Statistics Canada Statistique Canada

Agriculture Statistics Division

[redacted]

Statistique Canada
Division de la statistique agricole
Section des revenus agricoles et
des prix à la production

Document de travail

Description de la méthode Theil de prévision de l'erreur quadatrique moyenne pour la statistique agricole

B - methodology

Numero 01

par

Stuart Pursey

Septembre 1980
4-3104-536

TABLE DES MATIERES

1.0 Introduction

Le but principal de ce document est de présenter, d'expliquer et de montrer les applications de la méthode de l'erreur type de prédiction de Theil. Cette méthode est une façon numérique et objective d'exprimer la qualité ou la «performance de prédiction» d'une estimation d'un paramètre qui fait l'objet d'une révision subséquente. La méthde de Theil se base sur les concepts et les méthodes utilisés pour décrire la qualité d'un procédé d'estimation. Ces concepts, à savoir l'exactitude, la précision et le biais, sont développés ci-après.

2.0 Partie I: La mesure de la qualité d'un procédé d'estimation

Le but de l'estimation est d'affecter une valeur à un paramètre inconnu. Heureusement, la méthode d'estimation que nous employons est telle qu'elle fournit de façon systématique les estimations qui sont proches de la valeur du paramètre. À titre d'exemple, considérons le paramètre Revenu agricole net en 1975. Cette valeur inconnue, en 1975, avait été estimée comme devant être $4,327.9 millions[1]. Sur le plan conceptuel, cette estimation de $4,327.9 millions n'est pas unique, une autre sélection aléatoire d'objets lors d'une enquête par sondage ou un autre personnel dans une procédure d'estimation subjective sont deux des nombreux exemples qui peuvent donner des valeurs différentes d'une estimation. Supposons qu'un procédé d'estimation peut donner n valeurs possibles du paramètre, que nous représenterons par le symbole Z. Plus

---

[1] Voir référence 12.

précisément, nous allons dénoter la population ou l'univers des estimations possibles par $z_1, z_2, \ldots, z_n$. L'enquête donne une des valeurs, par exemple z_{17}, mais n'importe laquelle des autres pourrait se réaliser. Des mesures objectives et numériques de la qualité des z sont basées sur les notions d'exactitude, de biais et de précision décrites à la partie suivante.

2.1 Trois mesures de la qualité: exactitude, biais et précision

Les concepts d'exactitude, de biais et de précision sont souvent expliqués en termes des résultats d'un tireur visant une cible. Dans cette analogie, le centre de la cible représente la valeur du paramètre et les coups tirés sur la cible représentent les estimations. Un procédé d'estimation parfait correspondrait au cas où le tireur atteindrait le centre de la cible à chaque fois. L'extrait qui suit, tiré de Murphy (1961), est une explication de ce genre.

> «Il est en fait intéressant de comparer la question des mesures à celle d'un tireur visant un cible. Nous l'appellerions un tireur précis si, après avoir tiré une série de coups, il a été capable de placer tous ses coups dans un cercle plutôt petit sur la cible. Un autre tireur qui serait incapable de grouper ses tirs dans un cercle aussi petit serait naturellement considéré comme moins précis. La plupart des gens accepteraient cette description, que le tireur touche le centre de la cible ou non.
>
> Naturellement tous seraient d'accord pour dire que si notre tireur touchait le centre de la cible à chaque fois, ou presque, on pourrait l'appeler tireur précis. Malheureusement, il peut être un tireur très précis, mais si son fusil est mal ajusté, il se peut que le petit cercle des coups soit centré dans un point situé à une certaine distance du centre de la cible. Dans ce cas, nous pourrions le considérer comme un tireur non précis. Peut-être nous pourrions dire qu'il serait un tireur éventuellement précis qui tire avec un fusil mal ajusté, mais au sens strict, nous devrons dire que les résultats n'ont pas été précis.»

Par conséquent, un procédé d'estimation qui donnerait des z_i qui sont systématiquement voisins l'un de l'autre (même s'ils ne sont pas proches du paramètre Z) sera considéré précis. Comparons les figures 2.1 a. et d. (précises) aux figures 2.1 b. et c. (non précises). Si le procédé donne des z_i qui «en moyenne» se situent à la valeur Z ou près de celle-ci, alors on considérera que le procédé a un biais faible (même si individuellement les estimations sont très éloignées de Z). Comparons les figures 2.1 c. et d. (biais faible) aux figures 2.1 a. et b. (biais élevé). En fin de compte, si le procédé est à la fois précis et de biais faible, il sera considéré comme exact. Comparons les figures 2.1 a., b. et c. (non précises) aux figures 2.1 d. (précises).

Examinons maintenant les définitions numériques de l'exactitude, du biais et de la précision. À titre d'exemple, supposons que nous avons deux procédés d'estimation en concurrence, soit le procédé A, qui ne peut donner que cinq estimations possibles,

