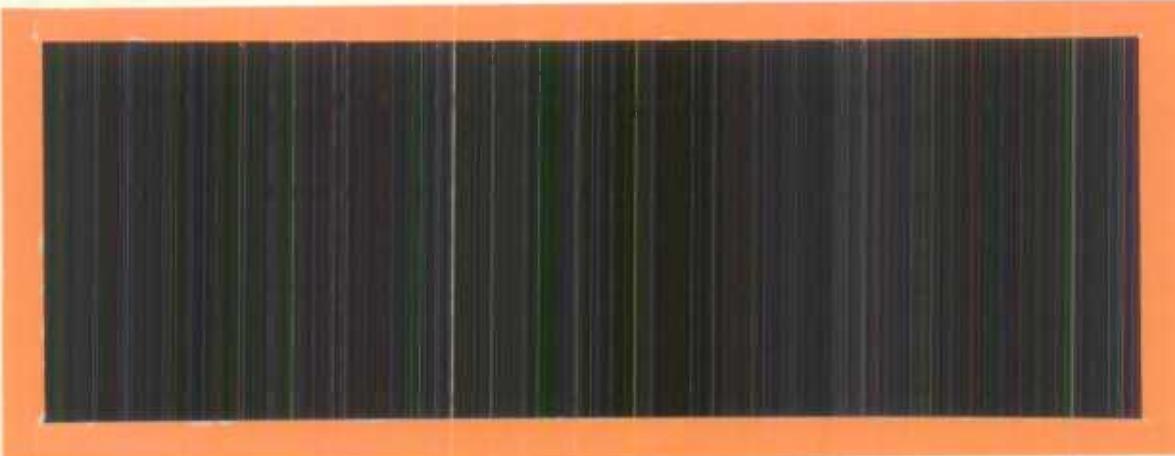




Statistics
Canada Statistique
Canada



Methodology Branch

Time Series Research and Analysis
Division

Direction de la méthodologie

Division de la recherche
et de l'analyse des chroniques

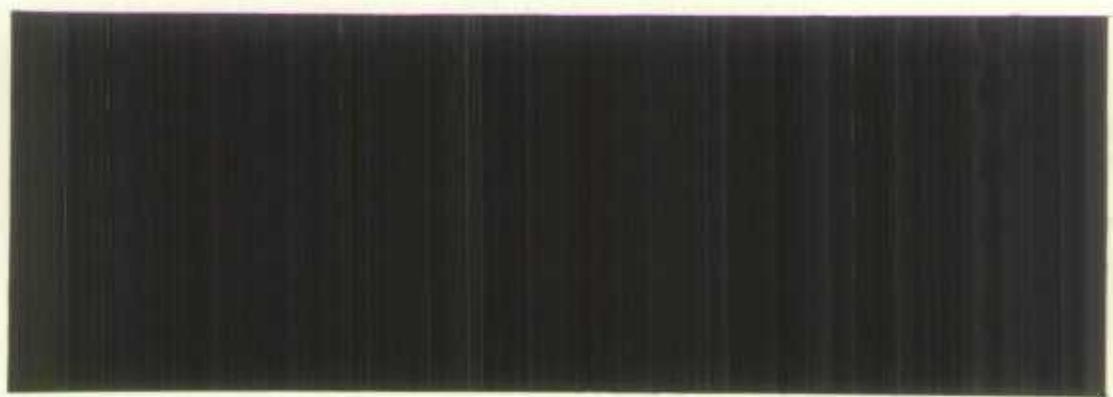
11-614

10.85-09

canadá

c.2

Copy 3



WORKING PAPER TSRA-85-009E

CAHIER DE TRAVAIL RASC-85-009F

TIME SERIES RESEARCH & ANALYSIS DIVISION
METHODOLOGY BRANCH

DIVISION DE RÉCHERCHE ET ANALYSE DES
SÉRIES CHRONOLOGIQUES
DIRECTION DE LA METHODOLOGIE

ARIMA FORECASTING OF
SEASONALLY ADJUSTED SERIES
VERSUS UNADJUSTED SERIES

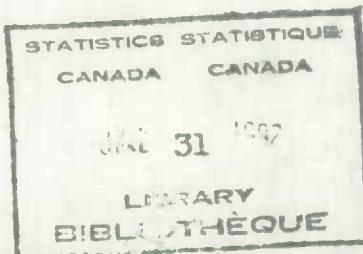
by

Pierre A. Cholette

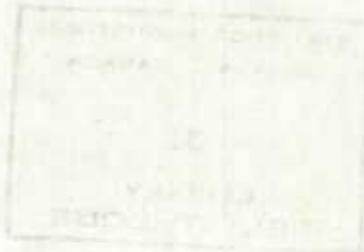
LA PRÉVISION ARMMI
DES SÉRIES DESAISONNALISÉES
COMPARÉE À CELLE DES SÉRIES BRUTES

par

Pierre A. Cholette



This is a preliminary version. Do not quote without author's permission.
Comments are welcome.



LA PRÉVISION ARMMI
DES SÉRIES DÉSAISONNALISÉES
COMPARÉE À CELLE DES SÉRIES BRUTES

par Pierre A. CHOLETTE
Statistique Canada

travail présenté
au 23^e congrès de la
Société canadienne
de science économique,
Trois-Rivières, mai 1983

et au
Third International Symposium
on Forecasting
à Philadelphie, juin 1983

Recherche et analyse des chroniques
Édifice R.H. Coats, 25^e étage
OTTAWA (Ontario), Canada
K1A 0T6

(613) 995-3126

Février 1983

83-02-001B

ARIMA FORECASTING OF
SEASONALLY ADJUSTED SERIES
VERSUS UNADJUSTED SERIES

by Pierre A. CHOLETTE
Statistics Canada

paper presented at the
Third International Symposium
on Forecasting,
Philadelphia, June 1983

and at the
23rd convention of the
Société canadienne
de science économique,
Trois-Rivières (Québec), May 1983

Time Series Research and Analysis
R.H. Coats Building, 25th floor
Ottawa, Ontario, Canada
K1A 0T6

(613) 995-3126

February 1983

LA PRÉVISION ARMMI
DES SÉRIES DÉSAISONNALISÉES
COMPARÉE À CELLE DES SÉRIES BRUTES

par
Pierre A. CHOLETTE
Statistique Canada
OTTAWA, Canada, K1A 0T6

- résumé -

Ce travail compare d'abord les erreurs de prévision enregistrées lorsqu'on ajuste un modèle autorégressif de moyenne mobile intégré (ARMMI) de Box et Jenkins (1970) aux séries non désaisonnalisées d'une part et aux séries désaisonnalisées d'autre part. Les erreurs ne sont pas systématiquement inférieures avec les données non désaisonnalisées. Cependant il s'avère certainement plus facile d'identifier et d'ajuster les modèles aux séries non désaisonnalisées qu'aux séries désaisonnalisées.

