et le taux d'intérêt réel. Rappelons-nous que x_2 est commun aux deux pays et que chacun d'eux a un facteur qui lui est propre, x_1 *et* $x_1{}^*$. Si je comprends bien l'application du filtre de Kalman, cette méthode d'estimation attribue au seul facteur x_2 toutes les variations communes, de sorte que x_1 et $x_1{}^*$ doivent être indépendants de x_2.

En ce point de leur raisonnement, les auteurs procèdent à l'« identification » du modèle en désignant simplement par x_1 les attentes d'inflation aux États-Unis, par $x_1{}^*$ les attentes d'inflation au Canada et par x_2 le facteur relatif au taux réel. Certains arguments théoriques justifieraient peut-être l'hypothèse voulant que l'inflation attendue soit strictement d'origine intérieure, mais il est plus difficile d'affirmer que les taux réels sont strictement d'origine internationale. Un résultat de cette identification quelque peu arbitraire est le comportement apparamment médiocre des attentes d'inflation produites par le modèle pour les États-Unis, ainsi que l'illustrent les Figures 2a et 2b. Après 1987, celles-ci ne paraissent pas sensibles du tout à l'inflation observée. Il faut donc se demander si le facteur propre à l'économie américaine, x_1, ne mesure pas autre chose que les attentes d'inflation.

En un mot, les aspects empiriques de cette étude pourraient être améliorés ou mieux validés à plusieurs égards. Il reste que j'appuie fermement la direction générale du programme de recherche entrepris ici par les auteurs.

Bibliographie

Campbell, J., A. Lo et C. MacKinlay (1997). *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton (New Jersey), Princeton University Press.

Cox, J., J. Ingersoll et S. Ross (1985). « A Theory of the Term Structure of Interest Rates », *Econometrica*, vol. 53, n° 2, p. 385-407.

Gong, F. et E. Remolona (1997). « A Three-Factor Econometric Model of the United States Term Structure », Staff Report n° 19, Federal Reserve Bank of New York.

Hansen, L. et R. Jagannathan (1997). « Assessing Specification Errors in Stochastic Discount Factor Models », *Journal of Finance*, vol. 52, n° 2, p. 557-590.

Longstaff, F. et E. Schwartz (1992). « Interest Rate Volatility and the Term Structure: A Two-Factor General Equilibrium Model », *Journal of Finance*, vol. 47, septembre, p. 1259-1282.

Pennacchi, G. (1991). « Identifying the Dynamics of Real Interest Rates and Inflation: Evidence Using Survey Data », *Review of Financial Studies*, vol. 4, n° 1, p. 53-86.

Sun, T. (1992). « Real and Nominal Interest Rates: A Discrete-Time Model and Its Continuous Time Limits », *Review of Financial Studies*, vol. 5, n° 4, p. 581-611.

Vasicek, O. (1977). « An Equilibrium Characterization of the Term Structure », *Journal of Financial Economics*, vol. 5, n° 2, p. 177-188.