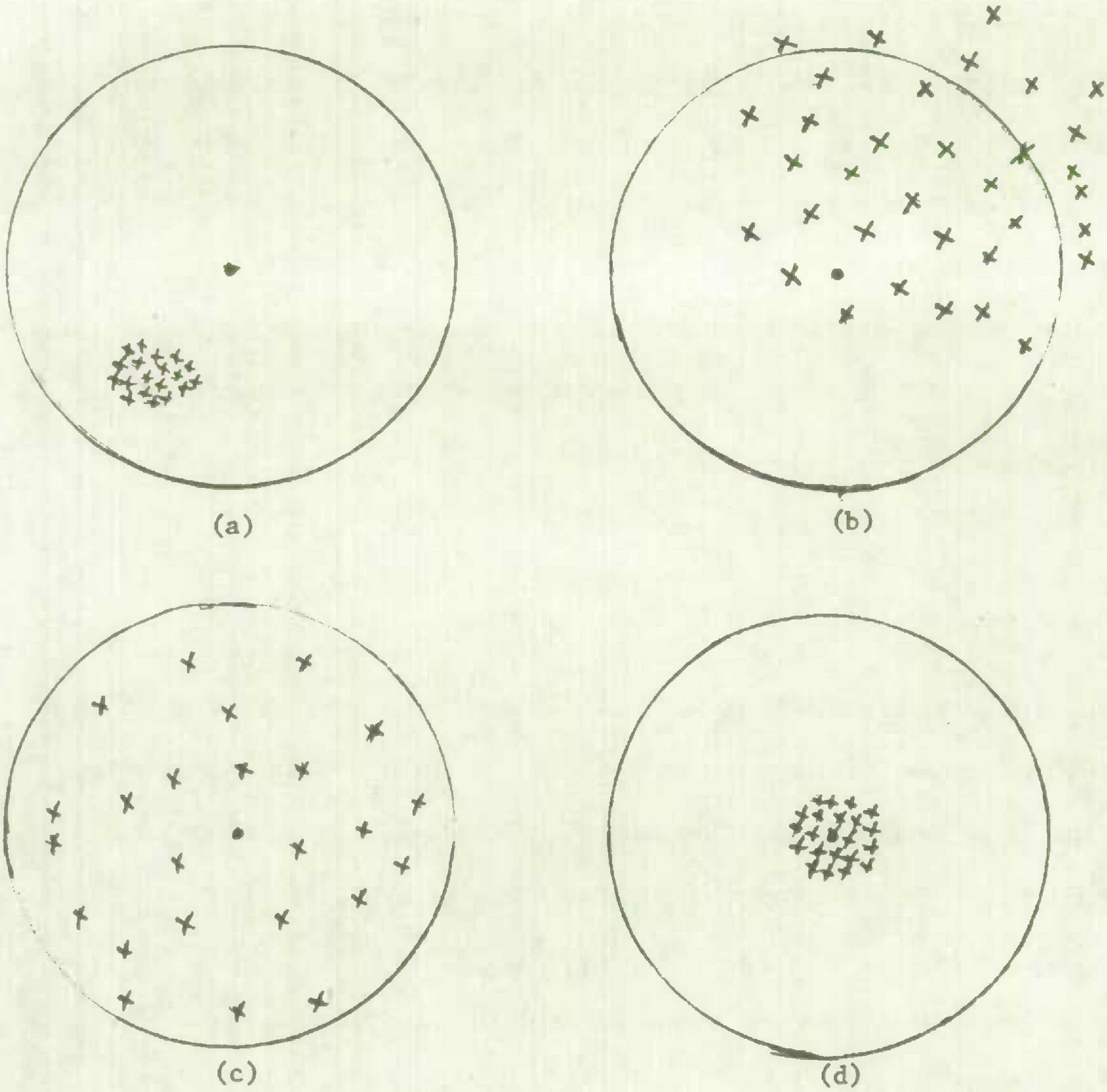
$z_1 = 14,\ z_2 = 16,\ z_3 = 15,\ z_4 = 17,\ z_5 = 13;$

et le procédé B, qui lui aussi ne peut donner que cinq estimations possibles,

$z_1 = 9,\ z_2 = 5,\ z_3 = 20,\ z_4 = 15,\ z_5 = 21.$

Supposons de plus que la valeur du paramètre Z est égale à \$15. Un procédé d'estimation va probablement donner beaucoup plus que cinq possibilités. Des estimations différentes sont les résulats de sélections aléatoires différentes d'objets, d'erreurs non dues à l'échantillonnage, de décisions à l'emporte-pièce, de règles empiriques, en fait, la liste est infinie. Toutes les estimations n'auront pas la même probabilité d'être l'estimation que nous

Figure 2.1: Illustration du biais, de la précision et de l'exactitude par l'exemple du tireur.



Biais faible: (c) et (d)

Précis: (a) et (d)

Exact: (d)

. - valeur réelle

x - estimation

obtiendrons à la fin comme notre représentation de Z. Si nous estimons, par exemple, la hauteur moyenne des Canadiens à partir des hauteurs d'une sélection aléatoire de 100 sujets, il est beaucoup plus probable que la hauteur moyenne se révèlera être autour de cinq pieds et demi que autour de six pieds et demi, bien que les deux estimations soient tout à fait possibles. Afin d'expliquer les concepts d'exactitude, de biais et de précision, il est plus simple de supposer que chacune des estimations $z_1, z_2, \ldots, z_n$ a la même probabilité de se réaliser. Cette simplification n'a aucun effet sur la compréhension de ces concepts, mais aux fins d'exhaustivité, on présente brièvement à l'annexe 1 les z_i à probabilités inégales.

(i) Exactitude

La mesure numérique de l'exactitude est appelée erreur quadratique moyenne (EQM). L'EQM se calcule de cette façon: pour chacun des n z_i, on calcule la quantité $(z_i - Z)^2$, puis on calcule la moyenne de ces n quantités. La racine carrée de cette moyenne est appelée l'erreur type de z. La formule qui donne l'EQM de z est:

$$\text{EQM }(z) = \frac{1}{n}((z_1 - Z)^2+(z_2 - Z)^2+\ldots+(z_n - Z)^2)$$

ou si l'on se sert du sigma pour dénoter la sommation,

$$\text{EQM }(z) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(z_i - Z)^2 \quad .$$

L'erreur type de z est

$$\text{ET }(z) = \sqrt{\text{EQM}(z)} \quad .$$

Revenons aux procédés d'estimation A et B décrits plus haut:

$$\text{EQM (z pour A)} = 1/5((14-15)^2+(16-15)^2+(15-15)^2+(17-15)^2+(13-15)^2)$$

$$= 2 \text{ dollars carrés}$$

et

$$EQM \text{ (z pour B)} = 1/5((9-15)^2+(5-15)^2+(20-15)^2+(15-15)^2+(21-15)^2)$$

$$= 39.4 \text{ dollars carrés.}$$

En prenant les racines carrées:

ET (z pour A) = 1.414 dollar

et

ET (z pour B) = 6.277 dollars.

