76-106

(2)

ETUDE COMPARATIVE D'UNE UNITE CENTRALE DE TRAITEMENT DES DONNEES OPERANT SELON DIFFERENTES DISCIPLINES DE SERVICE

CENTRE DE RECHERCHES SUR LES COMMUNICATIONS

FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

P
91
C655
M675
1977

SHERBROOKE, QUÉBEC, CANADA

checked
P
91
C655
M675
1977

Industry Canada
LIBRARY
JUIL JUL 2 0 1998
BIBLIOTHÈQUE
Industrie Canada

CENTRE DE RECHERCHE SUR LES COMMUNICATIONS
Université de Sherbrooke
Faculté des sciences appliquées
Département de génie électrique

Projet No. CRCS-01-76

(2)

ETUDE COMPARATIVE D'UNE UNITE CENTRALE DE TRAITEMENT DES DONNEES OPERANT SELON DIFFERENTES DISCIPLINES DE SERVICE

RAPPORT FINAL

Soumis au Ministère des Communications, Agence des Télécommunications Gouvernementales, Ottawa, pour la réalisation totale du contrat No. OSU76-00051, numéro de dossier MAS 02SU.36100-6-0230 pour la période du 1er avril 1976 au 31 mars 1977

COMMUNICATIONS CANADA
NOV 27 1984
LIBRARY – BIBLIOTHÈQUE

Directeur du projet: (1) Sarto Morissette
Chercheur principal: Le Phung
Analyste : Anh Tuan Truong

Sherbrooke le 30 juin 1977

P
91
C655
M675
1977

DD 4952506
D2 4952554

SOMMAIRE

Ce rapport présente une étude analytique et une simulation d'un modèle d'une unité centrale de traitement et ses périphériques servant avec priorités absolue ou relative.

On démontre que:

a) Le temps de réponse d'un système de files d'attente servant sans ou avec priorité peut se calculer en considérant séparément chacun de ces services. Ceci est possible parce que le temps d'attente devant un service du système ne dépend que de la valeur moyenne des temps inter-arrivées des messages et du deuxième moment du temps de service;

b) Le résultat ci-dessus simplifie le calcul de temps de réponse d'un système de files d'attente. Pratiquement, il montre que la congestion globale dans un système résulte de la congestion dans l'un de ses services.

Le résultat théorique ci-dessus est vérifié par simulation. L'écart entre les résultats est acceptable. On discute aussi l'effet du nombre de messages utilisés dans la simulation sur le temps de réponse. La comparaison des résultats se fait sur deux différentes disciplines de service: avec priorités absolue et relative. Les résultats des comparaisons entre le temps de service calculé et ceux obtenus par simulation sont visualisés par graphique de même que l'effet du nombre

de messages employés dans la simulation sur le temps de réponse du système obtenu par simulation.

On ajoute dans l'Annexe A une liste de référence assez complète sur l'analyse mathématique des réseaux de file d'attente avec applications à l'étude des réseaux d'ordinateur et de communication.

TABLE DES MATIERES

SOMMAIRE---------- i

TABLE DES MATIERES---------- iii

1. INTRODUCTION---------- 1

Références---------- 8

2. RECHERCHES BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'ANALYSE DES MODELES-- 9

2.1 Historique---------- 9

2.2 L'analyse mathématique et la simulation des modèles---------- 9

2.3 Quelques modèles classiques d'un CPU---------- 11

2.4 Méthode d'analyse des modèles de Jackson--------- 17

2.5 La théorie de Baskett---------- 20

2.6 Méthode approximative---------- 23

2.7 Réseau prioritaire---------- 25

Références---------- 27

3. ANALYSE DU TEMPS DE REPONSE D'UN RESEAU DE FILES D'ATTENTE G/G/1 AUX SERVICES DE DISCIPLINES MIXTES-------- 29

3.1 Généralités---------- 29

3.2 Définition du réseau - l'état du réseau---------- 31

3.3 Définition du temps de répo-se du réseau--------- 32

3.4 Calcul du délai moyen devant un service de type 1 dans un réseau mixte---------- 33

3.5 Calcul du temps de réponse du type 2 dans un réseau mixte---------- 36

3.6 Formule de Pollaczek-Khinchin généralisée-------- 39

3.7 Temps d'attente dans un service de type 3 dans un réseau mixte---------- 39

3.8 Temps d'attente dans un service de type 4 dans un réseau mixte---------- 41

3.9 Calcul du temps de réponse d'un réseau aux services de disciplines mixtes---------- 42

Références---------- 44

4. EXPLOITATION DES RESULTATS THEORIQUES---------- 45

4.1 Introduction---------- 45

4.2 Calcul du taux d'arrivée des programmes--------- 46

4.3 Distribution de temps de service des programmes de priorité q. Premier et deuxième moments du temps de service---------- 48

4.4 Matrice de transition - calcul numérique des λ_n---------- 49

4.5 Calcul de $\lambda_n(q)$---------- 51

4.6 Calcul des premier et deuxième moments du temps de service---------- 52

4.7 Calcul du temps de réponse---------- 54

5. COMPARAISON DES RESULTATS THEORIQUES ET SIMULES------ 56

5.1 Introduction---------- 56

5.2 Aperçu sur la simulation---------- 57

5.3 Comparaisons entre résultats théoriques et simulés---------- 58

5.4 Effet du nombre de programmes employés dans la simulation sur les résultats de la simulation--- 61

6. CONCLUSION---------- 64

ANNEXES---------- 67

A : Bibliographie---------- 68

B : Organigramme du programme de simulation---------- 73

C : Programme de simulation---------- 77

D : Programme de calcul de temps de réponse selon les formules analytiques---------- 82

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Ce rapport final présente le travail réalisé depuis le début du contrat 1976-77 jusqu'à la fin de juin 1977.

Ce travail, comme l'indique le calendrier de réalisation du contrat, [1], porte sur les cinq points principaux suivants:

1. Une étude bibliographique;
2. Le développement d'un modèle analytique général qui servira à l'analyse comparative du modèle de Chou et McGregor [2] pour une unité centrale de traitement opérant avec divers protocoles de service;
3. L'exploitation des résultats théoriques avec des hypothèses réalistes;
4. La simulation du modèle avec les mêmes hypothèses;
5. La comparaison des résultats théoriques et de simulation.

Le chapitre 2 de ce rapport résume notre recherche bibliographique. On passe en revue les modèles et les méthodes d'analyse les plus réalistiquement efficaces. On analyse les avantages, les désavantages et les limitations de ces méthodes.

Le chapitre 3 développe nos résultats nouveaux concernant l'analyse du temps de réponse d'un réseau de file d'attente. Notre modèle englobe les centres de service de l'un des quatre types ci-dessous:

Type 1: à priorité relative, servant P catégories de programmes;

Type 2: à priorité absolue, servant P catégories de programmes;

Type 3: de discipline premier entré premier servi servant P catégories de programmes;

Type 4: de discipline dernier entré premier servi servant P catégories de programmes.

Chaque catégorie de programme arrive au système selon un processus aléatoire général, et relativement à chaque centre de service du réseau, elle possède sa propre distribution générale de temps de service. En d'autre termes, chaque service dans le réseau est représenté par une file d'attente la plus générale (G/G/1).

Le chapitre 4 présente les techniques d'exploitation numérique des résultats obtenus dans le chapitre 3. On montrera les difficultés survenues dans le calcul et les moyens de les contourner. Un exemple numérique détaillé illustre cette technique.

Le chapitre 5 développe un programme de simulation utilisant le GPSS/360 du modèle de Chou et McGregor. Ce programme donne des résultats numériques sous les mêmes hypothèses réalistes admises dans le chapitre 4. Finalement on discute des écarts entre les résultats théoriques et de simulation.

Il convient d'abord d'énumérer brièvement les points saillants de ce rapport.

Notre recherche bibliographique a montré que les approches générales d'analyse de réseaux de files d'attente se divisent en deux groupes:

1. Déterminer les probabilités d'état du réseau, en régime permanent, ou leur fonction génératrice et en déduire le délai moyen ou temps de réponse du réseau;
2. Décomposer le réseau en un ensemble de files d'attente indépendantes, et calculer le délai moyen dans chaque file individuellement puis en déduire le temps de réponse du réseau.

La première méthode se base sur le réseau de Jackson [3] et le réseau de Baskett [4]. Ces deux réseaux sont des réseaux non prioritaires. Le réseau de Jackson est loin d'être réaliste puisqu'il ne s'applique qu'au cas d'une catégorie unique de programme de temps de service distribué exponentiellement. Le travail plus récent de Baskett permet l'étude de réseau englobant le réseau de Jackson comme sous-réseau et les centres de service de types plus généraux, c'est-à-dire, discipline dernier entré premier servi, à temps partagé, et avec un nombre infini de serveurs.

La deuxième méthode exige que chaque centre de service soit une file d'attente M/M/1. C'est le réseau de Kleinrock [5]. Ce réseau n'admet pas qu'un programme sortant du centre de service y revienne pour être servi de nouveau.

La deuxième méthode est mathématiquement plus simple que la première, mais son applicabilité est trop restreinte pour pouvoir servir de modèle dans notre contrat. Il en est

de même de la première méthode laquelle exige en plus un travail non difficile mais très long pour déterminer les probabilités d'état du réseau.

Le but de notre travail est une étude comparative du modèle de Chou et McGregor. Il nous faut donc des files d'attente prioritaires. En plus, tout ce que l'on connaît à propos des processus d'entrée à chaque centre de service du réseau est le taux d'arrivée des programmes de chaque catégorie. Nous avons décidé de choisir la deuxième méthode, décrite ci-dessus, pour attaquer ce problème. Ceci exige une expression pour le temps d'attente moyen des programmes d'une catégorie donnée, dans une file d'attente prioritaire. En orientant la recherche bibliographique en ce sens, nous avons constaté qu'il n'y a à peu près rien de fait. Concernant la détermination du temps d'attente dans une file d'attente non-prioritaire, Kleinrock [6, p. 25] écrivait: "Sad to say, this quantity is, in general, unknown!". En plus, dans la théorie des files d'attente prioritaires, l'étude des files d'attente G/G/1 prioritaire est classée dans le champ de recherche du futur, [7, p. 216]. Il ne restait donc qu'à trouver notre propre outil de travail.

En revisant la technique de Cobham [8], il fut constaté que cette technique est applicable aux files d'attente G/G/1, pourvu qu'on ait une expression du temps de service résiduel dans une file d'attente G/G/1. Heureusement cette expression était connue [5, p. 117]. Généralisant la méthode de Cobham, nous avons trouvé l'expression du temps d'attente

pour les quatre types de centres de service énumérés ci-haut. Ainsi nous avons maintenant la possibilité de déterminer le temps de réponse du réseau mixte, dans le sens que le réseau peut englober les centres de service de l'un de ces quatre types.

Le chapitre 4 illustre la technique d'exploitation numérique des résultats théoriques obtenus dans le chapitre 3. Cette technique est introduite par un exemple numérique. On admet dans cet exemple:

1. Une matrice de transition des messages entre les différents services du système;
2. Une attribution de priorité à chaque message à son entrée d'un service selon son temps de service;
3. Un processus poissonnien de génération des messages;
4. Une distribution exponentielle de temps de service des messages sans distinction de priorité.

On note bien que, même sous les hypothèses 3 et 4, qui sont universellement admises dans l'étude des modèles des systèmes de communication des ordinateurs, les processus d'entrée et de service dans le modèle en considération ne sont pas exponentiels. Ceci provient du fait que:

- Le système possède des chemins de retour d'une sortie vers l'entrée;
- L'ensemble des messages passant par le système est subdivisé en P catégories selon leurs temps de service.

Ces hypothèses énumérées ci-haut sont considérées comme assez réalistes dans l'étude des systèmes de communication par ordinateur [9].

Un programme de simulation est développé avec les hypothèses énoncées au chapitre 3. On suppose en plus que les services du système opèrent avec les protocoles de ligne:

- Avec priorité relative (HOL) et
- Avec priorité absolue.

On compare les temps de réponse du système calculés suivant les formules théoriques et obtenus par simulation. Cette comparaison est présentée par des graphiques. On discute en dernier lieu des effets du nombre de programme passant par le système sur le temps de réponse du système obtenu par simulation. Un graphique visualise cette discussion.

Cette étude nous permet de retenir les points suivants:

- Le temps d'attente dans une file d'attente, avec service général ne dépend pas de la distribution des temps inter-arrivée des messages, mais seulement de la valeur moyenne des temps inter-arrivée. Ceci est valable pour les files d'attente prioritaires et non prioritaires;
- Le temps d'attente dans une file d'attente dépend du deuxième moment du temps de service de son serveur;
- Les deux résultats ci-dessus nous permettent de calculer le temps de réponse d'un système de files d'attente en le décomposant en un nombre fini de temps d'attente à chacun de ses services. Pratiquement ce résultat nous per-

met de simplifier énormément l'analyse mathématique des systèmes de file d'attente;

- Comme le temps de réponse d'un système est la somme des temps de réponse de ses services, il est clair que s'il y a congestion dans le système global, cette congestion peut être éliminée en augmentant la vitesse de service de l'un des services du système.