On compare ensuite deux façons de prévoir les séries désaisonnalisées. La première consiste à désaisonnaliser la série non désaisonnalisée préalablement allongée d'une année de prévisions ARMMI (de la série non-désaisonnalisée); la deuxième, à modéliser directement la série désaisonnalisée (comme auparavant). L'expérience indique que la désaisonalisation des séries allongées donne généralement les erreurs de prévision les plus faibles.

ARIMA FORECASTING
OF SEASONALLY ADJUSTED VERSUS
UNADJUSTED DATA

by
Pierre A. CHOLETTE
Statistics Canada
Ottawa, Canada, K1A 0T6

- abstract -

This paper first compares the forecasting errors recorded when an autoregressive integrated moving average (ARIMA) model of Box and Jenkins (1970) is fitted to seasonally unadjusted series on the one hand and to seasonally adjusted series on the other hand. The errors are not systematically lower with seasonally unadjusted data. However, it is definitely easier to identify and fit models to unadjusted than to adjusted series.

Subsequently, two ways of forecasting the seasonally adjusted data are compared. One way is to seasonally adjust the unadjusted series which has been extended by one year of the ARIMA forecasts (of the unadjusted series); the other is to directly model the seasonally adjusted series (as before). The experiment indicates that seasonally adjusting extended unadjusted series generally yields lower forecasting errors.

INTRODUCTION *

Malgré les mises en garde formulées par Sims (1974), Wallis (1978) et Plosser (1978 et 1979), un très grand nombre de modèles de simulation et de prévision socio-économiques sont basés sur des données désaisonnalisées au lieu de données brutes, non désaisonnalisées. Ce travail examine la question pour les modèles univariés autorégressifs de moyenne mobile intégrés, ARMMI, de Box et Jenkins (1970) et formule quelques observations à ce sujet. Plus précisément, il s'agit de déterminer si la modélisation et la prévision ARMMI des séries brutes donnent des erreurs de prévision inférieures à la modélisation ARMMI des séries désaisonnalisées.

Sans être catégorique, Plosser (1979) mesure des erreurs de prévision annuelle inférieures en procédant avec les séries brutes. D'une manière, nous ne sommes pas plus catégorique: les erreurs de prévision des séries brutes enregistrées tendent à être plus faibles. D'une autre manière, nous sommes plus catégorique: il s'avère plus pratique d'opérer avec les séries brutes pour les raisons suivantes:

Premièrement, on trouve facilement un modèle ARMMI pour une série brute. En effet Dagum (1979) ainsi que Lothian et Morry (1978) ont observé que trois modèles ARMMI suffisaient à ajuster et prévoir avec succès 80 % des séries. Par contre, il s'est avéré ici très difficile d'identifier des modèles pour les séries désaisonnalisées.

Deuxièmement, il est possible de désaisonnaliser la série brute allongé de ses prévisions ARMMI.

Troisièmement, la série allongée désaisonnalisée résultante présente assez systématiquement des erreurs de prévision inférieures à celles encourues en régime de prévision directe de la série désaisonnalisée. En d'autres mots, il

* Je dois des remerciements à mon collègue Normand Laniel pour plusieurs améliorations apportées à ce travail

INTRODUCTION *

Despite the warnings expressed by Sims (1974), Wallis (1978) and Plosser (1978 and 1979), a very large proportion of socio-economic simulation and forecasting models are based on seasonally adjusted data instead of raw unadjusted data. This paper examines the problem for univariate autoregressive integrated moving average ARIMA models by Box and Jenkins (1970) and formulates a few comments on the subject. More precisely, it attempts to determine whether ARIMA modeling and forecasting of raw series produces lower forecasting errors than ARIMA modeling of seasonally adjusted series.

Without being categorical, Plosser (1979) suggests that annual forecasting errors achieved when using raw series are lower. In a way we are no more categorical: The forecasting errors of raw series recorded herein tend to be lower. In another way, we are more categorical: it is more practical to proceed with raw series for the following reasons:

First, one can easily find an ARIMA model for a raw series. Indeed, Dagum (1979) and Lothian and Morry (1978) observed that three ARIMA models could successfully fit and forecast 80 % of series. On the other hand, however, it proved very difficult here to identify models for seasonally adjusted series.

Second, it is possible to seasonally adjust the raw series extended by the raw ARIMA forecasts.

Third, the resulting extended seasonally adjusted series quite systematically displays lower forecasting errors than those observed by directly forecasting the seasonally adjusted series. In other words, it

* I am indebted to my colleague Normand Laniel for several improvements made to this paper.

est plus facile de trouver un modèle ARMMI - et donc de prévoir - une série brute, et, si nécessaire, la désaisonnalisation de la série brute allongée réduira l'erreur de prévision.

1. RÉSULTATS DE L'EXPÉRIMENTATION

Le tableau 1 consigne les racines des erreurs quadratiques moyennes de prévision pour les horizons temporels 12, 6, 3 et 1. La racine de l'erreur quadratique moyenne pour l'horizon 12 mesure l'erreur de prévision annuelle, relative aux douze premières prévisions; celle pour l'horizon 6, relative aux six premières prévisions; et ainsi de suite. Ceci permet une ventilation de l'erreur annuelle.

La colonne (3) contient les erreurs de prévision (de la série brute) enregistrées lorsqu'on ajuste un modèle à la série brute. La colonne (4) présente les erreurs de prévision (de la série désaisonnalisée) dites ARMMI-X-11 parce qu'on a ajusté un modèle ARMMI à la série désaisonnalisée par la méthode X-11. Pour les séries 2, 3, 8, 9, 10 et 12, les erreurs de prévision de la série brute (colonne (3)) sont dominées (inférieures ou égales) aux erreurs de prévision ARMMI-X-11 (colonne (4)) pour tous les horizons. Pour les séries 1, 6 et 7, c'est plutôt le contraire qui prévaut. Pour six des douze séries, la prévision de la série brute est donc préférable; pour trois, la prévision de la série désaisonnalisée semble préférable.