La dispersion des z autour de Z est moins grande dans le cas de la méthode A que dans la méthode B. Par conséquent, nous concluons que le procédé A est plus précis que le procédé B.

(ii) Biais

Examinons maintenant la qualité du procédé d'estimation «en moyenne» en nous servant d'une quantité dénotée E(z). E(z) est défini comme la valeur attendue de z; c'est la valeur de z que nous obtiendrons «en moyenne» ou «à long terme». En nous servant de l'hypothèse simple de z se réalisant de façon égale, la valeur attendue est une moyenne simple de tous les z

$$E(z) = \frac{1}{n}(z_1+z_2+...+z_n)$$
$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} z_i \quad .$$

Pour le procédé A:

E(z pour A) = 1/5(14 + 16 + 15 + 17 + 13) = \$15

et pour le procédé B:

E(z pour B) = 1/5(9 + 5 + 20 + 15 + 21) = \$14.

Donc, «en moyenne» le procédé A va donner \$15, et le procédé B, \$14. Remarquons que la valeur attendue du procédé A, \$15, est égale à la valeur de Z. Le procédé A est par conséquent appelé un procédé d'estimation sans biais. Le biais, que l'on dénote B(z), se définit ainsi:

$$B(z) = E(z) - Z.$$

Donc

$$B(z \text{ pour } A) = 15 - 15 = 0 \text{ dollar}$$

et

$$B(z \text{ pour } B) = 14 - 15 = 1 \text{ dollar}.$$

«En moyenne», le procédé A est meilleur que le procédé B, si nous mesurons la qualité grâce au biais.

Il ne faut pas attacher une importance démesurée au biais, parce que les expériences ou les enquêtes ne sont jamais effectuées «en moyenne». Supposons, par exemple, qu'un autre procédé d'estimation donne z_1 = \$1 ou z_2 = \$29. La valeur attendue est \$15 = (1 + 29)/2, et par conséquent elle est sans biais, mais le procédé ne va jamais donner une estimation proche de \$15.

(iii) Précision

Nous avons jusqu'à maintenant examiné deux mesures de la qualité d'une estimation, à savoir le biais, mesuré par E(z) - Z, et l'exactitude, mesurée par ET. Examinons maintenant une troisième mesure de la qualité, que l'on appelle la précision, et que l'on mesure par un nombre appelé la variance du procédé d'estimation. Tout en conservant la convention simplifiée d'une même probabilité de réalisation des z, la variance est égale à la moyenne des n quantités $(z - E(z))^2$. Donc:

$$\mathrm{Var}(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (z_i - E(z))^2.$$

Cette quantité est semblable sur le plan des calculs à l'erreur quadratique moyenne. La seule différence est que la variance mesure la dispersion autour de la valeur attendue, tandis que l'erreur quadratique moyenne mesure la dispersion autour de la valeur du paramètre Z. L'écart type de Z se définit comme la racine carrée de la variance,

$$SE(z) = \sqrt{Var(z)}.$$

Lors de notre examen du biais, nous avions E(z pour A) = \$15, et E(z pour B) = \$14, nous constatons que

$$Var(z \text{ pour } A) = 1/5((14-15)^2+(16-15)^2+(15-15)^2+(17-15)^2+(13-15)^2)$$
$$= 2 \text{ dollars carrés;}$$

et

$$Var\ (z \text{ pour } B) = 1/5((9-14)^2+(5-14)^2+(20-14)^2+(15-14)^2+(21-14)^2)$$
$$= 38.4 \text{ dollars carrés.}$$

En prenant les racines carrées:

$$SE(z \text{ pour } A) = \$1.414$$

et

$$SE(z \text{ pour } B) = \$6.197.$$

Comme l'écart type du procédé A est inférieur à celui du procédé B, nous dirons que le procédé A est plus précis que le procédé B. Remarquons que cette mesure de la qualité ne fait pas intervenir le paramètre Z, et par conséquent, on pourrait croire qu'il s'agit là d'une mauvaise mesure de la qualité. Toutefois, pour des raisons qui seront examinées à la partie 2.3, c'est peut-être la mesure la plus pratique de la qualité.

2.2 Le coefficient de variation

Le coefficient de variation de z est défini ainsi:

$$C.V.(z) = 100\% \times SE(z)/E(z).$$

La définition du coefficient de variation s'explique par l'anomalie suivante. Supposons, par exemple, que les dépenses en provendes dans les provinces des Prairies sont estimées à $250 millions, que les dépenses en services vétérinaires sont estimées à $30 millions et que l'écart type de ces deux variables est $10 millions. Il ne serait donc pas surprenant de constater que la valeur réelle des dépenses en services vétérinaires se trouve quelque part dans l'intervalle $10 millions - $50 millions*, ce qui est quand même un intervalle considérable pour des estimations plausibles. Inversement, nous pourrions fort raisonnablement considérer les estimations au titre des dépenses en provendes, en dépit du même écart type, comme étant tout à fait stables, la valeur réelle se trouvant quelque part dans l'intervalle de $130 millions- $280 millions*, c'est-à-dire qu'elle ne varierait pas beaucoup. Afin de faire une distinction numérique entre ces deux écarts types «équivalents», nous définissons le coefficient de variation comme une mesure de variabilité par rapport à la moyenne. Nous obtenons donc un C.V. = 4.0 % pour les estimations des provendes et un C.V. = 33.0 % pour les estimations des dépenses en services vétérinaires. Ce chiffre montre de façon assez convaincante qu'en termes de relation ou de proportion, l'estimation pour les provendes est la meilleure, en dépit des écarts types «équivalents».