REFERENCES

1. S. Morissette,- "*Calendrier de réalisation du contrat OSU76-00051, dossier: 02SU.36100-6-0230,*" Premier rapport trimestriel soumis au Ministère des Communications, (Août 1976).
2. Chou, W., et McGregor, P.V.,- "*A Unified Simulation Model for Communication Processor*", Proc. of the 1975 Symposium in Communications Networks, Trends and Applications, pp. 40-56.
3. Jackson, J.R., - "*Networks of Waiting Lines*", Operation Research, vol. 5, No. 4, (August 1957).
4. Baskett, F.K., M. Chandy, R.R. Muntz, and F. Palacios-Gomez "*Open, closed and Mixed Networks of Queues with Different Class of Customers*",Journal of the Association for Computing Machinery, vol. 22, pp. 248-260, (1975).
5. Kleinrock, L., - "*Communication Nets; Stochastic Message Flow and Delay*", McGraw-Hill, (New-York), (1964).
6. Kleinrock, L., - "*Queueing Systems, vol. II: Computer Application*", John Wiley & Sons, New York, (1976).
7. Jaiswall, N.K., - "*Priority Queues*", Academic Press, New York, (1968).
8. Cobham, A., - "*Priority Assignment in Waiting Line Problems*", Operations Research, vol. 2, pp. 70-76, (1954).
9. Rosenshile, M. et Zankis, S, - "*An Analysis of Computer Center Operation*", A.I.I.E. Transaction, vol. 8, no. 3, pp. 298-306, (Sept. 1976).

CHAPITRE 2

2.1 *HISTORIQUE*

Ce chapitre présente le résultat de notre recherche bibliographique relative à l'analyse des modèles des unités centrales de traitement et ses périphériques, (CPU).

On passe en revue les modèles classiques d'un CPU ouvert et fermé avec un ou plusieurs centres de services et on analyse l'opération du modèle le plus réaliste, soit celui de Chou et McGregor, qui est l'objet de cette recherche. Les méthodes d'analyse des réseaux de file d'attente de Jackson et de Baskett y sont étudiées plus en détail. On considère brièvement la méthode d'approximation et finalement on oriente la recherche vers les réseaux prioritaires. Les différentes techniques d'analyse des files d'attente prioritaires sont évaluées et on indique brièvement la méthode choisie pour développer nos nouveaux résultats relatifs au calcul du temps de réponse dans un système CPU prioritaire que l'on présentera en détail au chapitre 3.

2.2 *L'ANALYSE MATHEMATIQUE ET LA SIMULATION DES MODELES*

Le développement des systèmes d'ordinateur a crû sans cesse durant la dernière décade. En même temps, leur complexité a augmenté d'une manière vertigineuse avec la mise en application de techniques nouvelles telles que la multiprogrammation, le multi-traitement, etc... On a constaté d'ailleurs que ces systèmes n'arrivaient pas, en général, à satisfaire les performances objectives projetées pendant la phase de con-

ception initiale [1]. Le problème de la prédiction et de l'évaluation des performances des systèmes d'ordinateur devient ainsi une préoccupation très importante actuellement.

Il y a deux méthodes distinctes pour résoudre ce problème, soit:

- la simulation, et;
- l'analyse mathématique par la théorie des files d'attente, des modèles représentant le fonctionnement d'un tel système.

La simulation nous permet, en principe, de déterminer quantitativement les paramètres caractérisant un système ayant une complexité arbitraire. Pourtant, en plus de son coût élevé, cette méthode ne conduit pas à une interprétation des effets de la charge sur les indices de performance du système simulé. Il est donc impossible, par l'emploi de cette méthode, de prédire le comportement du système quand l'un des paramètres du système varie.

Cette difficulté peut être contournée en utilisant l'analyse mathématique du modèle du système. En général, une solution analytique n'est pas toujours facile à obtenir pour un modèle assez réaliste.

Dans ce qui suit, nous allons faire une revision très succinte de la méthode d'analyse mathématique d'un modèle d'un système d'ordinateur en s'intéressant en particulier aux modèles classiques associés à l'analyse d'une unité centrale de traitement (CPU) et de ses sous-systèmes périphériques.

2.3 QUELQUES MODELES CLASSIQUES D'UN CPU

Nous allons revoir quelques modèles classiques représentant un CPU, en commençant par le plus simple allant jusqu'au plus réaliste. La liste bibliographique présentée à l'Annexe A, bien que non-exhautive, englobe les titres des travaux les plus pertinents dans ce domaine.

2.3.1 LE SYSTEME OUVERT FONDAMENTAL

Jusqu'à 1970, on s'est intéressé au modèle ouvert fondamental avec un seul dispositif de service, comme illustré par la figure 1.

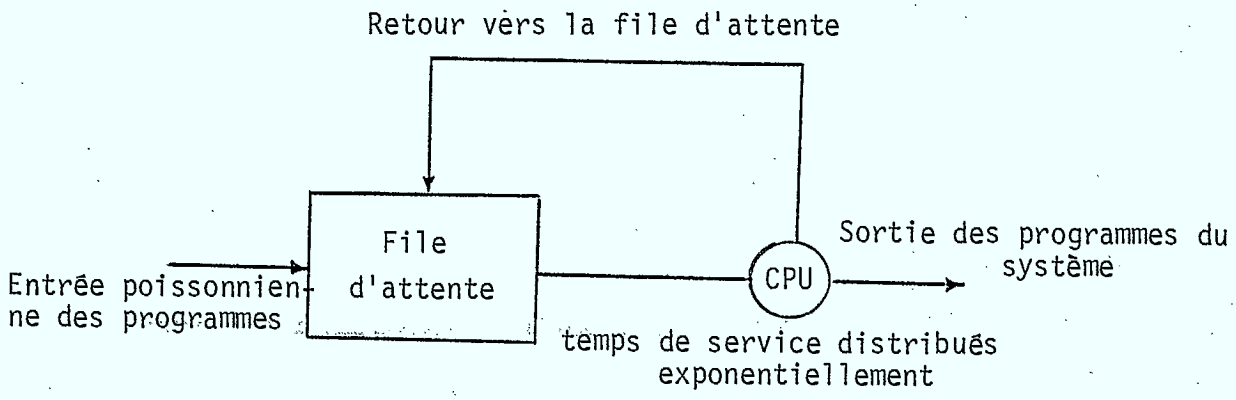


Figure 1. Modèle d'un CPU avec un seul dispositif de service

On admettait pour l'analyse de ce système que:

- le processus d'entrée des programmes au système est poissonnien, et provenant d'une source infinie;

- le temps de service des programmes est distribué exponentiellement.

L'indice de performance du système est défini par le temps de réponse du système, c'est-à-dire le délai de l'exécution des programmes, autrement dit la moyenne des intervalles de temps entre l'arrivée et la sortie de ces programmes du système.

2.3.2 *LE MODELE FERME AVEC UN SEUL CENTRE DE SERVICE*

Dans le cas où le nombre d'utilisateurs est fini, le modèle correspondant est donné par la figure 2.

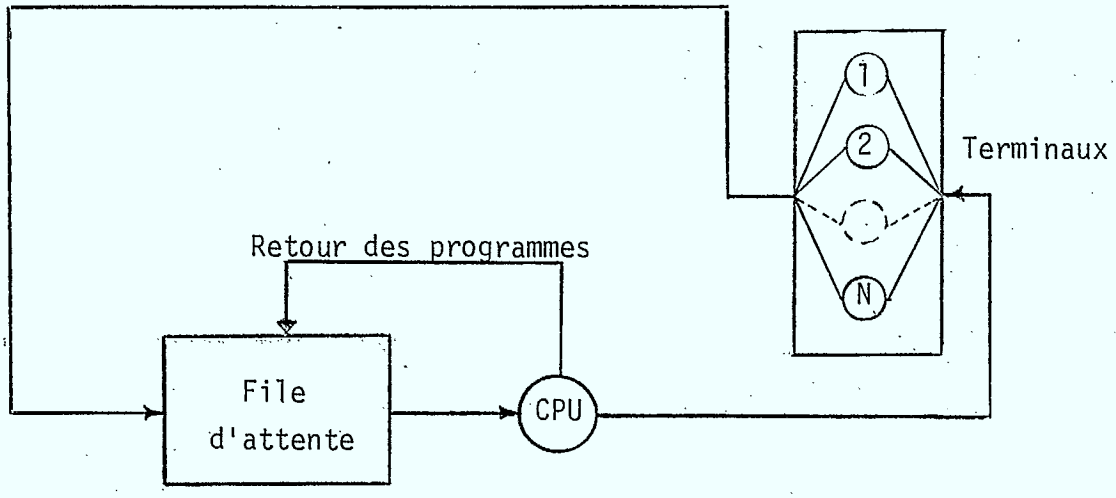


Figure 2. Modèle d'un système fermé avec une population finie d'utilisateurs

Pour ce système, on admet que chacun des utilisateurs est dans une des trois situations suivantes:

- à son terminal et réfléchissant;
- attendant son service dans la file d'attente;

- étant servi dans le CPU.

Ce modèle a été analysé par Scherr [2] pour l'étude des performances du "Compatible Time Sharing System", (CTSS) au Massachusetts Institute of Technology en 1967, c'est-à-dire au commencement de l'ère des ordinateurs. Dans ce modèle, Scherr inclut dans le temps d'utilisation du CPU, le temps d'exécution du programme et le temps d'emmagasinage dans la mémoire du programme, lesquels ne se chevauchaient pas dans les anciens systèmes d'ordinateur. Les distributions des temps de réflexion des utilisateurs aux terminaux et des temps d'exécution des programmes par le CPU sont supposées exponentielles dans l'analyse mathématique du modèle. L'indice de performance du système est défini par le temps moyen de réponse en fonction du nombre des utilisateurs. En comparant avec les mesures effectuées expérimentalement, Scherr a trouvé que ces résultats concordaient avec celui prédit par l'analyse mathématique.

Le même modèle a été utilisé ensuite par Lassettre et Scherr [3] pour analyser les systèmes avec exécution et emmagasinage simultanés des programmes. Buzen and Golberg [4] utilisaient ce même modèle pour étudier le cas d'une population infinie d'utilisateurs.

2.3.3 *MODELE FERME AVEC PLUSIEURS SERVICES*

Avec l'application de la technique de multiprogrammation, le modèle ayant un seul serveur comme ci-dessus est devenu désuet. On doit alors introduire le modèle de plusieurs serveurs donné dans la figure 3.

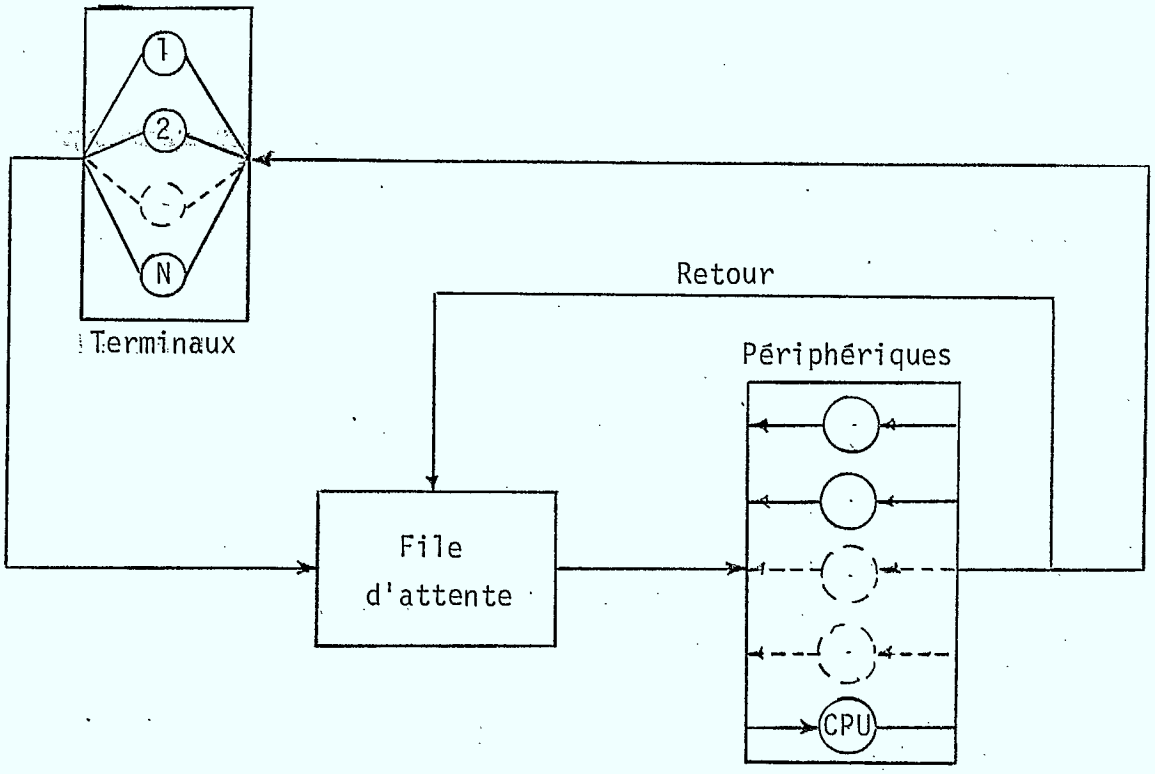


Figure 3. Modèle d'un système fermé avec plusieurs centres de service

L'étude de ce modèle est essentiellement identique à celle du modèle avec un seul serveur. On doit introduire en plus les probabilités de transition, P_{ij}, qui spécifient la probabilité de voir un programme passer au service j, après avoir terminé son traitement au service i.

L'emploi de ce modèle permet d'incorporer le CPU et ses périphériques dans le système.