Quant aux trois autres séries (4, 5 et 11), la situation est indécise ou varie avec l'horizon de prévision considéré. Pour la série 5 par exemple, l'erreur de prévision est beaucoup plus faible en régime de prévision de la série brute pour l'horizon annuel (12); mais plus importante, pour les autres horizons. (Dans un tel cas, la prévision ARMMI-X-11 serait préférable pour les horizons de six mois et moins; et la prévision des séries brutes, pour les horizons de plus de six mois).

is easier to find an ARIMA model - and consequently to forecast - a raw series, and if necessary seasonally adjusting the extended series will reduce the forecasting error.

1. RESULTS OF THE EXPERIMENT

Table 1 displays the root mean square errors for forecasting time horizons 12, 6, 3 and 1. The root mean square error for horizon 12 measures the annual forecasting error, relative to the twelve first forecasts; those for horizon 6, relative to the six first forecasts; and so on. This allows for breaking down the annual error.

Column (3) contains the forecasting errors (of the raw series) recorded when fitting a model to the raw series. Column (4) shows the ARIMA-X-11 forecasting errors (of the seasonally adjusted series), so called because an ARIMA model was fitted to the series seasonally adjusted by the X-11 method. For series 2, 3, 8, 9, 10 and 12, the forecasting errors of the raw series (column (3)) are dominated by (lower or equal to) the ARIMA-X-11 forecasting errors (column (4)) at all horizons. For series 1, 6 and 7, the opposite situation more or less prevails. For six of the twelve series, forecasting the raw series would then be preferable; for three, forecasting the seasonally adjusted series seems preferable.

As for the three remaining series (4, 5 and 11), the situation is doubtful and varies with the horizon considered. For series 5 for instance, the forecasting error is much lower for the annual horizon when forecasting the raw series; but higher, for the other horizons. (In such a case, ARIMA-X-11 forecasting would be preferable for horizons of six months and less; and forecasting the raw series for horizons of more than six months.)

TABLEAU 1: Racines carrées des erreurs quadratiques moyennes de prévision ARMMI pour chaque paire de séries brute et désaisonnalisée aux horizons temporels indiqués

(1) série / Series	prévision / Forecasts				Revisions / révision		
	(2) hori zon	(3) brute Raw	(4) ARMMI- X-11	(5) X-11- ARIMA	(6) Hori zon	(7) ARIMA- X-11	(8) X-11- ARIMA
1. Chômage hommes, Ontario (D 768592)	12	14	10	10	-12	4	3
	6	19	9	13	-6	4	3
	3	22	12	16	-3	5	4
	1	6	11	10	-1	7	6
2. Chômage femmes, Ontario (D 768599)	12	9	17	8	-12	5	3
	6	11	15	9	-6	3	2
	3	9	12	11	-3	3	2
	1	3	4	11	-1	4	1
3. Emploi hommes, 15-24 ans (D 767428)	12	19	23	15	-12	8	6
	6	24	29	20	-6	8	6
	3	27	31	21	-3	5	7
	1	39	41	31	-1	7	11
4. Chômage femmes, Québec (D 768429)	12	17	15	16	-12	4	2
	6	10	13	8	-6	3	1
	3	8	7	2	-3	4	1
	1	6	9	0	-1	3	0
5. Emploi hommes, 25 ans et plus (D 767386)	12	17	41	14	-12	5	4
	6	17	12	15	-6	4	3
	3	18	7	19	-3	4	3
	1	10	7	11	-1	1	3
6. Emploi Nouveau- Brunswick (D 768252)	12	6	3	6	-12	1	1
	6	8	5	8	-6	1	1
	3	9	5	9	-3	1	1
	1	7	4	7	-1	1	1
7. Emploi Nouvelle-Écosse (D 768114)	12	5	5	4	-12	1	1
	6	4	3	3	-6	1	1
	3	5	4	4	-3	1	1
	1	7	4	4	-1	0	0
8. Emploi femmes, Ontario (D 768598)	12	10	10	9	-12	7	4
	6	9	12	8	-6	9	6
	3	6	12	5	-3	10	6
	1	6	13	3	-1	16	10
9. Emploi femmes, Québec (D 768428)	12	13	35	13	-12	5	3
	6	8	26	7	-6	6	4
	3	8	21	3	-3	7	3
	1	10	22	5	-1	8	1

TABLE 1: Root mean square of ARIMA forecasting errors for each pair of raw unadjusted and seasonally adjusted series at the horizons indicated

Tableau 1 - suite

(1) série / Series	(2) hori zon	(3) brute Raw	(4) ARMMI- X-11	(5) X-11- ARIMA	(6) Hori zon	(7) ARIMA- X-11	(8) X-11- ARMMI
10. Chômage, Nouveau-Brunswick (D 768253)	12	5	8	5	-12	1	1
Unemployment New Brunswick	6	5	7	5	-6	1	1
	3	6	7	6	-3	2	1
	1	5	7	6	-1	2	1
11. Indice de la prod. manufact. (D 144351)	12	7	7	7	-12	1	1
Index of Manufacturing	6	5	5	5	-6	1	1
	3	3	2	3	-3	1	1
	1	1	2	1	-1	1	1
12. Indice de la prod. indus.(D 144484)	12	4	5	3	-12	1	1
Index of Industrial Production	6	2	3	2	-6	1	1
	3	2	1	1	-3	1	1
	1	1	1	0	-1	0	0

Table 1 - continuation

En résumé, la prévision ARMMI des séries brutes tend à produire des erreurs de prévision inférieures à la prévision ARMMI-X-11 des séries désaisonnalisées. Cependant, cette tendance n'est pas très marquée ni très systématique.

Comme on verra à la section 4, la désaisonnalisation réduit l'intensité de la composante aléatoire des séries. Ce facteur devrait favoriser la prévision ARMMI-X-11 des séries désaisonnalisées au détriment de la prévision ARMMI des séries brutes. Mais les faits du tableau 1 tendent à montrer le contraire.

La colonne (5) contient les erreurs de prévision de la série désaisonnalisée dites X-11-ARMMI, parce qu'elles proviennent de la désaisonnalisation (par la méthode X-11) de la série brute allongée des prévisions ARMMI. Pour les séries 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11 et 12, les erreurs de prévision ARMMI-X-11 tendent à dominer les erreurs X-11-ARMMI, rendant cette dernière méthode préférable. Pour les séries 1 et 6, c'est la situation inverse qui prévaut. Les deux méthodes s'équivalent dans le cas de la série 7. (Les résultats varient avec l'horizon considéré pour la série 5.)

To summarize, ARIMA forecasting of raw series tends to yield lower forecasting errors than ARIMA-X-11 forecasting of seasonally adjusted series. However, this tendency is not very pronounced nor very systematic.