---

* Ces limites sont (estimation - 2 SE) à (estimation + 2 SE)

Le coefficient de variation est une mesure utile pour comparer la qualité relative des estimations portant sur des articles différents (tels que les provendes et les services vétérinaires), dont on prévoit que les totaux vont différer considérablement, et on peut donner comme autres exemples les estimations des dépenses en instruments divers, en engrais, les frais d'assurance et le coût du mazout. De plus, comme le coefficient de variation est un chiffre sans dimension, il est possible de l'utiliser pour comparer la précision contre des articles qui ont des unités différentes telles que les dépenses, le bétail et la superficie.

Revenons aux procédés A et B:

$$C.V.(A) = 100 \times 2/15 = 9.43\%$$

et

$$C.V.(B) = 100 \times 38.4/14 = 44.26\%.$$

Par conséquent, par rapport à leurs moyennes, le procédé A est plus précis que le procédé B.

2.3 Relation entre l'exactitude, le biais et la précision et leur estimation

Nous avons examiné trois mesures fondamentales de la qualité:

1. l'exactitude, mesurée par

$$EQM(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (z_i - Z)^2;$$

2. le biais, mesuré par

$$B(z) = E(z) - Z, \text{ et}$$

3. la précision, mesurée par

$$Var(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (z_i - E(z))^2$$

Or, on sait que ces trois mesures de la qualité sont reliées entre elles mathématiquement. Plus précisément, nous avons

$$EQM(z) = Var(z) + B(z)^2$$

de sorte que l'exactitude se compose de deux éléments distincts: la précision et le biais.
Laissons de côté maintenant l'exactitude, et concentrons-nous sur l'étude de la précision et du biais, puisque l'exactitude peut toujours être calculée si nous connaissons la précision et le biais.

Le calcul du biais et de la précision, explicité par les formules ci-dessus, est impossible pour deux raisons. D'abord, nous ne connaissons pas la valeur de Z (et si nous la connaissions, nous n'aurions aucune raison de l'estimer) et ensuite, le procédé d'estimation ne donne qu'un seul z_i, par exemple z_{17}, plutôt que tous les z. Essayons plutôt <u>d'estimer</u> Var(z) et B(z), plutôt que de les <u>calculer</u>.

Tout d'abord, nous devons examiner les sources de l'erreur qui causent le biais et l'imprécision. Ces sources d'erreurs se divisent en deux classes générales: les erreurs non dues à l'échantillonnage et les erreurs d'échantillonnage.

Les erreurs d'échantillonnage se présentent lorsqu'une partie seulement de la population fait l'objet d'une mesure et non la population toute entière. Par conséquent, les données d'échantillonnage, lorsqu'elles sont traitées pour donner l'estimation, ne seront pas égales à la valeur vraie, sauf par hasard. L'erreur ainsi obtenue s'appelle l'erreur d'échantillonnage.

Dans les enquêtes par sondage, il est possible d'estimer l'erreur moyenne d'échantillonnage de tous les échantillons possibles sur la base des données <u>brutes</u> réelles du seul échantillon que nous avons réussi à tirer lors de l'enquête. En d'autres termes, non seulement les données brutes donnent l'estimation z, mais elles fournissent également une estimation de la partie du biais et de la précision imputable à l'erreur d'échantillonnage. Les formules destinées à calculer l'estimation de l'erreur d'échantillonnage dépendent du type de plan de sondage choisi, qui peut être un sondage aléatoire simple, un sondage en grappes, un sondage stratifié ou n'importe lequel d'un certain nombre d'autres plans (ou même, de combinaisons de plans de sondage). Ce qu'il faut retenir à propos des enquêtes par sondage est que, compte tenu du plan de sondage et des données brutes obtenues par la suite, il est possible de calculer l'estimation z et de calculer mathématiquement de bonnes estimations de l'erreur d'échantillonnage.

Dans les enquêtes par sondage non probabilistes ou des procédés d'estimation subjectifs, on ne se sert pas d'un plan de sondage probabiliste précis. Du point de vue du procédé qui consiste à établir la qualité des estimations produites, les enquêtes non probabilistes sont extrêmement complexes. En gros, il n'y a qu'un seul z, et aucune façon de mesurer l'erreur d'échantillonnage.

Comme leur nom le suggère, les erreurs non dues à l'échantillonnage sont toutes des erreurs qui ne sont pas imputables au tirage d'un échantillon (par opposition à une enquête exhaustive) à partir d'une population. On peut citer les exemples suivants d'une liste infinie d'erreurs de ce genre: les erreurs de calcul, la non-réponse, les mauvaises réponses, les erreurs de saisie des données, et ainsi de suite. La détection et la mesure de ce type d'erreur sont très difficiles. La meilleure solution consiste à éviter le problème le plus possible. On consacre donc des ressources pour détecter, minimiser et contrôler ces erreurs. Un questionnaire bien conçu, la formation des énumérateurs, une vérification par ordinateur et des ensembles d'imputation, la vérification de la qualité après l'enquête et la vérification de la saisie des données sont plusieurs exemples de méthodes destinées à contrôler ce type d'erreurs. Les erreurs non détectées et non contrôlées, toutefois, sont très probablement non mesurables.

Dans la pire des hypothèses, une enquête non probabiliste et des erreurs non dues à l'échantillonnage non détectées et non contrôlées, on obtiendra une mesure de la qualité des données entièrement insatisfaisante. Dans la meilleure des hypothèses, une enquête par sondage et une erreur non due à l'échantillonnage minimale, il est possible de mesurer efficacement, mais non parfaitement, la qualité des données.

Supposons, toutefois, que les estimations font l'objet d'une révision périodique. Theil (1954, 1963) a mis au point une méthode pour estimer la qualité d'une estimation qui n'a pas encore été révisée, par rapport à une révision subséquente, basée sur des estimations originales et révisées des années précédentes. Ainsi, contrairement aux situations décrites dans les parties qui ont précédé, nous connaîtrons en fait la valeur réelle à une date ultérieure. Les parties qui suivent examinent cette méthode.