Ces systèmes fermés ont été analysés par Gaver [5] et Tanaka [6].Ces auteurs affirment que l'étude des systèmes fermés conduit à l'évaluation des performances du système en pleine charge. Le nombre maximum de programmes emmagasinés dans la mémoire principale et ceux sous traitement dans le

CPU et ses dispositifs périthériques, fixe la taille de la population finie que dessert le système. Avis-Itzhak et Heyman [7] affirment que l'étude des systèmes fermés est la première étape dans le développement de l'étude des systèmes ouverts.

2.3.4 *LE SYSTEME DE CHOU-McGREGOR*

Le modèle de Chou-McGregor, donné dans la figure 4, est un modèle unifié, récemment introduit [8] et employé pour la simulation. Ce modèle inclut trois dispositifs périphériques et le CPU. On y trouve:

1. le CPU;
2. les dispositifs de contrôle des disques;
3. les canaux entrée/sortie;
4. les canaux de transmission.

On admet que, devant chacun de ces quatre services, il y a une file d'attente. Ces files d'attente sont en réalité emmagasinées dans la même mémoire principale.

Il y a seulement une entrée dans le système pour les programmes provenant des sources extérieures. Pourtant, la file d'attente qui se forme devant le CPU reçoit des programmes:

- provenant des sources extérieures;
- ceux rejetés du CPU;
- sortant du dispositif de contrôle des disques (après lecture et impression).

Selon le service, le temps de service est défini comme suit:

- pour le CPU: c'est le temps d'exécution du programme;

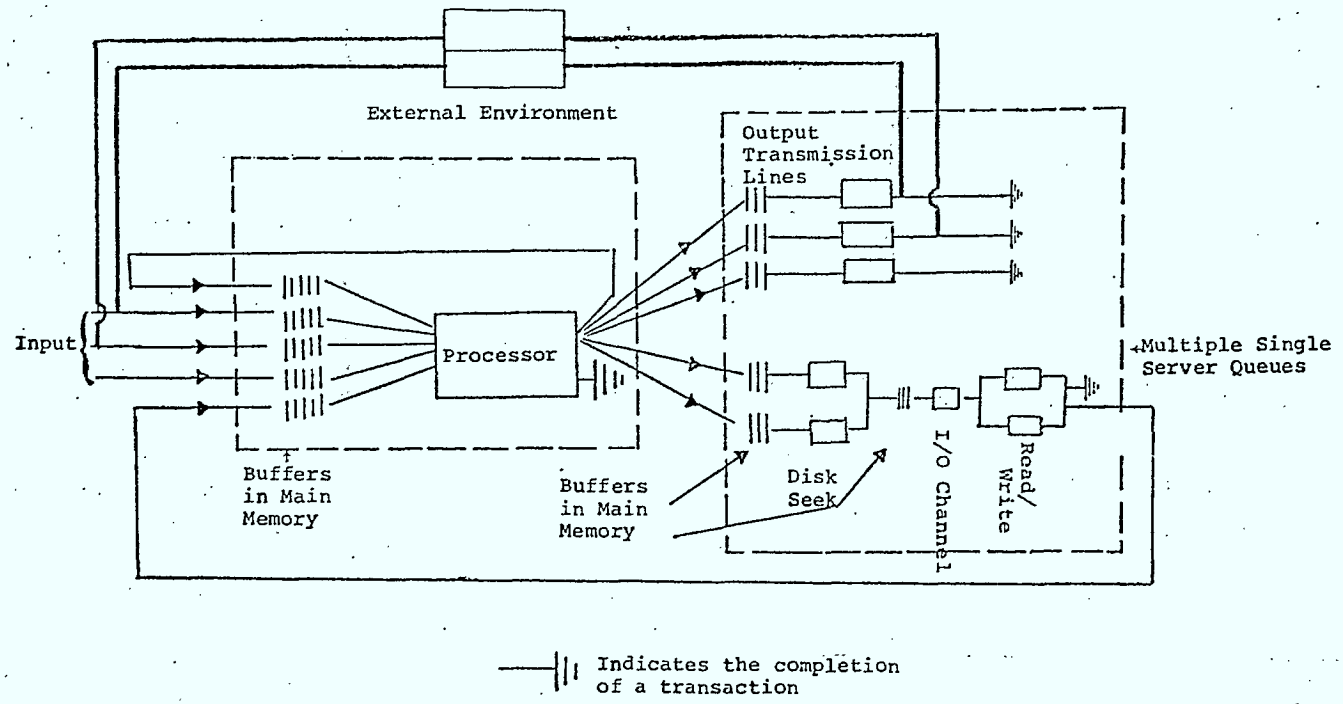


Figure 4. Modèle de Chou-McGregor

Légende:	External Environment	Milieu extérieur
	Output transmission lines	File d'attente des canaux de transmission
	Read/Write	Lecture/impression
	Disk Seek	File d'attente du dispositif de contrôle de recherche des disques
	Buffers in main memory	Emmagasinage dans la mémoire principale
	—|||	Sorties du système

- pour le dispositif de contrôle des disques: le temps de recherche du disque désiré;
- pour le dispositif de contrôle entrée/sortie: le temps de lecture/impression des programmes;
- pour le dispositif de transmission: c'est le temps de transmission des programmes traités vers le milieu extérieur ou vers l'entrée du système.

Le traitement d'un programme, connu sous le nom de cycle de traitement, s'effectue suivant la séquence décrite ci-dessous:

1. admission dans la mémoire principale (file d'attente);
2. traitement par le CPU (à son tour);
3. accès éventuel aux disques (à son tour);
4. traitement par le CPU, éventuellement après l'accès aux disques;
5. transmission vers l'extérieur, via les canaux de transmission (à son tour) ou retour vers la file d'attente à l'entrée.

Notons que le modèle de Chou et McGregor semble plus compliqué que les modèles revus ci-haut, mais en réalité les quatre files d'attente sont groupées ensemble dans la mémoire principale, on peut donc le considérer ouvert et comme une file d'attente à plusieurs services.

2.4 *METHODE D'ANALYSE DES MODELES DE JACKSON*

L'analyse des modèles, fermés ou ouverts, revus ci-haut est essentiellement l'analyse d'un réseau de file d'atten-

te. Cette théorie a été développée par Jackson [9] depuis 1954. Le modèle de Jackson est basé sur les hypothèses suivantes:

J.1 Il y a M centres de service dans le réseau;

J.2 Chaque service, soit m, possède n_m serveurs $(m=1, 2...,M)$;

J.3 Il y a une seule catégorie d'utilisateurs. Ces utilisateurs arrivent au service m de sources extérieures suivant un processus de Poisson avec taux d'arrivée γ_m. Chaque service reçoit aussi des utilisateurs sortant des autres services;

J.4 Les utilisateurs entrent dans un service et y attendent leur tour sans quitter la file d'attente. Le temps de service, au service m, est distribué exponentiellement et de durée moyenne $1/\mu_m$. Cette distribution est commune pour tous les utilisateurs;

J.5 Etant servi au service m, un utilisateur passe au service k $(k=1,2,...,M)$ avec une probabilité de transition θ_{km}. Il termine son service au centre de service m avec la probabilité:

$$1 - \sum_{k=1}^{M} \theta_{km}$$

Sous ces hypothèses, il est facile de voir que, en régime permanent, on a le système d'équations linéaires déterminant les taux d'arrivée à chaque service:

$$\Gamma_m = \gamma_m + \sum_{k=1}^{M} \theta_{km} \Gamma_k \qquad (1)$$

Jackson définit l'état du réseau par le vecteur:

$$V(K) = (k_1, k_2, \ldots, k_M)$$

où chaque composante k_m représente le nombre total d'utilisateurs présents au centre de service m. Il démontre que, en régime permanent, la probabilité de trouver le réseau à l'état décrit par un vecteur V(K) est donnée par:

$$P(k_k, k_2, \ldots, k_M) = P^1_{k1} \; P^2_{k2} \ldots P^M_{km} \qquad (2)$$

où P^1_{k1} est identique avec l'expression de la probabilité de trouver k_1 utilisateurs dans une file d'attente à n_m serveurs et dont le processus d'entrée est poissonnien avec taux γ_m et le temps de service est distribué exponentiellement et de paramètre μ_m. Ce résultat est surprenant, car l'entrée des utilisateurs à chaque service n'est pas un processus de Poisson.

Etant donné que la probabilité d'état est de la forme d'un produit, le réseau se comporte statistiquement comme un ensemble de M file d'attente M/M/m indépendantes. Ce résultat permet le calcul du temps d'attente et le délai que subit, en moyenne un utilisateur dans chaque service, par des formules connues dans la théorie des files d'attente M/M/m.

La théorie de Jackson est applicable au système fermé. Dans ce cas, il suffit de mettre γ_m=0 dans le systè-

me d'équations linéaires (1).

Les résultats de Jackson sont restés lettre morte jusqu'en 1967, année où Gordon et Newell [10] les appliquèrent à l'étude d'un système d'ordinateur considéré comme un système fermé. La validité de l'application des résultats de Jackson a été prouvée par Moore [11] en 1971 à l'Université du Michigan sur un ordinateur 360/67. La comparaison entre les mesures de temps de réponse et du facteur d'utilisation, effectuées toutes les dix à quinze minutes d'intervalle, avec celles déterminées théoriquement sur un modèle de Jackson, montrait que l'écart entre ces mesures n'excédait pas 10%. On a noté d'ailleurs que la distribution des temps de service est loin d'être exponentielle, comme elle est supposée dans l'établissement du modèle. D'autres études concernant la vérification du modèle de Jackson ont été publiées par Sekino [12] et Thomas et Kent [13] en 1972 et 1973. Ces travaux ont confirmé la validité de l'application du modèle de Jackson à l'étude des systèmes non-prioritaires avec une seule catégorie de programme.

2.5 *LA THEORIE DE BASKETT [14]*

Baskett a récemment généralisé la technique de Jackson. Il a introduit un réseau plus général en incluant dans le réseau les centres de service de type défini comme suit:

Type 1: FCFS, (.)/M/1*, centre de service de ce type a seulement un serveur, de discipline premier entré pre-

---

*. (.) Distribution de temps d'inter-arrivée indéterminée.

mier servi, et de distribution de service exponentielle commune à toute la population d'utilisateurs.

Type 2: RR, (.)/G/1, centre de service ayant un seul serveur, opérant à temps partagé, avec distribution de temps de service propre à chaque catégorie d'utilisateurs. Cette distribution est supposée avoir une transformée de Laplace rationnelle en fonction de la variable de transformation.

Type 3: (.)/G/∞, centre de service ayant une infinité de serveurs, avec distribution de service propre à chaque classe d'utilisateurs, et dont la transformée de Laplace est rationnelle.

Type 4: LCFS, (.)/G/1, centre de service ayant un serveur servant suivant la discipline dernier entré premier servi, temps de service propre à chaque catégorie d'utilisateurs et dont la transformée de Laplace est rationnelle.

On voit nettement que le réseau de Baskett englobe celui de Jackson comme un sous-réseau. Partant du fait que, en régime permanent, le taux d'arrivée au réseau dans chaque centre de service de chaque catégorie d'utilisateurs peut être déterminé par un système d'équations linéaires de la même forme que le système décrit par l'équation (1), on obtient:

$$\lambda_i(p) = \gamma_i(p) + \sum_{k=1}^{P} \sum_{q=1}^{N} \theta_{qk;pi} \, \lambda_k(p) \qquad (2)$$

où P : est le nombre de catégories d'utilisateurs admis dans le système;

N : nombre de centres de service dans le système;

$\lambda_k(p)$: taux d'arrivée des utilisateurs de la catégorie p au centre de service k, y compris ceux provenant des sources extérieures $\gamma_i(p)$;

$\theta_{qk;pi}$: probabilité de trouver un utilisateur de catégorie q terminant son service au centre de service k, passant au centre de service i et y étant affecté la priorité p.

La probabilité de trouver un utilisateur de la catégorie p terminant le service au centre i et sortant du système est donnée par:

$$1 - \sum_{k=1}^{P} \sum_{q=1}^{N} \theta_{pi;qk}$$

Baskett a montré que la probabilité d'état du système est de la forme d'un produit

$$P(k_1,k_2,\ldots,k_N) = Cg_1(k_1) \cdot g_2(k_2)\ldots g_N(k_N) \qquad (3)$$

où le vecteur $(k_1,k_2,\ldots k_N)$ décrit l'état du système et que k_i décrit l'état du centre de service i; C est un facteur de normalisation.

Comme dans le cas du réseau de Jackson, la théorie de Baskett s'applique également au réseau fermé.

Soit $1/\mu_i(p)$ le temps de service moyen des utilisateurs de catégorie p au centre de service i; on a:

$$g_i(k_i) = \begin{cases} (1-\rho_i)\rho^{k_i} & \text{pour les centres de service de types 1, 2 ou 4} \\ \dfrac{\rho_i^{k_i}}{k_i!} e^{-\rho_i} & \text{pour les centres de service de type 3} \end{cases} \quad (4)$$

et

$$\rho_i = \begin{cases} \sum_p \dfrac{\lambda_i(p)}{\mu_i} & \text{pour les centres de service de type 1} \\ \sum_p \dfrac{\lambda_i(p)}{\mu_i \rho} & \text{pour les centres de service de type 4} \end{cases} \quad (5)$$

2.6 *METHODE APPROXIMATIVE*

A cause de la complexité des méthodes d'analyse exactes décrites ci-dessus, on ne peut les appliquer aux modèles idéaux. On contourne cette difficulté en utilisant des méthodes approximatives pour l'analyse de modèles plus réalistes.