As will be seen in section 4, seasonal adjustment reduces the intensity of the irregular component of series. This factor should favour ARIMA-X-11 forecasting of seasonally adjusted series over ARIMA forecasting of raw series. The evidence in Table 1 however tends to show the contrary.

Column (5) contains the X-11-ARIMA forecasting errors of the seasonally adjusted series, so called because they originate from seasonally adjusting (by the X-11 method) the raw series extended by ARIMA forecasts. For series 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11 and 12, the ARIMA-X-11 forecasting errors tend to dominate the X-11-ARIMA errors, which makes the latter method preferable. For series 1 and 6, the reverse situation prevails. In the case of series 7 both methods are equivalent. (For series 5, the results vary according to the horizon considered.)

La méthode X-11-ARMMI, qui consiste à prévoir et à désaisonnaliser la série brute allongée, donne assez systématiquement de meilleures prévisions de la série désaisonnalisée (dans 9 cas sur 12) que la méthode ARMMI-X-11, qui modélise directement la série désaisonnalisée.

Les colonnes (7) et (8) du tableau 1 présentent les erreurs d'estimation de la série désaisonnalisée par rapport à la série désaisonnalisée finale, c'est-à-dire les révisions subies par les séries désaisonnalisées (ARMMI-)X-11 et X-11-ARMMI respectivement. L'horizon -12 indique la révision moyenne (en racine d'erreur quadratique moyenne) de la dernière année de chiffres désaisonnalisés; l'horizon -6, des six derniers chiffres; et ainsi de suite.

Puisque les révisions sont inférieures ou égales dans la colonne (7), on peut affirmer ceci. La méthode de prévision X-11-ARMMI comporte l'effet secondaire avantageux de réduire les révisions des chiffres désaisonnalisés, c'est-à-dire d'améliorer les derniers chiffres disponibles. Ce résultat confirme d'ailleurs les conclusions de Kenny et Durbin (1982) et de Dagum (1975). Les recherches de l'auteure visaient à diminuer les révisions des chiffres désaisonnalisés; mais, non pas à procurer des prévisions de la série désaisonnalisée, qui n'apparaissent d'ailleurs pas dans l'imprimé du programme X-11-ARMMI.

2. SÉLECTION DES MODÈLES ARMMI

Le tableau 2 consigne les modèles autorégressifs de moyennes mobiles intégrés, ARMMI, établis pour chaque paire de séries brute et désaisonnalisée avec les valeurs de leurs paramètres. Les ordres des paramètres apparaissent entre parenthèses, s'ils diffèrent des ordres normaux.

The X-11-ARIMA method, which consists of forecasting and seasonally adjusting the extended raw series, quite systematically provides better forecasts of the seasonally adjusted series (in 9 over 12 cases) than the ARIMA-X-11 method, which directly models the seasonally adjusted series.

Columns (7) and (8) of Table 1 show the estimation errors of the seasonally adjusted series with respect to the final seasonally adjusted series; that is, the revisions undergone by the (ARIMA-)X-11 and X-11-ARIMA seasonally adjusted series respectively. Horizon -12 indicates the mean revision (in root mean square error) of the last year of seasonally adjusted figures; horizon -6, of the last six figures; and so on.

Since the revisions are lower or equal in column (7), the following can be stated. The X-11-ARIMA method entails the secondary positive effect of reducing the revisions of the seasonally adjusted series, that is of improving the last available figures. This result confirms the conclusions by Kenny and Durbin (1982) and by Dagum (1975). Dagum's research aimed at reducing the revisions to the seasonally adjusted figures and not at providing forecasts of the seasonally adjusted series, which indeed do not appear in the X-11-ARIMA programme printout.

2. SELECTION OF THE ARIMA MODELS

Table 2 displays the autoregressive integrated moving averages ARIMA models selected for each pair of raw and seasonally adjusted series, along with the values of their parameters. The orders of the parameters appear between brackets if different from the normal orders.

TABLEAU 2: Modèles ARMMI sélectionnés pour chaque paire de séries brute et désaisonnalisée

série / Series (no CANSIM No.)	brute / Raw	désaison. / Seas. Adj.
1. Chômage hommes, Ontario Unemployment Men Ontario (D 768592)	$(0,1,0)(0,1,1)$ $\theta_1 = 0.77; Q^{**}=83\%$	$(2,1,2)$ $\phi_1=1.18, \phi_2=-.56,$ $\theta_1=1.40, \theta_2=-0.92; Q^{**}=76\%$
2. Chômage femmes, Ontario Unemployment Women, Ontario (D 768599)	.50 $(0,1,1)(0,1,1)$ $\theta_1=.33, \theta_1=.76;$ $Q=97\%$.50 $(2,1,2)$ $\phi_1=1.26, \phi_2=-.33,$ $\theta_1=1.69 \theta_2=-.76; Q=81\%$
3. Emploi hommes, 15-24 ans Employment Men, 15-24 years (D 767428)	$(0,1,0)(0,1,1)$ $\theta_1=.70; Q=87\%$	$(1,1,1)$ $\phi_1=-.63 (2), \theta_1=-.84 (2);$ $Q=88 \%$
4. Chômage femmes, Québec Unemployment Women, Québec (D 768429)	log $(0,2,1)(0,1,1)$ $\theta_1=.87, \theta_1=.32; Q=32\%$	log $(0,2,1)$ $\theta_1=.85; Q=71\%$
5. Emploi hommes, 20 ans et + Employment Men, 20 year and over (D 767386)	$(0,1,0)(0,1,1)$ $\theta_1=.75; Q=45\%$	$(2,1,2)$ $\phi_1=.88, \phi_2=-.63, \theta_1=.91,$ $\theta_2=-.89; Q=39\%$
6. Emploi Nouveau-Brunswick Employment, New Brunswick (D 768252)	$(2,1,2)(0,1,1)$ $\phi_1=1.31, \phi_2=-.49,$ $\theta_1=1.65, \theta_2=-.68,$ $\theta_1=.74; Q=84\%$	$(2,1,2)$ $\phi_1=1.15, \phi_2=-.63,$ $\theta_1=1.48, \theta_2=-.82; Q=34\%$
7. Emploi, Nouvelle-Écosse Employment, Nova Scotia (D 768114)	$(0,1,0)(0,1,1)$ $\theta_1=.60; Q=86\%$	$(2,1,2)$ $\phi_1=.27, \phi_2=-.96, \theta_1=.27,$ $\theta_2=-1.14; Q=79\%$
8. Emploi femmes, Ontario Employment Women, Ontario (D 768598)	$(1,1,1)(0,1,1)$ $\phi_1=.38, \theta_1=.81,$ $\theta_1=.39; Q=90\%$	$(1,0,1)$ $\phi_1=1.004, \theta_1=.49; Q=79\%$
9. Emploi femmes Québec Employment Women, Québec (D 768428)	$(0,1,1)(0,1,1)$ $\theta_1=.31, \theta_1=.36; Q=76\%$	$(0,1,1)$ $\theta_1=.25; Q=50\%$
10. Chômage, Nouveau-Brunswick Unemployment, New Brunswick (D 768253)	$(0,1,1)(0,1,1)$ $\theta_1=.51, \theta_1=.46; Q=55\%$	$(2,1,0)$ $\phi_1=-.48, \phi_2=-.24; Q=55\%$
11. Indice prod. manufacturière Index of Industrial Prod. (D 144351)	$(0,1,0)(0,1,1)$ $\theta_1=.63; Q=48\%$	$(2,1,2)$ $\phi_1=.41, \phi_2=-.62, \theta_1=.84$ $\theta_2=-.92; Q=36\%$
12. Indice prod. industrielle Index of Industrial Prod. (D 144484)	$(0,1,0)(0,1,1)$ $\theta_1=.63; Q=39\%$	$(0,1,1)$ $\theta_1=-.24 (4); Q=13\%$