Partie II. La méthode de l'erreur type de prédiction de Theil

3.1 Calcul de l'ETP

Le tableau 3.1 présente les estimations du revenu agricole net réalisé au cours des années 1971-1978. La première colonne contient les estimations originales ou les «prédictions», et la deuxième colonne présente les estimations révisées. La qualité ou la «performance de la prédiction» ou encore, «performance prédictive», des estimations originales pour les années 1971-1977 est assez claire. Ainsi, en 1971, l'estimation originale était inférieure de \$1,167.4 - \$1,359.6 = -\$192,2 millions, ou -14.1 %. Pour l'année 1978, toutefois, nous ne pouvons calculer ce chiffre. Mais peut-être est-il possible que l'exactitude typique, mesurée au cours des années 1971-1977, peut servir à établir par inférence l'exactitude de l'estimation pour l'année 1978. Le procédé de Theil consiste à calculer l'exactitude moyenne de l'estimation pour la période 1971-1977 et de l'utiliser pour calculer par inférence l'exactitude pour l'année 1978. On se souviendra qu'à la partie 2.1, la mesure de l'exactitude est l'erreur quadratique moyenne

$$EQM = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(z_i - Z)^2,$$

et nous constatons que:

$$EQM(1971) = \frac{1}{1}(1{,}167.4 - 1{,}359.6)^2 = -192.2^2 = \$36{,}940.8$$

$$EQM(1972) = -141.3^2 = 19{,}965.7$$

$$EQM(1973) = 261.9^2 = 68{,}599.5$$

$$EQM(1974) = -372.1^2 = 138{,}437.6$$

$$EQM(1975) = -217.2^2 = 47{,}179.7$$

$$EQM(1976) = -378.0^2 = 142{,}874.9$$

$$EQM(1977) = -263.9^2 = 69{,}663.2.$$

L'EQM moyenne pour ces années est $\$273.5^2$ = \$74,808.8.

Tableau 3.1.1: Estimations du revenu agricole net réalisé, Canada, 1971-1978

	Estimation originale (novembre de l'année)	Estimation révisée (juin de l'année suivante)
1971	1,167,392	1,359,579
1972	1,988,604	2,129,944
1973	2,968,266	2,706,351
1974	3,471,401	3,843,473
1975	3,959,277	4,176,486
1976	3,362,839	3,740,827
1977	3,264,703	3,528,641
1978	4,421,374	*

* Estimation révisée et prévue pour juin 1979.

Ce nombre est appelé erreur quadratique moyenne de prédiction (EQMP). Sa racine carrée, \$273.5 millions, est l'erreur type de prédiction (ETP). Notons que de par sa définition même, le procédé de Theil donne une estimation de l'exactitude, ou si l'on veut, une estimation de la précision plus le biais au carré. Plus précisément, nous allons définir

$$\text{EQMP} = \frac{1}{n}\left((P_1-A_1)^2+(P_2-A_2)^2+\ldots+(P_n-A_n)^2\right)$$
$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(P_i - A_i)^2,$$

où P_i est une prédiction, A_i est l'estimation révisée, n est le nombre d'années, et

$$\text{ETP} = \sqrt{\text{EQMP}}$$

Par conséquent, l'ETP calculée pour le revenu net réalisé est

$$\text{ETP} = \sqrt{\frac{1}{7}\left((1{,}167.4 - 1{,}359.6)^2+(1{,}988.6 - 2{,}129.9)^2+\ldots+(3{,}264.7 - 3{,}528.6)^2\right)}$$

$$= \$273.5 \text{ millions}$$

De ceci, nous déduisons, par inférence, que la performance prédictive ou la qualité de l'estimation pour 1978 est \$273.5 millions.

La mesure de la qualité a été calcuée ci-dessus à partir des erreurs brutes. Une autre approche pour définir l'erreur consiste à calculer l'erreur en pourcentage en se servant de l'estimation révisée. La formule sera de 100 % fois $(P_i - A_i)/A_i$, et donnera une autre formule de l'ETP pour calculer l'erreur moyenne en pourcentage, c'est-à-dire

$$\text{ETP (en \%)} = 100\ \% \times \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{P_i - A_i}{A_i}\right)^2$$

L'erreur brute sera alors indépendante de la taille de l'estimation révisée. Ainsi, une erreur brute de $1 million pour un article dont la taille est de $10 millions (d'erreur de 10 %) a la même erreur en pourcentage qu'une erreur brute beaucoup plus importante de $10 millions sur un article dont la taille est de $100 millions (même erreur de 10 %). Cette caractéristique des erreurs en pourcentage est souvent une bonne indication intuitive, et les erreurs en pourcentage sont par conséquent souvent utilisées à la place des erreurs brutes.

En nous servant des erreurs en pourcentage, nous obtenons l'ETP des estimations originales du revenu net réalisé:

$$\text{ETP (en \%)} = \sqrt{\frac{1}{7}((-14.14)^2+(-6.64)^2+\ldots+(-7.48)^2)}$$

$$= 9.38\ \%$$

et nous déduisons, par inférence, que la performance prédictive de l'estimation pour 1978 est 9.38 %.

Nous avons étudié ici les mécanismes du calcul de l'ETP. Les parties suivantes vont traiter de son application, des hypothèses nécessaires à son calcul et d'autres questions diverses.

3.2 Estimation valide de l'ETP

La méthode de Theil exige une hypothèse très stricte. Nous avons supposé que l'ETP vraie pour chacune des années est la même. Dans ce cas, nous pouvons regrouper l'information de toutes les années afin d'estimer l'ETP vraie commune et de l'utiliser pour déduire l'ETP pour 1978, en supposant de plus que l'ETP vraie pour 1978 est égale à l'EPT vraie commune des années précédentes.

Fondamentalement, ce que l'on vient de dire c'est que pour avoir une estimation valide, tout doit être vraiment représentatif de tout.