La méthode approximative a été introduite par Gaver et Schedler en 1971, [15], pour l'analyse d'un système d'ordinateur. Dans l'application de cette méthode, l'état discret du système est approximée par un processus continu dans le temps. En admettant que la file d'attente ne soit jamais vide, et dans un intervalle de temps Δt, la longueur de la file d'attente est approximativement distribuée normalement avec:

- valeur moyenne $m\Delta t = (\mu_a - \mu_s)\Delta t$
- variance $\nu\Delta t = [\sigma_a^2\mu_a^3 + \sigma_s^2\mu_s^3]\Delta t$

ou

$1/\mu_a$: temps inter-arrivée moyen;
σ_a^2 : variance des temps inter-arrivée:
$1/\mu_s$: temps de service moyen;
σ_a^2 : variance des temps de service.

Soit $f(n_o,n,t)$ la densité de probabilité pour que dans la file d'attente, à l'instant t il y ait n unités, étant donné qu'à l'instant t = 0, il y a n_o unités. On démontre que la densité de probabilité $f(n_o,n,t)$ satisfait l'équation de diffusion.

$$\frac{\partial f(n_o,n,t)}{\partial t} = \tfrac{1}{2}\nu \frac{\partial^2 f(n_o,n,t)}{\partial n^2} - m \frac{\partial f(n,n,t)}{\partial n}$$

et assujettie à la condition limite

$$f(n_o,n,t) = 0 \text{ pour } n < 0$$

Nous ne présenterons pas la solution de cette équation. Notons seulement que:

1. Cette méthode approximative est plus facile à traiter mathématiquement;
2. Le résultat obtenu est plus précis comparé avec celui qu'on obtient en appliquant la méthode exacte et en admettant que la distribution des temps de service est exponentielle, quand cette distribution n'est pas réellement exponentielle.

2.7 *RESEAU PRIORITAIRE*

L'analyse des réseaux de files d'attente prioritaires est un domaine de recherche encore vierge. D'autre part, l'étude classique des files d'attente à priorité relative ou absolue avec reprise de service se limite au cas des entrées poissonniennes et de distribution de temps de service exponentielle. Même dans ces cas idéalement simples, étant donné la complexité des équations d'état, on a seulement les expressions explicites des fonctions génératrices des probabilités d'état pour le cas où il n'y a que deux catégories d'utilisateurs admis dans la file d'attente. Pour les files d'attente à $P > 2$ catégories d'utilisateurs, les premier et second moments du temps d'attente peuvent être calculés en appliquant la théorie des processus régénératifs. Une troisième méthode, due à Cobham [6], donne l'expression du temps d'attente moyen sur tout l'axe de temps continu relatif aux files d'attente prioritaires absolues avec reprise de service et relatives avec entrée poissonnienne.

Dans le cadre de l'étude actuelle, nous observons que, dans un réseau global, comme dans le cas des réseaux de Jackson et de Baskett, seulement les taux d'arrivée à chaque centre de service du réseau sont connus. La distribution des temps inter-arrivée est indéterminée. D'autre part, examinant la méthode de Cobham, nous constatons que cette méthode est applicable aux files d'attente à priorité fixe G/G/1, pourvu que l'on puisse déterminer le temps moyen nécessaire pour terminer le service des utilisateurs déjà admis dans le service.

Cette quantité est heureusement connue dans la littérature [17]. Il nous a été ainsi possible d'obtenir de nouveaux résultats relatifs au calcul du temps d'attente pour les files d'attente G/G/1 dans des réseaux avec ou sans priorité. Ces résultats seront démontrés au chapitre 3.

REFERENCES

1. Muntz, R.R., - "*Analytic Modeling of Interactive Systems*", Proc. IEEE, vol. 63, no. 6, pp. 946-953, (June 1975).
2. Sherr, A.L., - "*An Analysis of Time Shared Computer Systems Research*", (Monograph 36), Cambridge, Mass., M.I.T. Press, (1967).
3. Lassert, E.R., and Scherr, A.L., -"*Modeling the Performance of the OS/360 Time Sharing Option (TSO)*", in Statistical Computer Performance Evaluation, Wotheiberger, Ed., New York: Academic Press 1972, pp. 57-72.
4. Buzen, J.P. and P.S. Goldberg, - "*Guidelines for the Use of Infinite Source Queueing Models in the Analysis of Computer Performance*", Proc. in Nat. Computer Conf., pp. 371-375, (1974).
5. D.P. Gaver, - "*Probability Model for Mulprogramming Computer System*", J.ACM, vol. 14, pp. 423-438, (1967).
6. H. Tanaka, - "*An Analysis of Multiprogramming System Using a Cyclic Queueing Model*", Trans. Systems Computers Controls, vol. 1, pp. 37-45, (1970).
7. B. Avi Itzhak and D.P. Heyman, - "*Approximate Queueing Models for Multiprogramming Computer System*", Operations Research, vol. 21, no. 6, pp. 1212-1230, (1973).
8. Chou, W., et McGregor, P.V.,- *A Unified Simulation Model for Communication Processor*", Proc. of the 1975 Symposium on Communication Networks, Trends and Applications, pp. 40-56.

9. Jackson, J.R., - "*Network of Waiting Lines*", Operations Research, vol. 5, no. 4, (August 1957).

10. W.J. Gordon and G.F. Newell, - "*Cyclic Queueing System with Restricted Length Queue*", Operations Research, vol. 15, pp. 266-277, (1967).

11. C.G. Moore, III, - "*Network Models for large Scale Time Sharing Systems*", Dep. Indust. Eng. University of Michigan, Tecs. Rep. 71-1, (April 1971).

12. A. Sekino, - "*Response Time Distribution of Multiprogrammed Time Shared Computer Systems*", 6th Ann. Princeton Conf. Information Sciences and Systems, pp. 613-619, (1972).

13. R.E. Thomas and R.S. Rosenbert, - "*Software, Practice and Experience*", vol. 2, pp. 79-91, (1972).

14. Baskett, F., Chandy, K.M., Muntz, R.R., and F. Palacios Gomez, - "*Open, Closed, and Mixed Networks of Queues with Different Class of Customers*", Journal of the Association for Computing Machinery, vol. 22, pp. 248-260, (1975).

15. D.P. Gaver and G.S. Shelder", - "*Approximate Models for Processor Utilisation in Multiprogrammed Computer Systems*", SIAM J. Compt. vol. 2, pp. 183-192, (Sept. 1973).

16. Cobham, A., - "*Priority Assignment in Waiting Line Problems*", Operations Research, vol. 2, pp. 70-76, (1954).

17. Kleinrock, L., - "*Queueing Systems, vol. II: Computer Application*", John Wiley & Sons, New York, (1976).

CHAPITRE 3

ANALYSE DU TEMPS DE REPONSE D'UN RESEAU DE FILES D'ATTENTE G/G/1 AUX SERVICES DE DISCIPLINES MIXTES

3.1 *GENERALITES*

Ce chapitre présente nos résultats nouveaux relatifs à l'analyse du temps de réponse dans un réseau de files d'attente G/G/1 aux services de disciplines mixtes. Les services inclus dans le réseau peuvent être l'un des quatre types ci-dessous:

Type 1: à priorité relative servant P catégories de programmes;

Type 2: à priorité absolue servant P catégories de programmes;

Type 3: de discipline premier entré premier servi servant P catégories de programmes;

Type 4: de discipline dernier entré premier servi servant P catégories de programme.

On démontre que pour chacun de ces quatre types de service, le temps d'attente et le délai moyens peuvent être déterminés en fonction des premier et second moments des temps de traitement et du taux moyen d'arrivée des programmes de chaque catégorie, car chaque catégorie de programmes, relativement à chaque service du réseau, est définie par sa propre distribution de temps de service. D'autre part, nous savons que dans un réseau de files d'attente, en général le processus d'entrée des programmes à chaque service est très mal connu, tout ce qu'on connaît de ces processus est le taux d'entrée

moyen des programmes de chaque catégorie. Heureusement, ces données sont suffisantes pour le calcul du délai moyen à chaque service en appliquant nos nouveaux résultats.

Comparés avec les résultats classiques, relatifs aux files d'attente M/G/1, nos résultats concernant les services de type 1 et 2 sont formellement identiques avec ceux obtenus en utilisant la théorie des processus régénératifs donnant le temps d'attente moyen observé au point de départ d'un programme du système [1]. Nos résultats généralisent ces résultats classiques dans deux sens:

a) l'applicabilité aux files d'attente G/G/1, et;

b) validité sur l'axe continu du temps.

Le type 3 de service a récemment été introduit dans l'étude des files d'attente par Baskett [2]. Le temps d'attente dans ce type de service reste inconnu, car ce type de service a été présenté pour illustrer la limitation de la théorie des équilibres globale et locale appliquée à la détermination des probabilités d'état d'un réseau non-prioritaire. Ce type de service est très réaliste et il nous suggère le moyen de définir le type 4 de service. Comme dans le cas des files d'attente M/G/1 à une seule catégorie de programme, on trouve que pour les mêmes programmes les temps d'attente restent les mêmes pour toute catégorie s'ils sont servis par un service de type 3 ou de type 4.

On discutera l'application de nos résultats à l'étude d'un réseau aux services mixtes, c'est-à-dire le réseau inclut ces quatre types de service.

3.2 DEFINITION DU RESEAU - L'ETAT DU RESEAU

Le réseau de files d'attente prioritaire étudié dans ce travail est défini comme suit:

H-1. Il y a N services dans le réseau. Ces services sont numérotés $n=1,2,\ldots,N$;

H-2. Il y a seulement un serveur dans chaque service;

H-3. Les programmes, de priorité p, $p=1,2,\ldots,P$, provenant des sources extérieures, arrivent au service n, suivant un processus donné, (pas nécessairement poissonnien,) de taux $\gamma_n(p)$. Un service n reçoit aussi des programmes sortant d'un autre service ou de lui-même;

H-4. La distribution, $B_{np}(t)$, des temps de service des programmes de priorité p au service n est arbitraire et de premier moment μ_{np} et de second moment $\overline{x^2_{np}}$.

H-5. Après son service au service n, un programme de priorité p passe instantanément au service m. Soit q la priorité qu'on lui attribue à son entrée au service m. La probabilité de trouver cet évènement est désigné par:

$$r(n,p\,;\,m,q) \qquad m = 1,2,\ldots,N; \qquad q = 1,2,\ldots,P$$

La probabilité de trouver un programme de priorité p sortant du réseau après son traitement au service n est:

$$1 - \sum_{m=1}^{N} \sum_{q=1}^{P} r(n,p;\,m,q)$$

Soit $\lambda_n(p)$ le taux d'arrivée des programmes de priorité p au

service n. Il est évident qu'en régime permanent, on a:

$$\lambda_n(p) = \gamma_n(p) + \sum_{m=1}^{N} \sum_{q=1}^{P} r(m,q;\ n,p)\lambda_m(q) \qquad (1)$$

Désignons par

$$\Lambda = \sum_{n=1}^{N} \sum_{p=1}^{P} \gamma_n(p) \qquad (2)$$

Il est clair que Λ représente le taux global des programmes arrivé des sources extérieures au réseau.

3.3 *DEFINITION DU TEMPS DE REPONSE DU RESEAU*

Soit $T_n(p)$ le délai moyen que subit un programme au service n, et p est la priorité qu'on lui attribue à son entrée au service n. Le rapport

$$\frac{\lambda_n(p)}{\Lambda}$$

indique clairement la probabilité qu'un programme soit attribué la priorité p à l'entrée dans la file d'attente devant le service n.

Le temps de réponse du réseau peut être défini comme la moyenne des délais moyens des programmes.

$$T = \sum_{n=1}^{N} \sum_{p=1}^{P} \frac{\lambda_n(p)}{\Lambda} T_n(p) \qquad (3)$$

L'équation (3) montre que le calcul du temps de réponse du réseau se ramène à celui de la détermination de $T_n(p)$.

3.4 CALCUL DU DELAI MOYEN DEVANT UN SERVICE DE TYPE 1 DANS UN RESEAU MIXTE

Cobham avait présenté une méthode pour déterminer le temps d'attente, W_p, d'un programme de priorité p, devant une file d'attente prioritaire relative, ayant un processus d'entrée poissonnien et une distribution de temps de service quelconque, propre à chaque classe de programme. Dans ce paragraphe, on va modifier cette méthode pour l'appliquer à un réseau prioritaire relatif. Soit $\lambda_n(p)$ le taux moyen d'arrivée des programmes de priorité p au service n du réseau, et $B_{np}(t)$ la distribution du temps de service de ces programmes.

Désignons par t_{np} le temps d'attente d'un programme de priorité p dans la file d'attente de priorité relative devant le service n du réseau. Cet intervalle de temps est défini par le moment où le programme arrive dans la file et l'instant où il est admis au service. Cette durée t_{np} peut se décomposer en trois parties:

a) l'attente t_{no} due au service du programme qui était sous traitement à l'arrivée du programme;

b) l'attente t_{nk} due aux traitements des programmes de priorité k=1,2,...,p qui étaient présents dans la file d'attente à l'arrivée du programme;

c) l'attente t'_{nk} due aux traitements des programmes de priorité k=1,2,...p-1 qui rentreraient dans la file d'attente pendant l'intervalle de temps t_{np}.