TABLE 2 ARIMA models selected for each pair of unadjusted and seasonally adjusted series

** valeurs Portemanteaux Values

() ordres des paramètres
orders of parameters

Les travaux de Dagum (1979) et de Lothian et Morry (1978) indiquent qu'il est très facile de trouver des modèles ARMMI satisfaisants pour les chroniques socio-économiques nord-américaines brutes. En effet, trois types de modèles, le $(0,1,1)$ $(0,1,1)$, le $(0,2,2)$ $(0,1,1)$ et le $(2,1,2)$ $(0,1,1)$ arrivent à simuler et à prévoir 80 % des séries brutes avec suffisamment de précisions. À lui seul, le premier modèle convient à plus de 70% des séries. Pour les séries désaisonnalisées, cependant, notre expérience s'avère ici tout à fait différente. Voici les principales difficultés rencontrées.

1) Pour un grand nombre de séries désaisonnalisées étudiées, aucun modèle ARMMI n'a été jugé satisfaisant. C'est surtout cela qui explique le petit nombre de séries finalement retenues dans ce travail.

2) Une série brute qui suit un modèle donné ne donne pas lieu au modèle correspondant sans partie saisonnière pour la série désaisonnalisée. Par exemple, un $(0,1,1)$ $(0,1,1)$ ne devient généralement pas un $(0,1,1)$; mais, souvent un $(2,1,2)$ (cas des séries 1, 2, 5, 7 et 11 du tableau 2).

3) Les modèles ajustés à une série désaisonnalisée s'avèrent beaucoup moins parcimonieux que les modèles de la série brute correspondante (cas des séries 1, 2, 7 et 11 du tableau 2). Par exemple, on spécifie souvent un $(2,1,2)$ (quatre paramètres) pour la série désaisonnalisée tandis qu'un $(0,1,0)$ $(0,1,1)$ (un paramètre) convient à la série brute.

4) On trouve pour les séries désaisonnalisées des paramètres dont les ordres sont difficilement justifiables économiquement. Par exemple (cas de la série 3), on pourra rencontrer un $(1,1,1)$ dont les paramètres sont d'ordre 2 au lieu de 1. De même les signes des paramètres ne se prêtent pas toujours à une interprétation économique (cas des séries 3 et 12).

The papers of Dagum (1979) and Lothian and Morry (1978) indicate that satisfactory ARIMA models can easily be found for raw North-American socio-economic time series. Indeed, three types of models, the $(0,1,1)$ $(0,1,1)$, the $(0,2,2)$ $(0,1,1)$ and the $(2,1,2)$ $(0,1,1)$ can simulate and forecast 80% of those raw series with sufficient accuracy. Alone, the first model is suitable for more than 70% of series. For seasonally adjusted series however, our experience herein is completely different. The main difficulties encountered are outlined here.

1) No ARIMA model was thought to be acceptable for a large number of seasonally adjusted series considered. This is the main explanation for the small number of series finally presented in this paper.

2) A raw series which follows a given model does not give rise to the corresponding model without seasonal part for the seasonally adjusted series. For instance, a $(0,1,1)$ $(0,1,1)$ does not generally become a $(0,1,1)$; but rather a $(2,1,2)$ (case of series 1, 2, 5, 7 and 11 in Table 2).

3) The models fitted to a seasonally adjusted series are not as parsimonious as the models of the corresponding raw series (case of series 1, 2, 7 and 11 in Table 2). For instance a $(2,1,2)$ (4 paramètres) is often specified for the seasonally adjusted series, whereas a $(0,1,0)$ $(0,1,1)$ (1 paramètre) was suitable for the raw series.

4) For seasonally adjusted series, one finds paramètres with orders which are difficult to justify economically. For instance (case of series 3), one can find a $(1,1,1)$ with parameters of order 2 instead of 1. The signs of the paramètres do not always lend themselves to economic interpretation either (case of series 3 and 12).

5) Si on réussit malgré tout à identifier un modèle ARMMI pour la série désaisonnalisée, ce modèle donne souvent des prévisions triviales, notamment constantes.

6) Les séries désaisonnalisées montrent parfois une anti-saisonalité, c'est-à-dire des corrélations négatives de résidus au décalage 12.

7) Il semblerait en outre que les modèles identifiés pour les séries désaisonnalisées soient très sensibles à l'addition d'observations à la série. Un modèle valable, lorsque la série a 84 observations par exemple, devient inacceptable avec 90 observations. Pour les séries brutes, par contre, les modèles semblent plus stables.

Toutes ces constatations tendent à confirmer la thèse de l'hétérogénéisation des propriétés statistiques par la désaisonnement expliquée à la section 4.

Les modèles retenus pour les différentes séries brutes et désaisonnalisées ont été choisis selon trois critères. Il fallait que tous les paramètres du modèle estimé fussent significativement différents de zéro (leur intervalle de confiance à 5 % excluant zéro); que le test "Portemanteau" (rapporté dans le tableau 2) témoignasse de résidus statistiquement indépendants (avec une valeur supérieure à 10 %); et que les erreurs de prévision (a posteriori) annuelles "pourcentuelles" moyennes relatives aux trois dernières années d'observations fussent inférieures à 20 %. (Nous avons dû nous résigner à ce seuil considérable à cause de la grande difficulté de trouver des modèles pour les séries désaisonnalisées.)