Comme les méthodes, le personnel et la structure des données changent, parfois même, assez souvent, il peut être difficile de trouver des années représentatives pour estimer l'ETP. Il semble qu'il soit impossible de sortir de ce dilemme, et par conséquent, une estimation valide de l'ETP sera parfois impossible. La meilleure approche semble consister à calculer l'ETP et à examiner ces éléments afin d'y trouver au moins une certaine cohérence d'une année à l'autre. Les années «aberrantes», c'est-à-dire celles qui sont soit trop bonnes ou trop mauvaises par rapport aux autres, seraient probablement éliminées et l'ETP recalculée. Dans la partie suivante, nous présentons un exemple de ce problème.

3.3 Applications de l'ETP

L'ETP a deux utilisations fondamentales: la comparaison des performances prédictives et le calcul des intervalles de confiance.

a) Comparaison des performances prédictives

L'ETP est une mesure utile pour comparer les performances prédictives des estimations entre différents articles (par exemple, les recettes en espèces, le total des dépenses et le revenu agricole net réalisé), entre les provinces et entre les types d'estimations (par exemple, l'estimation prévue, l'estimation projetée et la première estimation publiée).

Le tableau 3.3.1 montre, dans le cas des recettes en espèces, le total des dépenses et du revenu réalisé, les ETP des prévisions par rapport à la première estimation publiée, et la projection par rapport à la première estimation publiée pour chaque province et le Canada, à partir des données pour les années 1971-1977. Le tableau 3.3.2 montre les données brutes utilisées pour calculer les ETP pour le total des dépenses dans le cas de l'Île-du-Prince-Édouard, ainsi que les autres calculs qui ont donné les ETP pour l'Île-du-Prince-Édouard figurant au tableau 3.3.1.

Tableau 3.3.1: Erreurs types de prédiction pour la prévision et la projection par rapport à la première estimation publiée du total des dépenses, des recettes en espèces et du revenu agricole net réalisé pour le Canada et les provinces (calculé à partir des erreurs en pourcentage et portant sur la période 1971-1977)

Province	Total des dépenses		Recettes en espèces		Revenu agricole net réalisé	
	I/III	II/III	I/III	II/III	I/III	II/III
	%		%		%	
Île-du-Prince-Édouard	9.4	1.7	20.2	6.0	56.9	20.3
Nouvelle-Écosse	13.0	5.5	12.4	2.6	30.6	17.2
Nouveau-Brunswick	11.8	4.5	16.7	4.8	46.6	17.9
Québec	9.1	1.6	10.0	3.4	25.0	11.9
Ontario	8.6	2.4	10.7	3.6	26.0	14.5
Manitoba	13.0	3.1	16.6	4.5	35.7	13.3
Saskatchewan	10.3	3.3	18.7	3.9	38.2	11.3
Alberta	10.7	3.0	14.9	3.2	28.4	8.7
Colombie-Britannique	14.3	5.7	12.9	4.6	21.5	14.1
Canada	9.6	2.3	12.8	2.7	28.5	9.4

Source des données brutes: Les conférences des perspectives agricoles canadiennes, 1971-1977.

I/III - prévision par rapport à la première estimation publiée.
II/III - projection par rapport à la première estimation publiée.

Tableau 3.3.2 Total des dépenses pour l'Île-du-Prince-Édouard et calculs donnant les ETP figurant au tableau 3.3.1

Année	Prévision	Projection	Première estimation publiée
1971	39,000	37,005	37,517
1972	37,500	37,878	38,308
1973	37,963	44,341	45,819
1974	49,016	58,003	58,703
1975	65,339	66,929	65,592
1976	73,568	70,062	69,968
1977	73,915	72,565	71,816

Source: Conférences des perspectives agricoles canadiennes, 1971-1977.

1. ETP pour la prévision par rapport à la première estimation publiée

$$ETP = \sqrt{\frac{1}{7}\left(\left(\frac{39,000-37,517}{37,517}\right)^2+\left(\frac{37,500-38,308}{38,308}\right)^2+\ldots+\left(\frac{73,915-71,816}{71,816}\right)^2\right)}$$

$= 9.4\ \%$

2. ETP pour la projection par rapport à la première estimation publiée

$$ETP = \sqrt{\frac{1}{7}\left(\left(\frac{37,005-37,517}{37,517}\right)^2+\left(\frac{37,500-38,308}{38,308}\right)^2+\ldots+\left(\frac{72,565-71,816}{71,816}\right)^2\right)}$$

$= 1.7\ \%$

Ce qui saute immédiatement aux yeux dans le cas du tableau 3.3.1 c'est que la projection est un prédicteur bien meilleur de la première estimation publiée que la prévision. Il ne semble pas qu'il y ait des différences considérables entre les provinces, bien qu'on pourrait croire que les estimations dans les Maritimes sont les plus faibles. En fin de compte, le total des dépenses et les recettes en espèces sont mesurés avec une qualité à peu près égale, mais avec beaucoup plus de robustesse que les estimations du revenu net réalisé.

Dans le cas du tableau 3.3.3, la deuxième illustration, on s'est servi de 15 années de données pour calculer l'ETP pour la production de porcs. Mais ici, si nous examinons la tendance des erreurs en pourcentage au cours de la période en question, l'indispensable hypothèse voulant que <u>chaque</u> année soit représentative de <u>toutes</u> les autres semble ne pas être respectée. Les cinq dernières années, 1972-1976, semblent former un groupe bien défini, et il apparaîtrait que l'ETP basée sur ce groupe donnerait une estimation plus réaliste de l'ETP vraie courante pour la production de porcs.

Pour cette raison, on a recalculé l'ETP en se servant des cinq dernières années. L'ETP est passée de 14.5 % à 1.9 %, comme on peut le voir au tableau 3.3.4.