On a

$$t_{np} = t_{no} + \sum_{k=1}^{p} t_{nk} + \sum_{k=1}^{p-1} t'_{nk}$$

En prenant l'espérance dans le temps, on a le temps d'attente moyen des programmes de catégorie p au centre du service n:

$$W_n(p) = E(t_{np}) = E(t_{no}) + \sum_{k=1}^{p} E(t_{nk}) + \sum_{k=1}^{p-1} E(t'_{nk}) \qquad (4)$$

Appliquant le théorème de Little, on trouve aisément:

$$E(t_{nk}) = \lambda_n(k)\mu_{nk}^{-1} W_n(k) \qquad (5)$$

$$E(t'_{nk}) = \lambda_n(k)\mu_{nk}^{-1} W_n(p) \qquad (6)$$

Substituant les équations (5) et (6) dans l'équation (4), on a:

$$W_n(p) = \frac{\sum_{k=1}^{p} \rho_n(k) W_n(k) + E(t_{no})}{1-\sigma_n(k-1)} \qquad (7)$$

ou

$$\rho_n(k) = \lambda_n(k)\mu_{nk}^{-1} \qquad (8)$$

et

$$\sigma_n(k) = \sum_{i=1}^{k} \rho_n(i) \qquad (9)$$

$$\sigma_n(0) = 0$$

Par induction on trouve sans difficultés que:

$$W_n(p) = \frac{E(t_{no})}{[1-\sigma_n(p-1)][1-\sigma_n(p)]} \tag{10}$$

Jusqu'à ce point, nous avons suivi de près la méthode de Cobham [3]. Notre problème maintenant est la détermination de $E(t_{no})$. Pour cela, notons que chaque service de notre réseau doit être considéré comme une file d'attente G/G/1 avec priorité relative, en considérant le fait que les programmes entrant à un de ces services proviennent non pas seulement d'une source externe poissonnienne mais aussi des autres services et de sa propre sortie. Pour une file d'attente G/G/1, on démontre que [4, p. 117]:

$$E(t_{no}) = \tfrac{1}{2}\Lambda_n \, \bar{x}_n^2 \tag{11}$$

ou Λ_n désigne le taux d'arrivée moyen des programmes et $\bar{x}_n^2$ est le second moment des temps de service.

Dans notre cas, remarquons que le programme qui est sous traitement à l'arrivée d'un message de priorité p peut être d'une priorité quelconque. Ainsi

$$\Lambda_n = \sum_{p=1}^{P} \lambda_n(p) \tag{12}$$

et que la distribution des temps de service doit être:

$$B_n(t) = \Lambda_n^{-1} \sum_{k=1}^{P} \lambda_n(k) \, B_{nk}(t) \tag{13}$$

Substituant les équations (12) et (13) dans l'équation (11), on a:

$$E(t_{no}) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{P} \lambda_n(p) \; \bar{x}_{np}^2 \tag{14}$$

Substituant l'équation (14) dans l'équation (10), on trouve:

$$W_n(p) = \frac{\sum_{k=1}^{P} \lambda_n(k) \; \overline{x_{nk}^2}}{2[1-\sigma_n(p-1)][1-\sigma_n(p)]} \tag{15}$$

pour $p=1,2,\ldots,P$ et $\sigma_p < 1$

L'équation (15) est un résultat très intéressant. Elle est formellement identique à une formule donnant le temps d'attente moyen observé aux points de régénération discret des programmes de priorité p d'une file d'attente M/G/1 à priorité absolue [1, p. 152]. Mais l'équation (15) est doublement plus générale car elle est applicable aux files d'attente G/G/1 à priorité absolue sur tout l'axe de temps continu.

3.5 *CALCUL DU TEMPS DE REPONSE DU TYPE 2 DANS UN RESEAU MIXTE*

Nous commençons par le calcul du temps d'attente moyen des programmes de priorité p dans la file d'attente associée avec un service quelconque n de réseau. Ce calcul est analogue à celui qu'on a développé dans le cas du réseau à priorité relative.

Notons, en premier lieu, que dans une file d'attente à priorité absolue, la présence des programmes de priorité k, plus basse que p, est immatérielle par rapport aux programmes de priorité p ou plus élevée.

En décomposant le temps d'attente t_{np}, des programmes de priorité p, on peut écrire:

$$t_{np} = t_{nk} + \sum_{k=1}^{p-1} t'_{nk} \tag{16}$$

où t_{nk} désigne l'attente due aux services des programmes de priorités plus élevées, ou au plus bas égale à p, qui étaient présents dans la file d'attente à l'arrivée du programme, et t'_{np} celle due aux services des programmes de priorités plus élevées que p qui entreraient pendant l'attente du programme dans la file. On obtient alors:

$$W_n(p) = \frac{E(t_{op})}{[1-\sigma_n(p-1)][1-\sigma_n(p)]} \tag{17}$$

où $E(t_{op})$ exprime la moyenne des temps de service résidu des programmes qui étaient sous traitement à l'arrivée des programmes de priorité p. Par définition de la priorité absolue, ces programmes doivent avoir une priorité plus grande ou égale à p. Ces programmes arrivent au service n avec un taux

$$\Lambda_n(p) = \sum_{k=1}^{p} \lambda_n(p) \tag{18}$$

et leurs temps de service ont pour distribution:

$$B'_{np}(t) = \Lambda_n(p)^{-1}\sum_{k=1}^{p}\lambda_n(k)\ B_{nk}(t) \tag{19}$$

Appliquons l'équation (11)

$$E(t_{op}) = \tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{p}\lambda_n(k)\ \overline{x^2_{nk}} \tag{20}$$

Finalement, en substituant l'équation (20) dans l'équation (17), on a:

$$W_n(p) = \frac{\tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{p}\lambda_n(k)\ \overline{x^2_{nk}}}{[1-\sigma_n(p-1)][1-\sigma_n(p)]} \tag{21}$$

pour $\quad p = 1,2,\ldots,P, \qquad \sigma_n(p) < 1$

L'équation (21) est aussi formellement identique à une formule déterminant le temps moyen d'attente, calculé relativement aux points de régénération, d'un programme de priorité p dans une file d'attente à priorité absolue M/G/1 [1, p.116]. Mais l'équation est aussi doublement plus générale car comme l'équation (15), elle est applicable aux files d'attente G/G/1 à priorité absolue, et valide sur tout l'axe de temps continu.

Le délai moyen des programmes de priorité p, au service n dans une file d'attente à priorité absolue se calcule en ajoutant le temps de service moyen $\frac{1}{\mu_n(p)}$ à $W_n(p)$

3.6 FORMULE DE POLLACZEK-KHINCHIN GENERALISEE

Il est évident que dans les deux modèles développés ci-dessus, si l'on se limite au cas où le nombre de priorité P = 1, on retrouve une file d'attente G/G/1 avec discipline de service premier entré premier sorti. Substitutant P = 1, soit dans l'équation (12), soit dans l'équation (21), on a:

$$W = W_1 = \frac{\frac{1}{2}\Lambda\ \overline{x^2}}{1-\rho} \qquad (22)$$

Cette équation est formellement identique à la formule de Pollaczek-Khinchin, qui est très connue dans la théorie des files d'attente M/G/1. L'équation (22) généralise donc l'applicabilité de la formule de Pollaczek-Khinchin aux files d'attente G/G/1. Cette équation donne une expression pour calculer le temps d'attente moyen dans une file d'attente G/G/1, qui jusqu'à date était inconnue [4, p.25].

3.7 TEMPS D'ATTENTE DANS UN SERVICE DE TYPE 3 DANS UN RESEAU MIXTE

Pour être plus réaliste, on a intérêt à considérer le cas d'un système G/G/1 à plusieurs catégories de programmes et de disciplines de service premier entré premier servi. Ce modèle a été introduit très récemment pas Baskett et al [4], comme exemple de la limitation de l'application de la théorie des équilibres globale et locale à l'analyse d'un réseau M/M/1 à plusieurs classes de programmes. Le temps d'attente dans un tel système reste jusqu'à maintenant une inconnue. Dans ce qui suit on appliquera la méthode de Cobham pour

trouver cette inconnue définie par rapport à un noeud arbitraire du réseau.

La classification des programmes en différentes catégories se fait de la même manière que dans les services de type 1 et 2. On décompose, comme d'habitude, le temps d'attente d'un programme de la catégorie p en deux parties, ($1 \leqslant p \leqslant P$):

w_{no} le service résiduel du programme qui était sous traitement à l'arrivée du programme considéré;

w'_{np} l'attente due aux services des programmes de différentes catégories qui ont été admis dans le système avant l'arrivée du programme considéré.

$$w_{np} = w_{no} + w'_{np} \tag{23}$$

Notons que, w' ne dépendant pas de l'ordre des programmes de différentes catégories présent dans la file d'attente, nous pouvons donc écrire:

$$w'_{np} = \sum_{k=1}^{P} w'_{nk} \tag{24}$$

où w'_{nk} désigne le temps requis pour le traitement des programmes de la catégorie k. En substituant l'équation (24) dans l'équation (23), prenant l'espérance et appliquant le théorème de Little, nous trouvons le temps d'attente moyen.

$$W_{np} = E(w_{no}) + \sum_{k=1}^{P} \rho_{nk} W_{nk} \tag{25}$$

où ρ_{nk} est défini par l'équation (8). De l'équation (25) on déduit facilement que:

$$W_n(p) = \frac{E(w_o)}{1-\sigma_p} = \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{p}\lambda_n(i)\ \overline{x_{ni}^2}}{1-\sigma_p} \qquad (26)$$

En examinant l'équation (26), on voit nettement que le temps d'attente dans le système est le même pour toute catégorie de programmes. L'équation (26) s'obtient sans difficulté par l'application de l'équation (14) et que σ_p est défini par l'équation (9).

3.8 *TEMPS D'ATTENTE DANS UN SERVICE DE TYPE 4 DANS UN RESEAU MIXTE*

Supposons que la classification des programmes de différentes catégories s'effectue de la même manière que dans les services de type 1, 2 et 3. Pour trouver le temps d'attente moyen W_{np} d'un programme de catégorie p dans une file associée avec le service du réseau servant suivant la discipline dernier entré premier sorti, on décompose le temps d'attente de ce programme en deux parties:

w_o : l'attente due aux services du programme qui reste encore sous traitement;

w'' : l'attente due aux services des programmes qui ont joint la file d'attente pendant l'attente du programme considéré.

On écrit:

$$w_{np} = w_{no} + w''_n \qquad (27)$$

Soit m_k $(1 \leq k \leq P)$ le nombre de programmes de priorité p qui ont été admis dans la file d'attente pendant le temps d'attente p du programme considéré. Notant que w" ne dépend pas de l'ordre de service des programmes admis dans la file, nous pouvons écrire:

$$w''_{np} = \sum_{k=1}^{P} m_{nk}/\mu_{nk} \tag{28}$$

Substituant l'équation (28) dans l'équation (27), prenant l'espérance et appliquant le théorème de Little on a la relation de recurrence

$$W_{np} = E(W_{no}) + \sum_{k=1}^{P} \rho_{nk} W_{nk} \tag{29}$$

L'équation (29) est identique à l'équation (25). On peut donc conclure que les temps d'attente moyens, pour la même population de programmes, et les temps d'attente dans les services de types 3 et 4 restent les mêmes pour toute catégorie. Ce résultat est comparable à celui qu'on obtient pour les files M/G/1 servant une seule catégorie de programmes selon les disciplines premier entré premier servi et dernier entré premier servi.

3.9 *CALCUL DU TEMPS DE REPONSE D'UN RESEAU AUX SERVICES DE DISCIPLINES MIXTES*

L'application des équations (15), (21) et (26) au calcul du temps de réponse d'un réseau aux services de disciplines mixtes est immédiate. Tout d'abord, nous remarquons

que le calcul du temps d'attente à chaque service, pour toute catégorie de programmes, comme l'indique les équations énumérées ci-dessus, ne demande que:

1. le taux d'arrivée des programmes pour chaque catégorie;
2. les premier et second moments du temps de service pour chaque catégorie de programmes.

On a les taux moyens des arrivées des programmes en résolvant le système d'équations linéaires (1). En plus, les programmes sont classifiés en catégories selon leurs distributions de temps de service. Le calcul des moments ne présente pas de difficultés. Il ne nous reste qu'à identifier les types de service pour chaque centre de service et calculer le temps d'attente en appliquant la formule appropriée.

Le délai moyen des programmes de priorité p est donné par:

$$T_n(p) = 1/\mu_{np} + W_n(p) \qquad (30)$$

Substituant l'équation (30) dans l'équation (3) donne le temps de réponse du réseau.

REFERENCES

1. Jaiswall, N.K., - *"Priority Queues"*, Academic Press, New York, (1968).
2. Baskett, F., Chandy, K.M., Muntz, R.R. and F. Palacios Gomez, - *"Open, Closed, and Mixed Networks of Queues with Different Class of Customers"*, Journal of the Association for Computing Machinery, vol. 22, pp. 248-260, (1975).
3. Cobham, A., - *"Priority Assignment in Waiting Line Problems"*, Operations Research, vol. 2, pp. 70-76, (1954).
4. Kleinrock, L., - *"Communication Nets; Stochastic Message Flow and Delay"*, McGraw-Hill, New York, (1964).

CHAPITRE 4

EXPLOITATION DES RESULTATS THEORIQUES

4.1 *INTRODUCTION*

Dans ce chapitre, les résultats théoriques obtenus au chapitre 3 sont appliqués à l'étude du modèle de McGregor et Chou.