3. MESURES DE L'ERREUR DE PRÉVISION

Afin de déterminer empiriquement s'il est préférable de prévoir les séries brutes ou bien les séries désaisonnalisées lorsqu'on utilise les modèles ARMMI, on a effectué l'expérience

5) If despite everything, an ARIMA model identification is finally achieved, the model often yields naive forecasts, namely constant forecasts.

6) Seasonally adjusted series sometimes display a counter-seasonality, that is negative corelation of the residuals at lag 12.

7) Furthermore, there are some indications that the models identified for seasonally adjusted series are sensitive to the availability of new observations. A model which is valid, when the series has 84 observations for instance, becomes unacceptable with 90 observations. For raw series on the other hand, the models seem much more stable.

All these observations tend to confirm the fact that seasonal adjustment makes the statistical properties of series non-homogeneous, as explained in Section 4.

The models selected for the various raw and seasonally adjusted series were chosen according to three criteria. All the parametres of the model estimated had to be different from zero (their 95% confidence interval excluding zero). The Portemanteau test (displayed in Table 2) had to indicate statistically independant residuals (by showing a value above 10%). The average annual percentual forecasting errors (a posteriori) relative to the three ultimate years of observations had to be lower than 20%. (We had to accept that considerable threshold because of the difficulty of finding models for the seasonally adjusted series.)

3. MEASURING THE FORECASTING ERROR

In order to determine empirically whether it is preferable to forecast a raw or seasonally adjusted series when using ARIMA models, the following experiment was carried out.

suivante. On utilise des séries mensuelles s'étendant de 1970 à 1980 inclusivement. On désaisonnalise, au moyen de la méthode X-11, le segment 1970-76 d'une série. On ajuste un modèle ARMMI à la série désaisonnalisée résultante. On trouve ainsi douze prévisions désaisonnalisées pour 1977, dites ARMMI-X-11. On ajuste ensuite un modèle ARMMI au même segment de la série brute. Ceci produit des prévisions brutes pour 1977. Puis, on désaisonnalise la série brute 1970-76 allongée des prévisions brutes de 1977 pour obtenir la série et les prévisions désaisonnalisées X-11-ARMMI. On désaisonnalise enfin la série brute entière 1970-80 pour obtenir les valeurs désaisonnalisées finales pour 1977 (et pour 1976).

Pour mesurer les erreurs de prévision ARMMI-X-11 et X-11-ARMMI de la série désaisonnalisée, on compare les deux types de prévision aux valeurs finales correspondantes (de 1977) de la série désaisonnalisée entière¹. Pour obtenir les erreurs de prévision de la série brute, on compare les prévisions brutes aux valeurs brutes observées en 1977 pour la série brute. À partir de ces erreurs, on calcule les racines quadratiques moyennes (du tableau 1) pour les douze premières, pour les six premières, pour les trois premières et pour la première périodes de prévision (horizon 12, 6, 3 et 1).

Dans le cas des séries désaisonnalisées, on mesure en outre - à l'exemple de Kenny et Durbin (1982) - les erreurs d'estimation des chiffres désaisonnalisés de 1976 par rapport aux chiffres désaisonnalisés finaux. Ces erreurs sont en fait les révisions apportées aux chiffres désaisonnalisés. Les ra-

Monthly series extending from 1970 to 1980 inclusively are considered. Segment 1970-76 of a series is seasonally adjusted by means of the X-11 method. An ARIMA model is fitted to the resulting seasonally adjusted series. Twelve so called ARIMA-X-11 seasonally adjusted forecasts are thus found for 1977. An ARIMA model is then fitted to the same segment of the raw series. This yields raw forecasts for 1977. Next the raw series from 1970 to 1976 extended by the raw 1977 forecasts is seasonally adjusted to obtain the X-11-ARIMA seasonally adjusted forecasts and series. The entire 1970-80 raw series is finally adjusted to obtain the final seasonally adjusted values for 1977 (and 1976).

In order to get the ARIMA-X-11 and the X-11-ARIMA forecasting errors of the seasonally adjusted series, the two types of forecasts are compared to the corresponding (1977) final values of the entire seasonally adjusted series¹. To obtain the forecasts errors of the raw series, the raw forecasts are compared to the raw 1977 values of the raw series. From these errors, the root mean squares (of Table 1) are calculated for the twelve first, for the six first, for the three first and for the first periods forecasted (horizons 12, 6, 3 and 1).

In the case of the seasonally adjusted series and following Kenny and Durbin (1982), the estimation errors of the 1976 seasonally adjusted values are also calculated with respect to the final seasonally adjusted values. These errors are in fact revisions to the seasonally adjusted fig-

¹ Il importe de mesurer l'erreur par rapport aux valeurs finales de la série désaisonnalisée. La mesurer par rapport à des valeurs sujettes à révision, comme dans Plosser (1979), tend à sous-estimer et à produire des mesures moins fiables de l'erreur.

¹ It is important to measure the error with respect to final values of the seasonally adjusted series. Measuring against values which are subject to revision, as in Plosser (1979), will tend to underestimate and to yield an unreliable measure of the error.

cines des révisions quadratiques moyennes sont calculées pour les douze dernières, les six dernières, les trois dernières et la dernière périodes de la série (horizons -12, -6, -3 et -1).

4. CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

Cette section constitue en quelque sorte l'explication théorique des résultats obtenus aux sections 1 et 2. Contrairement aux données brutes les chiffres désaisonnalisés ne sont pas observés; mais, estimés au moyen d'une méthode de désaisonnalisation. Ceci comporte des conséquences auxquelles on ne porte pas souvent attention.

La partie linéaire² des méthodes de désaisonnalisation connues revient à exprimer la valeur désaisonnalisée x_t , estimée pour la période t à pourvoir, comme une combinaison linéaire de toutes les valeurs brutes observées z_t de la série:

$$(1) \quad x_t = \sum_{k=n}^m p_{t,k} z_{t-k}, \quad t=1, \dots, T; n=-t+1; m=-t+T, \quad (1)$$

où T désigne le nombre d'observations dans la série et $p_{t,k}$, $k=-t+1, \dots, -t+T$, les T poids de la somme pondérée applicables aux valeurs observées.

Young (1968) et Wallis (1974) ont ainsi isolé la partie linéaire de la méthode X-11; et Dagum (1982a), de la méthode X-11-ARMMI. Ces deux méthodes de désaisonnalisation sont les plus utilisées par les agences statistiques nationales et internationales. La seconde méthode se substitue de plus en plus à la première qui constitue un cas particulier de l'autre. Ces auteurs constatent que les pondérations afférentes aux périodes centrales de l'intervalle d'observation sont (à toutes fins pratiques) égales et symétriques, pourvu que l'intervalle soit suffisam-

ures. The root mean square revisions are computed for the twelve last, the six last, the three last and the last month of the series (horizon -12, -6, -3 and -1).