On voit ici l'utilité d'examiner la tendance des erreurs en pourcentage, d'abord pour isoler les bonnes années afin d'estimer l'ETP, et ensuite pour avoir une série historique des erreurs en pourcentage qui pourrait être utile en elle-même.

b) Intervalles de confiance

Un intervalle de confiance est une limite inférieure et une limite supérieure créées de telle façon qu'avec une certaine probabilité connue (par exemple, 95 %), les limites inférieure et supérieure vont contenir l'estimation révisée obtenue par la suite. Si l'on suppose que les estimations prédites et révisées suivent toutes les deux une ditribution normale, les limites à 95 % sont (valeur prédite - 2.00 fois ETP) à (valeur prédite = 2.00 fois ETP).

Le chiffre 2.00 est spécifiquement associé à un distribution normale, de sorte que si la distribution ne l'est pas, l'utilisation de 2.00 n'est pas correcte.

Une fois les intervalles de confiance délimités, on pourrait se convaincre que la distribution est normale ou peut raisonnablement être supposée normale. Dans le cas des enquêtes par sondage, il est habituellement valide de supposer une distribution normale (par le biais du théorème limite central de la statistique), mais lorsqu'on obtient des estimations de façon subjective ou lors d'enquêtes non probabilistes, la validité d'une telle hypothèse est beaucoup plus douteuse. Par conséquent, pour tout ensemble précis de données, l'analyste doit se préparer à réfléchir à ce problème. En cas de doute, il serait intéressant de construire des intervalles de confiance et de voir ensuite si les intervalles couvrent les estimations révisées obtenues par la suite. Si les résultats empiriques montrent que c'est le cas, c'est-à-dire dans 95 % du temps, l'analyste aura plus de confiance dans la préparation des intervalles.

Tableau 3.3.3: ETP de la production de porcs (en milliers)

Porcs C.-B.

ANNÉE	PRÉDICTION	ESTIMATION RÉVISÉE	ERREUR	ERREUR EN %
1961	47.0	41.6	5.4	12.981
1962	42.0	42.0	0.0	0.000
1963	37.0	38.0	-1.0	-2.632
1964	39.0	41.0	-2.0	-4.878
1965	36.0	39.0	-3.0	-7.692
1966	38.0	37.4	0.6	1.604
1967	44.0	50.0	-6.0	-12.000
1968	41.0	53.0	-12.0	-22.642
1969	38.0	51.0	-13.0	-25.490
1970	49.0	63.0	-14.0	-22.222
1971	47.0	73.5	-26.5	-36.054
1972	58.0	57.6	0.4	0.694
1973	52.0	51.2	0.8	1.563
1974	56.0	54.7	1.3	2.377
1975	56.0	54.3	1.7	3.131
1976	58.0	57.6	0.4	0.694

ERREUR TYPE DE PRÉDICTION DE THEIL

ERREURS : 9.001

ERREURS EN % : 14.534

TABLEAU 3.3.4: ETP pour la production de porcs (en milliers)

PORCS C.-B.

ANNÉE	PRÉDICTION	ESTIMATION RÉVISÉE	ERREUR	ERREUR EN %
1972	58.0	57.6	0.4	0.694
1973	52.0	51.2	0.8	1.563
1974	56.0	54.7	1.3	2.377
1975	56.0	54.3	1.7	3.131
1976	58.0	57.6	0.4	0.694

ERREUR TYPE DE PRÉDICTION DE THEIL

ERREURS : 1.053

ERREURS EN % : 1.942

La principale application de l'ETP, est à mon avis sa capacité à comparer et à évaluer de façon objective les forces et les faiblesses d'estimation entre articles, provinces et types de prédiction.

3.4 Prédiction des variations plutôt que des niveaux

On prédit souvent les variations de pourcentage ou de niveau par rapport aux années précédentes plutôt que les niveaux proprement dits. En d'autres termes, nous pouvons prédire que les recettes en espèces vont augmenter, disons, de 11 %, ou de, disons, $13 millions, au lieu de prédire leur niveau absolu. Le calcul des ETP sur la base des variations est identique à celui des niveaux absolus, nous remplaçons simplement le niveau prédit par la variation prédite et l'estimation du niveau révisé par l'estimation de la variation révisée, et on effectue les calculs comme pour le reste.*

Sur le plan conceptuel, il est possible de calculer à la fois une ETP basée sur les variations et une ETP basée sur les niveaux pour chaque article. Par conséquent, on peut se poser la question de savoir quel type de ETP il faut calculer. Il semblerait raisonnable de calculer l'ETP basée sur les variations lorsque les estimations de ces variations sont publiées, et de calculer l'ETP basée sur les niveaux lorsque ces derniers sont publiés.

3.5 Autres méthodes d'estimation de la performance prédictive

Le développement le plus intéressant de la méthode de Theil consiste à décomposer l'ETP en une proportion du biais, une

---

* Selon la définition conceptuelle d'une variation prédite et d'une variation réalisée, l'ETP (dans le cas des niveaux) peut être égale à l'ETP (dans le cas des variations). C'est tout ce que nous en dirons ici, mais voir Tukey (1976) pour son examen des définitions raisonnables d'une variation réalisée.

proportion de la variance et une proportion de la covariance. Une autre méthode, qui ne se rapporte pas directement à l'ETP, est de nature graphique et consiste à tracer les prédictions par comparaison aux estimations révisées.

Ces méthodes sont examinées dans Theil (1966), qui est une excellente source de renseignements sur la précision des prévisions.

3.6 Conclusion

Bien que la méthode ETP a des limites que l'utilisateur ne doit jamais oublier (une hypothèse très stricte, une interprétation précise et un domaine d'application limité aux estimations révisées), elle nous permet néanmoins d'exprimer de façon numérique, par rapport à une révision subséquente, la qualité d'un procédé d'estimation subjectif de manière objective. Ceci est, à notre avis, essentiel car des affirmations subjectives de la qualité sont nébuleuses et difficiles à définir et à interpréter de façon cohérente.