On y présente une méthode simple pour calculer le taux d'arrivée des programmes de priorité q au service m(m=1, ...7 et q=1,...4). En admettant que la priorité du programme lui est attribuée à son entrée dans un service selon son temps de service, on peut calculer $\lambda_m(q)$ sans difficultés en ramenant un système d'équations linéaires d'ordre 28* à un système d'ordre 7. En admettant en plus que le temps de service des programmes est distribué exponentiellement, si l'on ne distingue pas leur priorité et que chaque service a son propre temps moyen de service, on calcule facilement les temps de service moyens pour chaque programme de priorité donnée à chaque service du système. Le deuxième moment du temps de service et le taux d'utilisation d'un service par des programmes de priorité donnée sont aussi calculés numériquement en se donnant une matrice de transition des programmes. Finalement les valeurs numériques des temps de réponse du système de Chou

---

* m x q = 7 x 4 = 28

et McGregor sont calculés pour la discipline de service prioritaire avec et sans réjection.

4.2 CALCUL DU TAUX D'ARRIVEE DES PROGRAMMES

En régime permanent, le taux d'arrivée des programmes, de priorité p, $1 \leq p \leq P$, au service n, $1 \leq n \leq N$, se détermine par le système d'équations (1) du chapitre 3, précédemment:

$$\lambda_n(p) = \gamma_n(p) + \sum_{m=1}^{N} \sum_{q=1}^{P} r(m,q;\ n,p)\lambda_m(q) \qquad (1)$$

En se rapportant au schéma du réseau de McGregor et Chou, on a:

- Nombre de service N = 7
- Nombre de catégories de priorité P = 4
- Une seule source extérieure est associée à la file d'attente devant le CPU.

Le calcul des taux d'arrivée utilisant le système d'équations ci-dessus, exige la résolution d'un système d'équations linéaires d'ordre 28, c'est-à-dire N x P = 28.

Les 748 (28^2) coefficients r(m,q; np) représentent les probabilités de transition d'une file d'attente m d'un programme de priorité q au service n et y recevant la priorité n.

Pratiquement, comme on l'a énoncé dans les hypothèses générales émises au chapitre 3, chaque programme se voit attribuer une priorité p selon son temps de service. Les pro-

grammes dont le temps de service S est:

- plus petit que α_1 ont la priorité $p = 1$
- $\alpha_1 \leq S < \alpha_2$ ont la priorité $p = 2$
- $\alpha_2 \leq S < \alpha_3$ ont la priorité $p = 3$
- $\alpha_3 \leq S$ ont la priorité $p = 4$

Soit $s_m(x)$ la densité de distribution du temps de service des programmes associés avec le service m. Comme le processus de service est indépendant du processus d'arrivée, il est donc clair que le taux d'arrivée des programmes de priorité p est:

$$\lambda_m(q) = \lambda_m \int_{\alpha_{q-1}}^{\alpha_q} s(x)\, dx = \lambda_n w(n,q) \tag{2}$$

avec

$$\alpha_o = 1, \qquad \alpha_4 = \infty, \qquad 1 \leq q \leq 4$$

L'équation ci-dessous nous permet de réduire le système d'équation (1) à un système plus simple.

$$\lambda_n = \gamma_n + \sum_m K_{m,n} \lambda_m \tag{3}$$

où

$$m,n = 1,2,\ldots,7$$

et

$K_{n,m}$ est la probabilité de transition du service m au service n.

4.3 DISTRIBUTION DE TEMPS DE SERVICE DES PROGRAMMES DE PRIORITE q. PREMIER ET DEUXIEME MOMENTS DU TEMPS DE SERVICE

De la définition de l'attribution de priorité aux programmes arrivant devant un service m, on trouve que la densité de distribution de service des programmes de prioriqé q devant le service m est:

$$s_{mq}(x) = \frac{s(x)}{\int_{\alpha_{q-1}}^{\alpha_q} s(x)\,dx} \quad \text{si} \quad \alpha_{q-1} \leq \alpha \leq \alpha_q \tag{4}$$

$$= 0 \qquad \text{autrement}$$

le temps de service moyen est alors:

$$\frac{1}{\mu_{mq}} = \int_{\alpha_{q-1}}^{\alpha_q} x\, s_{mq}(x)\, dx = \frac{\int_{\alpha_{q-1}}^{\alpha_q} x\, s(x)\,dx}{\int_{\alpha_{q-1}}^{\alpha_q} s(x)\,dx} \tag{5}$$

De l'équation (2) et (5) on trouve le trafic des programmes de priorité q au service m:

$$\rho_{mq} = \lambda_n \int_{\alpha_{q-1}}^{\alpha_q} x\, s(x)\, dx \tag{6}$$

Finalement, le deuxième moment de temps de service des programmes de priorité q au service m se détermine de façon classique par:

$$\overline{x_m^2}(q) = \int_0^\infty s_{m,q}(x)\ x^2 dx$$

$$\overline{x_m^2}(q) = \frac{1}{w(m,q)} \int_{\alpha_{q-1}}^{\alpha_q} s(x) x^2 dx \qquad (7a)$$

où

$$w(m,q) = \int_{\alpha_{q-1}}^{\alpha_q} s(x)\ dx \qquad (7b)$$

désigne la probabilité qu'un programme se voit attribuer la priorité q au service m du système.

4.4 *MATRICE DE TRANSITION - CALCUL NUMERIQUE DES λ_n*

En se référant à la figure 2, on admet dans l'exemple numérique ci-dessous, la matrice de transition suivante:

	1	2	3	4	5	6	7
1	.01	.099	.099	.2376	.2376	.3168	0
2	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	1
4	0.003	0	0	0	0	0	0
5	0.003	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0
7	.01	0	0	0	0	0	0

Les probabilités de trouver un message sortant du système après avoir été servi sont:

.997 pour le service # 4

.997 pour le service # 5

.99 pour le service # 7

1 pour le service # 6

Aucun programme ne sort, après service, des noeuds nos 1, 2, 3 du système.

Posant le taux d'arrivée de messages de sources extérieures aux valeurs suivantes $\gamma_1=10^{-3}$ et $\gamma_2=\gamma_3=\ldots\gamma_7 = 0$ et substituant la matrice de transition ci-dessus dans l'équation (3), on a le système d'équations ci-dessous:

$$.99\lambda_1 = 10^{-3} + .003(\lambda_4 + \lambda_5) + .01\lambda_7 \qquad (8.1)$$

$$\lambda_2 = 0.099\lambda_1 \qquad (8.2)$$

$$\lambda_3 = 0.099\lambda_1 \qquad (8.3)$$

$$\lambda_4 = .2376\lambda_1 \qquad (8.4)$$

$$\lambda_5 = .2376\lambda_1 \qquad (8.5)$$

$$\lambda_6 = .3168\lambda_1 \qquad (8.6)$$

$$\lambda_7 = \lambda_2+\lambda_3 \qquad (8.7)$$

En substituant les équations (8.2) et (8.3) dans l'équation (8.7), on trouve:

$$\lambda_7 = 0.198\lambda_1$$

Substituant les équations (8.8), (8.4) et (8.5) dans l'équation (8.1), on trouve facilement:

$$\lambda_1 = 1.01358\ 10^{-3} \tag{8.8}$$

$$\lambda_2 = \lambda_3 = 0.100344\ 10^{-3} \tag{8.9}$$

$$\lambda_4 = \lambda_5 = 0.240826\ 10^{-3} \tag{8.10}$$

$$\lambda_6 = 0.319938\ 10^{-3} \tag{8.11}$$

$$\lambda_7 = 0.200688\ 10^{-3} \tag{8.12}$$

4.5 CALCUL DE $\lambda_n(q)$

Pour calculer les $\lambda_n(q)$ on utilise l'équation (7b). En plus on suppose que l'ensemble des programmes ont une distribution de temps de service exponentielle de valeur moyenne $\frac{1}{\mu_n}$, définie relativement au service n et on admet que:

$$\alpha_{1n} = .1/\mu_n \tag{9.1}$$

$$\alpha_{2n} = .3/\mu_n \tag{9.2}$$

$$\alpha_{3n} = .6/\mu_n \tag{9.3}$$

Alors pour tout n = 1, 2,...,7, on a facilement:

$$W(n,1) = 0.09048 \tag{9.4}$$

$$W(n,2) = 0.164 \tag{9.5}$$

$$W(n,3) = 0.192 \tag{9.6}$$

$$W(n,4) = 0.55352 \tag{9.7}$$

Avec ces valeurs de W(n,q) on a les taux d'arrivée $\lambda(m,q)$ classés dans le tableau 1.

$\lambda_m(q)$	1	2	3	4
1	$0.9163\ 10^{-4}$	$0.1662\ 10^{-3}$	$0.1946\ 10^{-3}$	$0.5610\ 10^{-3}$
2	$0.9071\ 10^{-5}$	$0.1646\ 10^{-4}$	$0.1927\ 10^{-4}$	$0.5554\ 10^{-4}$
3	$0.9071\ 10^{-5}$	$0.1646\ 10^{-4}$	$0.1927\ 10^{-4}$	$0.5554\ 10^{-4}$
4	$0.2177\ 10^{-4}$	$0.3950\ 10^{-4}$	$0.4624\ 10^{-4}$	$0.1333\ 10^{-3}$
5	$0.2177\ 10^{-4}$	$0.3950\ 10^{-4}$	$0.4624\ 10^{-4}$	$0.1333\ 10^{-3}$
6	$0.2892\ 10^{-4}$	$0.5247\ 10^{-4}$	$0.6143\ 10^{-4}$	$0.1771\ 10^{-3}$
7	$0.1814\ 10^{-4}$	$0.3291\ 10^{-4}$	$0.3853\ 10^{-4}$	$0.1111\ 10^{-3}$

Tableau 1: Taux d'arrivée des programmes de priorité q au service m ($q = 1,4$ | $m = 1,7$)

4.6 CALCUL DES PREMIER ET DEUXIEME MOMENTS DU TEMPS DE SERVICE

Supposons que le temps de service moyen au service $m = 1,\ldots 7$ sont donnés dans le tableau 2 sans distinction de priorité:

m	1	2	3	4	5	6	7
μ_m^{-1}	500	80	80	750	750	750	1000

Tableau 2: Temps de service moyen des programmes au service m, sans distinction de priorité

Par l'application des équations (5) et (9.4) à (9.7) on trouve les valeurs de μ_{mq}^{-1} du tableau 3.

μ_{mq}^{-1}	1	2	3	4
1	24.50	98.25	221.2	800
2	3.92	15.72	35.4	128
3	3.92	15.72	35.4	128
4	36.75	147.4	331.9	1200
5	36.75	147.4	331.9	1200
6	36.75	147.4	331.9	1200
7	49.00	196.5	442.5	1600

Tableau 3: Temps de service moyen des programmes de priorité q au service m (q = 1,4; m = 1,7)

L'application de l'équation (6) et des résultats (8.8) à (8.12) donne le facteur d'utilisation $\rho_n(q)$ du tableau 4.

$\rho_n(q)$	1	2	3	4
1	0.0022	0.0185	0.0616	0.5104
2	$0.355\ 10^{-4}$	$0.294\ 10^{-3}$	$0.976\ 10^{-3}$	$0.808\ 10^{-2}$
3	$0.355\ 10^{-4}$	$0.294\ 10^{-3}$	$0.976\ 10^{-3}$	$0.808\ 10^{-2}$
4	$0.800\ 10^{-3}$	$0.662\ 10^{-2}$	0.0219	0.1819
5	$0.800\ 10^{-3}$	$0.662\ 10^{-2}$	0.0219	0.1819
6	$0.106\ 10^{-2}$	$0.879\ 10^{-2}$	0.0291	0.2416
7	$0.888\ 10^{-3}$	$0.737\ 10^{-2}$	0.0244	0.2021

Tableau 4: Facteur d'utilisation du service m par des programmmes de priorité q (m=1,7; q=1,4)

De l'équation (7a) et (7b) et des équations (9.1) à (9.3) on trouve $\overline{x_n^2}(q)$ du tableau 5.

$\overline{X_n^2}(q)$	1	2	3	4
1	850	10500	50800	8900000
2	21.76	268.8	1300	22780
3	21.76	268.8	1300	22780
4	1912	23620	114300	2003000
5	1912	23620	114300	2003000
6	1912	23620	114300	2003000
7	49.00	196.5	442.5	1600

Tableau 5: Valeurs des moments d'ordre deux des temps de service de programmes de priorité q du service m.

4.7 CALCUL DU TEMPS DE REPONSE

Avec les résultats numériques des tableaux 3, 4 et 5 on calculera facilement le temps d'attente dans les services des différentes priorités en appliquant

- la formule (15), chapitre 3;
- la formule (21), chapitre 3.

On trouve facilement le temps d'attente moyen des programmes de priorité q devant le service m (q=1,4; m=1,7), et avec ces résultats en utilisant la formule (3), chapitre 3, on trouve le temps de réponse:

$T = 1960.04$ unités de temps

et $T = 1766.67$ unités de temps

respectivement pour le système avec priorité relative et absolue.

CHAPITRE 5

SIMULATION

COMPARAISON DES RESULTATS THEORIQUES ET SIMULES

5.1 *INTRODUCTION*

Dans ce chapitre on présente la simulation du modèle de Chou et McGregor sur ordinateur. On emploie le langage GPSS/360 sur l'ordinateur IBM360/65 de l'Université de Sherbrooke, P.Q. Le schéma bloc de simulation est présenté dans l'Annexe B. Le programme de simulation est inclus dans le rapport comme l'Annexe C. Le programme de calcul des résultats théoriques fait l'objet de l'Annexe D.