4. THEORETICAL CONSIDERATIONS

In a way, this Section provides the theoretical explanation of the results obtained in Sections 1 and 2. Contrary to raw data, seasonally adjusted figures are not observed but estimated, by means of a seasonal adjustment method. This carries consequences which are often ignored.

The linear part² of known seasonal adjustment methods is equivalent to express the seasonally adjusted value x_t estimated for period t as a linear combination of all the raw observed values z_t of the series.

where T stands for the number of observations in the series and $p_{t,k}$, $k=-t+1, \dots, -t+T$, for the T weights of the weighted sum applied to the observed values.

Young (1968) and Wallis (1974) isolated the linear part of the X-11 method in this manner; and Daqum (1982a), of the X-11-ARIMA method. These two methods are the most universally applied by national and international statistical agencies. The second method is replacing more and more the first which constitutes a particular case of the other. Those authors observed that the sets of weight relative to central periods of the observation interval are (practically) equal and symmetrical, provided that the interval is long

² The non-linear part of seasonal adjustment methods is mainly constituted by the replacement of extreme values.

² La partie non linéaire des méthodes de désaisonnalisation est surtout constituée par le remplacement des observations aberrantes.

ment long. C'est le cas notamment pour les périodes éloignées de plus de 42 périodes des extrémités des séries, lorsqu'on utilise les moyennes mobiles "standards" des méthodes précitées et que la série traitée compte plus de sept ans de données mensuelles:

$$(2) \quad P_{t,k} = P_{t-i,k} = a_k, \quad a_k = a_{-k}, \quad i > 0, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots; \quad 43 \leq t-i \leq T-42, \quad T \geq 85.$$

Par contre, les pondérations varient pour chaque période de temps t non centrale à pourvoir:

$$(3) \quad P_{t,k} \neq P_{t-i,k}, \quad i > 0; k=0, \pm 1, \pm 2, \dots .$$

Par exemple, la pondération servant à pourvoir la dernière période de temps d'une série n'est pas la même que celle en vigueur pour l'avant-dernière.

La variabilité des pondérations non centrales implique que les valeurs désaisonnalisées récentes sont sujettes à révision pendant plus de trois ans jusqu'à ce que la pondération symétrique centrale devienne applicable.

On peut aussi démontrer qu'une pondération non symétrique donne lieu à des estimés moins fiables qu'une pondération symétrique³. Les chiffres désaisonnalisés récents sont donc moins fiables que les estimés centraux engendrés par la pondération symétrique. Par conséquent, les modèles ARMMI (ainsi que les modèles économétriques) utilisant des séries désaisonnalisées produisent des prévisions à partir des "données" les moins fiables et les plus sujettes à révision. En effet les dernières observations conditionnent davantage les prévisions. Ce serait d'ailleurs une des raisons pour lesquelles de tels modèles tendent à mieux fonctionner en prévision a posteriori,

³ à nombre de poids égal. En fait, le nombre de poids différents de zéro est inférieur dans le cas des poids terminaux, ce qui accentue le problème davantage.

enough. This is namely the case for periods located at more than 42 periods from the ends of series, when the "standard" moving averages of the methods quoted are used and when the processed series comprises more than seven years of monthly data:

However, the sets of weights are different for each non-central period t to be estimated:

For instance, the set of weights used for the last time period of a series is not the same as that used for the one before last.

The variability of the non-central set of weights implies that recent seasonally adjusted values are subject to revisions during more than three years until the central weights become applicable.

It can also be shown that non symmetric weights produce less reliable estimates than a symmetric set of weights³. The recent seasonally adjusted figures are less reliable than central estimates generated by symmetric weights. Consequently, ARIMA models (as well as econometric models) using seasonally adjusted data give forecasts which are based on the less reliable "data" and the most subject to revisions. The last observations are indeed those which influence the forecasts the most. This would also be one of the reasons why such models tend to perform better in a posteriori forecasting, because the seasonally adjusted figures are

³ with equal number of weights. In fact the number of weights different from zero is lower in the case of the end weights, which makes the problem even worse.

car alors les chiffres désaisonnalisés sont davantage sinon complètement révisés.

Mais il y a plus. Lorsqu'on estime des équations ou un modèle univarié, on admet généralement que la composante aléatoire de la série observée jouit des propriétés d'indépendance et d'homoscédasticité:

$$(4) \quad \text{cov}(z_t, z_{t-i}) = 0, \quad i = 0, \\ s^2, \quad i = 0. \quad (4)$$

Ces hypothèses ne tiennent plus pour la série désaisonnalisée: ses valeurs centrales deviennent stochastiquement autocorrélées à cause de l'effet Slutsky (1937):

$$(5) \quad \text{cov}(x_t, x_{t-i}) = s^2 \sum_{43 \leq t-i \leq T-42} a_k a_{k-i} = s^2 g(i), \quad (5)$$

Cette équation indique une variance constante, égale à $g(0)s^2$, ainsi qu'une autorocovariance constante pour un décalage i donné, ce qui rend la situation récupérable. Mais aux extrémités des séries cependant la situation est irrécupérable: La variance et la structure d'autorocovariance deviennent complètement variables d'une période à l'autre, parce que les poids diffèrent d'une période à l'autre. L'équation (5) se récrit en effet:

$$(6) \quad \text{cov}(x_t, x_{t-i}) = s^2 \sum_{t \text{ ou } t-i < 43; \text{ ou } t \text{ ou } t-i > T-42} p_{t,k} p_{t-i,k-i} = s^2 g(i,t), \quad (6)$$

Le même résultat est atteint lorsqu'on suppose la stationnarité des moments seconds de la série au lieu de l'indépendance stochastique: La désaisonnalisation détruit la stationnarité aux extrémités des séries, c'est-à-dire pour les trois premières et dernières années. De manière plus générale, la désaisonnalisation hétérogénéise les propriétés stochastiques des séries. Les hypothèses stochastiques sous-jacentes à la construction de modèles se trouvent anéanties. Puisque les modèles ARMMI reposent explicitement sur

then revised to a greater extent, if not completely.