ANNEXE 1

Valeurs et variances attendues pour des z_i à probabilité inégale

À la partie 2.1, on avait supposé que chacune des estimations possibles

$$z_1 = 14,\ z_2 = 16,\ z_3 = 15,\ z_4 = 17,\ z_5 = 13$$

avait la même probabilité de réalisation. Supposons, toutefois, que z_2 se réalise 96 % du temps et que les autres estimations se réalisent 1 % du temps à chaque fois. Il apparaît par conséquent que «à long terme» ou «en moyenne» nous n'obtiendrons plus \$15. Par conséquent, la valeur attendue est définie correctement dans le cas du procédé A comme

$$E(z) = (0.01 \times 14) + (0.96 \times 16) + (0.01 \times 15) + (0.01 \times 17) + (0.01 \times 13) = \$15.95.$$

La valeur attendue est en fait une moyenne pondérée des z, où les poids sont la probabilité de réalisation. Par conséquent, $p_1 = 0.1$, $p_2 = 0.96$, $p_3 = 0.1$, $p_4 = 0.1$, et $p_5 = 0.1$, sont les poids de probabilité du procédé A. Plus précisément, on définit la valeur attendue comme:

$$\begin{aligned} E(z) &= p_1 z_1 + p_2 z_2 + \ldots + p_n z_n \\ &= \sum_{i=1}^{n} p_i z_i . \end{aligned}$$

En nous servant du même raisonnement, nous définissons la variance du procédé A comme:

$$\begin{aligned} Var(z) &= p_1(z_1 - E(z))^2 + p_2(z_2 - E(z))^2 + \ldots + p_5(z_5 - E(z))^2 \\ &= 0.01(14 - 15.95)^2 + 0.96(16 - 15.95)^2 + \ldots + 0.01(13 - 15.95)^2 \\ &= 0.148 \text{ dollar carré.} \end{aligned}$$

De même,

$$\begin{aligned} EQM(z) &= p_1(z_1 - 15)^2 + p_2(z_2 - 15)^2 + \ldots + p_5(z_5 - 15)^2 \\ &= 0.01(14 - 15)^2 + 0.96(16 - 15)^2 + \ldots + 0.01(13 - 15)^2 \\ &= 1.050 \text{ dollar carré.} \end{aligned}$$

De ceci, nous voyons que quel que soit ce que nous mesurons, qu'il s'agisse des écarts au carré par rapport à la moyenne de la population ou des écarts au carré par rapport à la valeur du paramètre, c'est une moyenne pondérée où les poids sont les probabilités des z. Les définitions précises de la variance et de l'écart type sont par conséquent

$$Var(z) = \sum_{i=1}^{n} p_i(z_i - E(z))^2$$

et

$$EQM(z) = \sum_{i=1}^{n} p_i(z_i - Z)^2$$

respectivement. Il est à noter que pour des z à probabilité de réalisation égales, $p_i = \frac{1}{n}$ pour les i.

On pourrait de plus conclure que les estimations de ces quantités par un échantillonnage aléatoire nécessitent également une moyenne pondérée. Toutefois, cela n'est pas nécessaire puisque la nature effectue la pondération de probabilité pour nous. De même qu'un double six au lancer de dés est rare, de même il est peu probable que des z se rencontrent rarement lors d'un échantillonnage aléatoire. Par conséquent les estimations non pondérées usuelles de la précision et la moyenne de la population, la variance de l'échantillon et la moyenne de l'échantillon respectivement, donnent des estimations pondérées correctes de ces paramètres de la population.

Bibliographie

1. Andrusiak, G.W. (1978), Situation et perspectives du revenu agricole canadien, Compte rendu de la conférence des perspectives agricoles canadiennes, décembre 1978.

2. Boyko, E.S. (1976), Revenu à la production - situation et perspectives, Compte rendu de la conférence des perspectives agricoles canadiennes, décembre 1976.

3. Boyko, E.S. (1977), Les perspectives du revenu agricole canadien, Compte rendu de la conférence des perspectives agricoles canadiennes, décembre 1977.

4. Gilchrist, V. (éd), (1971), Revenu agricole en espèces, Compte rendu de la conférence des perspectives agricoles canadiennes, novembre 1971.

5. Murphy, R.B. (1961). On the meaning of precision and accuracy. Statistical Concepts and Procedures; Vol. 1 of the Precision Measurement and Calibration (1969) series; edited by Terry H. Ku; National Bureau of Standards, Special Publication No. 300.

6. Porteous, W.L. (1972), Revenu agricole, Compte rendu de la conférence des perspectives agricoles canadiennes, novembre 1972.

7. Porteous, W.L. (1974), Revenu agricole, frais d'exploitation et d'amortissement, Compte rendu de la conférence des perspectives agricoles canadiennes, janvier 1974.

8. Porteous, W.L., J.W. Ross et E.S. Boyko (1975), Revenu agricole: situation et perspectives, Compte rendu de la conférence des perspectives agricoles canadiennes, janvier 1975.

9. Proud, R.B. et E.. Boyko (1975), Perspectives des revenus agricoles - implications, Compte rendu de la conférence des perspectives agricoles canadiennes, décembre 1975.

10. Purnell, G.R. (éd), Revenu agricole en espèces, niveau et répartition, 1969, Compte rendu de la conférence des perspectives agricoles canadiennes, novembre 1970.

11. Shultz, W.M. (1978). On accuracy and precision in statistical estimates. Canadian Journal of Agricultural Economics 26, pp. 15-26.

12. CANADA. Statistique Canada. Farm Net Income/Revenu net agricole. Catalogue 21-202 (annuel).

13. Theil, H. (1954). Who forecasts best? International Economic Papers, No. 5 (1955), édité par Alan T. Peacock, et al, The MacMillan Company, New York.

14. Theil, H., et al, (1966). Applied Economic Forecasting. Chapter 5, North Holland Publishing Co., Amsterdam.

15. Tukey, J. (1976). Methodology, and the statistician's responsability for both accuracy and relevance. Statistical Reporter, juillet 1976. pp. 253-262.