La comparaison des résultats théoriques simulés se fait sur deux hypothèses:

- Hypothèse 1 : Tous les services du modèle opèrent selon la priorité relative;
- Hypothèse 2 : Tous les services du modèle opèrent avec la priorité absolue.

Dans chacune des hypothèses ci-haut mentionnées, on compare les valeurs de temps de réponse du système théorique avec les valeurs obtenues par simulation. Ces comparaisons sont visualisées par les courbes de variation du temps de réponse théorique en fonction du trafic global dans le réseau

et celles obtenues par simulation. En termes généraux l'écart entre les courbes théoriques et simulées est très petit dans la région de faible trafic global. Cet écart devient plus important dans la région de trafic global plus grand que 0.6.

La validité des résultats simulés est aussi discutée. Les résultats varient dans les limites assez larges selon le nombre de messages employés dans la simulation. On visualise aussi la validité de la simulation par une famille de courbes.

5.2 *APERCU SUR LA SIMULATION*

Le langage de simulation GPSS/360 (General Purpose Simulation System/360) a été utilisé pour la modélisation. GPSS/360 est très bien adapté aux problèmes concernant les files d'attente. A part la facilité de programmation, le GPSS fournit avantageusement les principaux renseignements sur les entités utilisées par le modèle.

Le modèle simulé par GPSS/360 est décrit par une suite de blocs qui règleront le flux et la circulation des entités (transactions, messages, programmes...) à travers le modèle. Les transactions circuleront de bloc en bloc et chaque fois qu'elles pénètrent dans un bloc nouveau, elles déclencheront un ou plusieurs sous-programmes correspondant aux fonctions attachées aux blocs concernés.

L'Annexe B nous montre l'organigramme du modèle qui compose des blocs dont l'explication est notée. Le listing

correspondant du programme codé est présenté à l'Annexe C dans lequel nous trouverons la description détaillée des variables d'entrées.

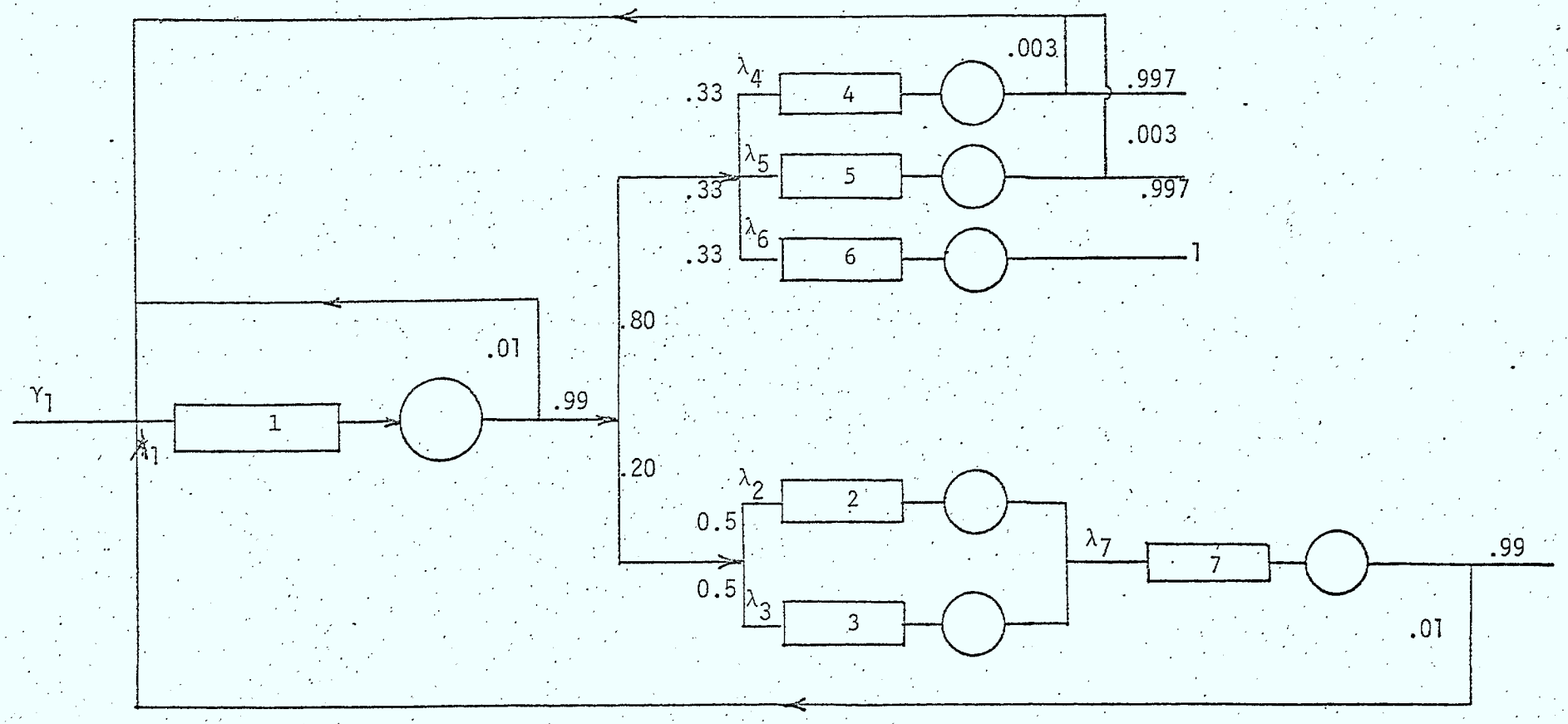
5.3 COMPARAISONS ENTRE RESULTATS THEORIQUES ET SIMULES

Dans le paragraphe on compare les résultats théoriques avec les résultats simulés sous les deux hypothèses indiquées dans l'introduction.

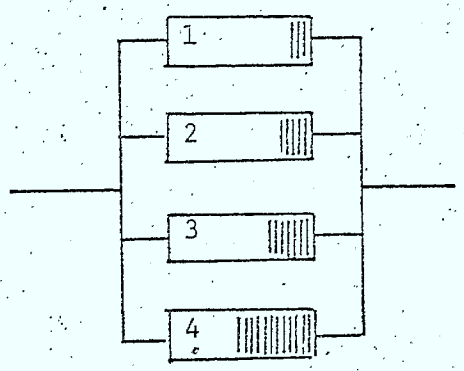
Cette comparaison se visualise par les courbes des figures 3 et 4. Le tableau 6 ci-dessous nous montre l'écart entre la valeur théorique et la valeur moyenne de simulation pour deux valeurs différentes de trafic.

Trafic global	σ=0.510	σ=0.340
Valeur théorique	1960	1685
Valeurs simulées	2406 2184 2330 2433 2343	2057 2040 1788 1753 2160
Valeurs simulées moyennes	2339	1959
Ecart %	16.2%	13.98%

Tableau 6: Comparaisons entre la valeur théorique et la valeur moyenne de simulation



CHOU & McGREGOR SYSTEM REDRAWN FOR SIMULATION AND COMPARISON



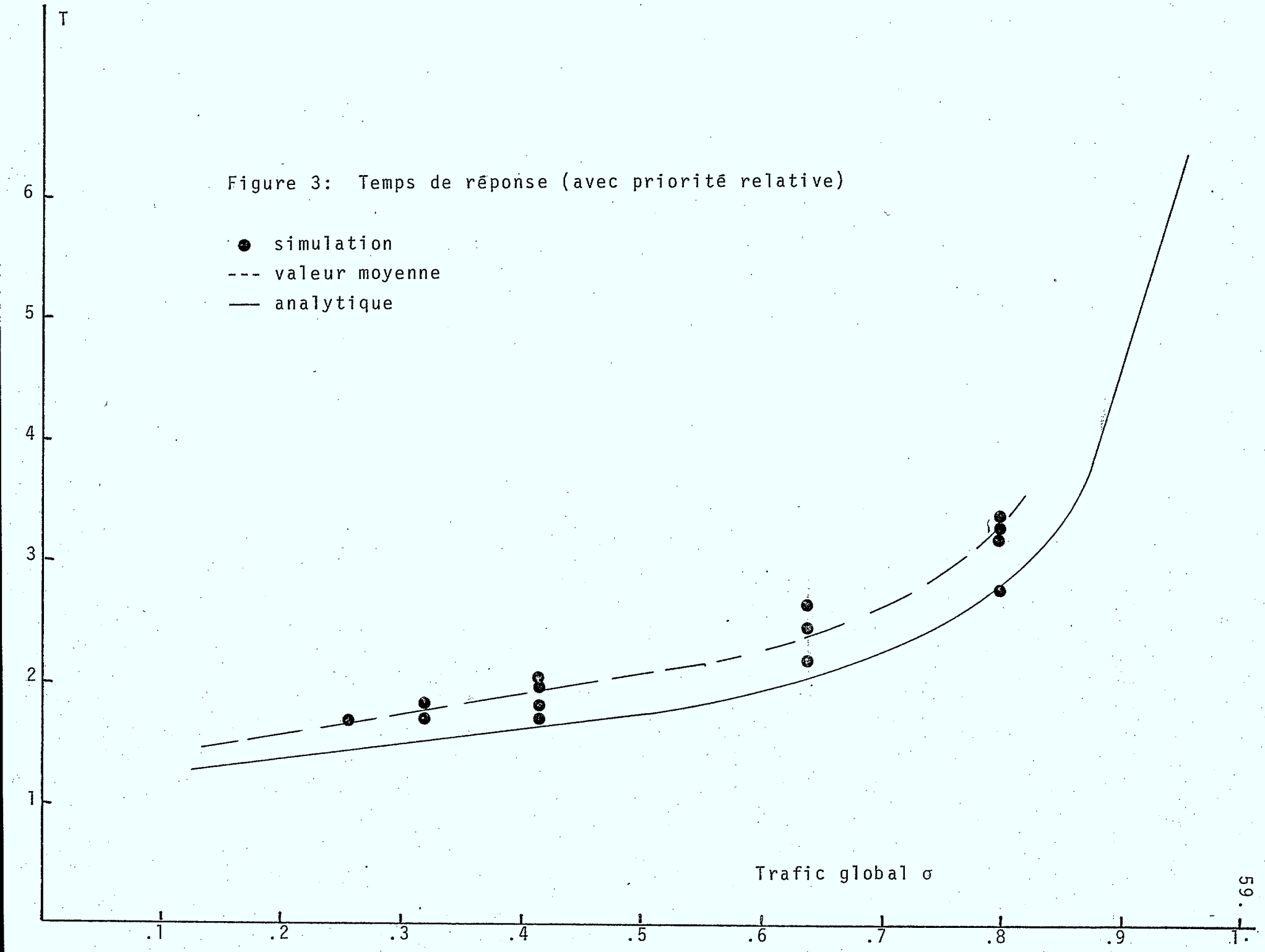


Figure 3: Temps de réponse (avec priorité relative)

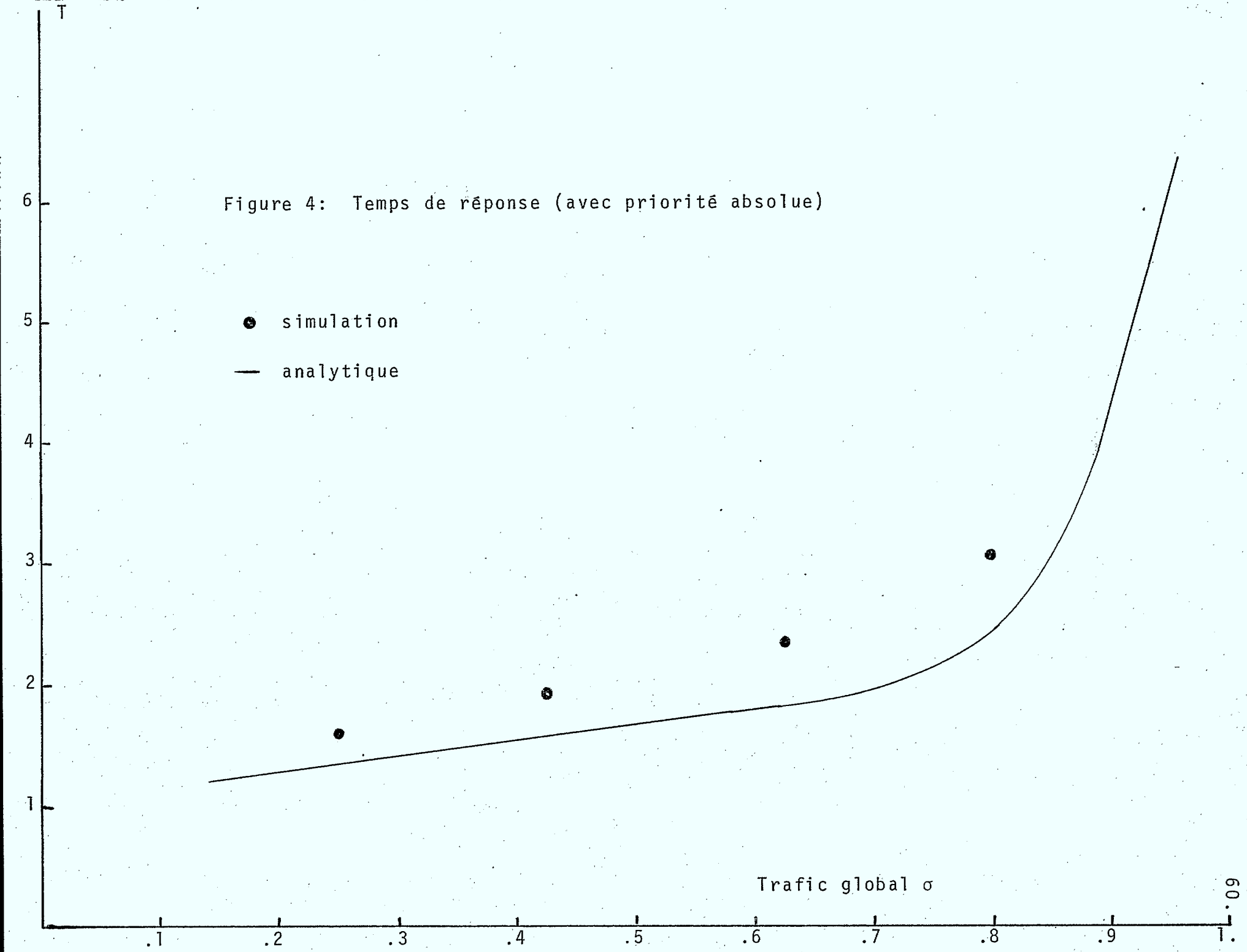


Figure 4: Temps de réponse (avec priorité absolue)

On voit nettement que l'écart entre la valeur théorique et la moyenne des résultats de simulation est assez grand. Cependant l'écart entre les valeurs de simulation est aussi important: il peut atteindre 10%. On peut donc conclure que les résultats théoriques et de simulation sont en accord dans la limite de la précision de la simulation.