However, more comments are in order. When estimating equations or a univariate model, it is often assumed that the random part of the observed series has the properties of independence and homoscedasticity.

$$0, \quad i = 0, \\ s^2, \quad i = 0. \quad (4)$$

These assumptions no longer hold for the seasonally adjusted series: its central values become stochastically autocorrelated because of Slutsky's effect (1937):

This equation indicates a constant variance, equal to $g(0)s^2$, as well as a constant autocovariance for a given lag i , which makes the situation redeemable. At the ends of series the situation is not redeemable however: The variance and the autocovariance structure become completely variable from one period to the next, because the weights differ from period to period. As a matter of fact equation (5) rewrites:

$$\text{cov}(x_t, x_{t-i}) = s^2 \sum_{t \text{ ou } t-i < 43; \text{ ou } t \text{ ou } t-i > T-42} p_{t,k} p_{t-i,k-i} = s^2 g(i,t), \quad (6)$$

The same result is obtained when assuming second order stationarity of the series instead of stochastic independance: Seasonal adjustment destroys stationarity at the ends of series, that is for the first and last three years. More generally, seasonal adjustment makes the stochastic properties of series heterogeneous. The assumptions underlying the building of models are violated. Since ARIMA models explicitly rely on the assumption of second order stationarity, the heterogeneity re-

l'hypothèse de stationnarité des moments, l'hétérogénéisation résultant de la désaisonnalisation préalable des séries devrait causer nombre de complications dont la section 3 a témoigné.

Par contre, la désaisonnalisation tamise la composante aléatoire des séries, car le facteur $g(0,t)$ de l'équation (6) (et (5)) s'avère toujours inférieur à l'unité. Cette réduction de l'irrégularité devrait favoriser la prévision des séries désaisonnalisées au détriment de la prévision des séries brutes (car, ceteris paribus, moins une série est irrégulière, plus il est facile de la prévoir). La section 1 a montré que cet effet positif de réduction de l'irrégularité par la désaisonnalisation était plus que compensé par l'effet négatif de l'hétérogénéisation.

CONCLUSION

Les erreurs de prévision enregistrées ici lors de la prévision ARMMI des séries brutes sont inférieures - mais pas décisivement inférieures - à celles obtenues lors de la prévision ARMMI des séries désaisonnalisées. Par contre, l'identification de modèles ARMMI s'avère beaucoup plus facile pour les séries brutes.

Si on désaisonnalise la série brute allongée des prévisions brutes ARMMI, la série désaisonnalisée allongée résultante affiche des erreurs de prévision significativement inférieures à celles mesurées en régime de prévision ARMMI directe de la série désaisonnalisée. La désaisonnalisation de la série brute allongée comporte l'effet secondaire bénéfique d'améliorer les chiffres désaisonnalisés associés aux dernières données observées. En effet la taille des révisions, qu'ils doivent subir, se trouve réduite.

sulting for the prior seasonal adjustment of series should cause several complications, which were witnessed in Section 3.

On the other hand, seasonal adjustment reduces the noise component of series, because factor $g(0,t)$ of equation (6) (and (5)) always turns out to be lower than one. This reduction of irregularity should favour the forecasting of seasonally adjusted series over that of raw series. (Indeed the more regular a series, the easier it is to forecast, ceteris paribus.) Section 1 showed that this positive effect of noise reduction by seasonal adjustment was more than compensated by the negative heterogenization effect.

CONCLUSION

The forecasting error recorded herein with ARIMA forecasting of raw unadjusted series is lower - but not decisively lower - than that obtained with ARIMA forecasting of seasonally adjusted series. However, model identification is a lot easier for raw unadjusted series.

If one seasonally adjusts the raw series extended by raw ARIMA forecasts, the resulting forecasted seasonally adjusted series displays forecasting errors which are significantly lower than those encountered when ARIMA forecasting the seasonally adjusted series directly. Seasonally adjusting the raw extended series also entails a beneficial secondary effect. The seasonally adjusted values corresponding to the last observed data are improved: The size of revisions they require is reduced.

BIBLIOGRAPHIE / REFERENCES

- Box, J.E.P., Jenkins, G.M. (1970), Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day.
- Dagum, E.B. (1975), "Seasonal Factor Forecasts from ARIMA Models", Proceedings of the International Statistical Institute, 19th Session, Vol. 3, pp. 206-219.
- Dagum, E.B. (1979), "Further Modifications in the Selection of ARIMA Models for the X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method", Statistics Canada, Time Series Research and Analysis, Research Paper, 79-11-001E.
- Dagum, E.B. (1980), La méthode de désaisonnalisation X-11-ARMMI, Statistique Canada, cat. 12-564F; The X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method, Statistics Canada, cat. 12-564E.
- Dagum, E.B. (1982a), "Revisions of Time Varying Seasonal Filters", Journal of Forecasting, Vol. 1, pp. 173-187.
- Dagum, E.B. (1982b), "The effects of Asymmetric Filters on Seasonal Factor Revisions", J.A.S.A., Vol. 77, No. 380, pp. 732-738.
- Granger, C.W.J. (1978), "Seasonality, Causation, Interpretation, and Implications", Seasonal Analysis and Economic Time Series, Arnold Zellner Ed., U.S. Bureau of the Census, pp. 33-55.
- Kenny, P.B. and Durbin, J (1982), "Local Trend Estimation and Seasonal Adjustment of Economic and Social Time Series", J.R.S.S., Series A, Vol. 145, pp. 1-41.
- Lefrançois, B. et Lusby, C. (1982), "Des prévisions ARMMI de séries désaisonnalisées ou la désaisonnalisation de prévisions ARMMI" Analyse de la conjoncture, Statistique Canada, document de recherche.
- Lothian, J. and Morry, M. (1978), "Selection of Models for the Automated X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Programme", Statistics Canada, Time Series Research and Analysis, Research Paper 78-10-003F.
- Plosser, C.I. (1978), "A Time Series Analysis of Seasonality in Econometric Models", Seasonal Analysis of Economic Time Series, Arnold Zellner Ed., U.S. Bureau of the Census, pp. 365-407.
- Plosser, C.I. (1979), "Short-term Forecasting and Seasonal Adjustment", J.A.S.A., Vol. 74, No. 365, pp. 15-24.
- Shiskin, J., Young, A.H, Musgrave, J.C (1967), The X-11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program, U.S. Bureau of the Census, Technical Paper No. 15.
- Sims, C.A. (1974), "Seasonality in Regression", J.A.S.A., Vol 69, No. 347
- Slutsky, E. (1937), "The Summation of Random Causes as the Sources of Cyclic Processes", Econometrica, Vol. 5, pp. 105-146
- Wallis, K.F. (1978), "Seasonal Adjustment and Time Series Analysis", Seasonal Analysis of Economic Time series, Arnold Zellner Ed., U.S. Bureau of the Census, pp. 347-364.