5.4 *EFFET DU NOMBRE DE PROGRAMMES EMPLOYES DANS LA SIMULATION SUR LES RESULTATS DE LA SIMULATION*

L'effet du nombre de programmes employés dans la simulation sur les résultats dans les files d'attente M/M/1 a été discuté en détail dans [41]. Pour le cas des files d'attente prioritaires on trouve une discussion dans [42].

Dans la suite on visualise l'effet du nombre de programmes employés dans la simulation dans la figure 5.

Sur cette courbe on trouve que les valeurs des temps de réponse obtenues par simulation sont toutes plus élevées que la valeur théorique. Intuitivement on explique cette différence de la façon suivante: le nombre de programmes employés dans la simulation est assez élevé, mais les programmes sont subdivisés en plusieurs priorités. Pour les files d'attente de haute priorité, le nombre de programmes y passant est encore loin de la valeur nécessaire pour atteindre l'état stationnaire dans ces files d'attente. On arrive à cette conclusion en comparant les valeurs théoriques des temps d'attente par simulation. On trouve que pour les files d'attente de

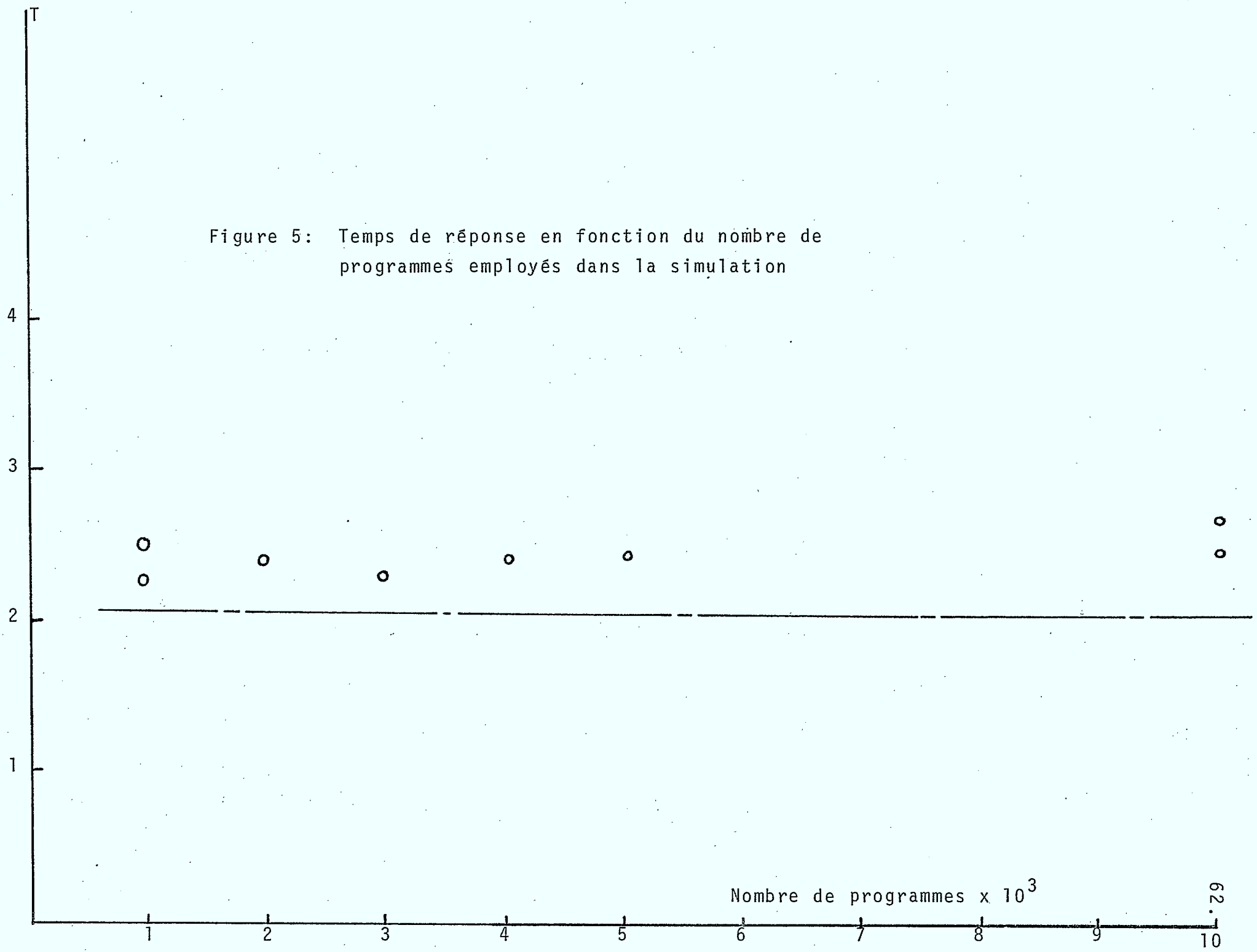


Figure 5: Temps de réponse en fonction du nombre de programmes employés dans la simulation

priorité faible, dans lesquelles le nombre de programmes est beaucoup plus élevé, l'écart entre ces deux valeurs est beaucoup plus faible que celui des files d'attente de priorité plus élevée.

CHAPITRE 6

CONCLUSION

Dans ce rapport des équations ont été développées pour calculer le temps d'attente dans une file d'attente dont le service est l'un des quatre types ci-dessous:

Type 1: A priorité relative servant P catégories de programmes;

Type 2: A priorité absolue servant P catégories de programmes;

Type 3: De discipline premier entré premier servi servant P catégories de programmes;

Type 4: De discipline dernier entré premier servi servant P catégories de programmes.

Chaque catégorie de programme arrive au système selon un processus aléatoire général, et elle possède sa propre distribution générale de temps de service. Dans les quatre cas on trouve que:

- Le temps d'attente dans la file ne dépend pas de la distribution du temps d'inter-arrivée des programmes mais seulement de la valeur moyenne des temps inter-arrivée. En plus ce temps d'attente moyen est proportionnel au deuxième moment du temps de service des différentes catégories de programmes;
- Le résultat obtenu nous permet de ramener l'étude des réseaux de files d'attente à celle de chacun des noeuds du

réseau. Ceci simplifie énormément l'analyse mathématique des réseaux de files d'attente. En plus, il nous permet de répondre aux questions suivantes qui sont d'une importance primordiale pour les opérateurs et exploiteurs d'ordinateurs:

- Est-ce que l'unité centrale de traitement est saturée?
- Est-ce que l'une des composantes périphériques du système est saturée?

Si la réponse à la première question est positive, on doit obtenir une unité centrale de traitement plus grosse. Si elle est négative, on peut éviter la congestion dans le système

- soit en changeant la routine d'opération;
- soit en réarrangeant les composantes périphériques, soit en se procurant des équipements supplémentaires.

Les résultats théoriques obtenus ont été vérifiés par des simulations. Il est important de noter que, pour un trafic global inférieur à 60% l'écart entre ces deux résultats est acceptable i.e. que l'écart entre les moyennes de simulation et de calcul ne dépasse pas 15%.

On notera aussi l'importance de l'écart entre les temps de réponse de simulation: l'écart entre les valeurs extrêmes et la valeur moyenne de ce temps peut atteindre 20%. On admet que cet écart est dû au nombre de programmes utilisés dans la simulation. Pratiquement cet écart est plus faible

quand le nombre de programmes est plus grand.

On trouve aussi que le temps d'attente global du système est plus faible si la discipline de priorité absolue est de rigueur dans le système, comparé avec celui d'un système opérant avec le même trafic mais selon la discipline de service prioritaire relative.

ANNEXE A

BIBLIOGRAPHIE

portant sur

L'ANALYSE MATHEMATIQUE

DES MODELES DE SYSTEMES D'ORDINATEURS*

* Cette bibliographie représente une liste de publications non citées dans le texte précédent. Ces titres sont donc complémentaires aux références citées.

1. S.R. Arora and A. Gallo, -"*The optimal organization of multiprogrammed multi-leved memory*", in Proc. ACM Workshop on System Performance Evaluation pp. 104-141, (Apr. 1971).

2. Y. Bard,- "*An analytic model of CP-67-VM/370*", in Proc. ACM Workshop on Virtual Computer Systems, pp. 170-176, (Mar. 1973).

3. F. Baskett, K.M. Chandy, R.R. Muntz and F.G. Palacios, - "*Open, closed and mixed networks of queues with different classes of customers*", J. Ass. Comput., (Mach., Apr., 1975).

4. L.A. Belady and C.J. Kuehner, - "*Dynamic space-sharing in computer systems*", Commun. Ass. Comput. vol. 12, pp. 282-288, (May 1967).

5. A. Brandwajn, J.P. Buzen, E. Gelenbe, and D. Potier, - "*A model of performance for vitual memory systems*", in Proc. ACM Sigmetrics Symp. (Sept. 1974).

6. J.P. Buzen, - "*Analysis of system bottlenecks using a queueing network model*", in Proc. ACM-SIGOPS Workshop on System Performance Evaluation pp. 82-103, (Apr. 1971).

7. ----"*Computational algorithms for closed queueing networks with exponential servers*", Commun. Ass. Comput. Mach., vol. 16, pp. 527-531, (Sept. 1973).

8. K.M. Chandy, - "*The analysis and solutions for general queueing networks*", in Proc. 6th Annu. Princeton Conf. Information Sciences and Systems, (Mar. 1972).

9. K.M. Chandy, T.W. Keller, and J.C. Browne, - "*Design automation and queueing networks: An interactive system for the evaluation of computer queueing models*", in Proc. Design Automation Workshop, (June 1972).

10. P.J. Courtois, - "*On the near-complete-decomposability of networks of queues and of stochastic models of multiprogramming computing systems*", Comput. Sci. Dep., Carnegie-Mellon Univ., Pittsburgh, Pa., Rep. CMU-CS-72-111, (Nov. 1971).

11. A.E. Ferdinand, - "*An analysis of the machine interference model*", IBM Syst. J., vol. 10, No. 2, pp. 129-142, (1971).

12. J.D. Foley, - *An approach to the optimum design of computer graphics systems*", Commun. Ass. Comput. Mach., vol. 14, pp. 380-390, (June 1971).

13. W. Freiberger, Ed., - "*Statistical Computer Performance Evaluation*", New York: Academic Press, (1972).

14. D.P. Gaver and P.A.W. Lewis, - "*Probability models for buffer storage allocation problems*", J. Ass. Comput. Mach., vol. 18, no. 2, pp. 186-198, (1971).

15. D.P. Gaver and G.S. Shedler, - "*Multiprogramming system performance via diffusion approximations*", IBM Res. Rep. RJ-938, (Nov. 1971).

16. D.P. Gaver, - "*Analysis of remote terminal backlogs under heavy demand conditions*", J. Ass. Comput. Mach., vol. 18, no. 3, pp. 405-415, (1971).

17. J. Gēisei and J.A. Lukes, - "*A model for the evaluation of storage hierarchies*", IBM Syst. J., vol. 13, no. 2, pp. 163-178, (1974).

18. E. Gelenbe, - "*On approximate computer system models*", to be published in J. Ass Comput. Mach.

19. --- "*Closed queueing systems with exponential servers*",

Oper. Res., vol. 15, pp. 254-265, (1967).

20. P.H. Hughes and G. Noe, - "*A structural approach to computer performance analysis*", in Proc. Nat. Computer Conf. also in AFIPS Conf. Proc., vol. 42, pp. 109-120, (1973).

21. K.B. Irani and V.L. Wallace, - "*On network linguistics and the conversational design of queueing networks*", J. Ass. Comput. Mach., vol. 18, no. 4, pp. 616-629, (1971).

22. --- "*Jobshop-like queueing systems*", Management Sco., vol. 10, no. 1, pp. 131-142, (1963).

23. S.R. Kimbleton, - *A fast approach to computer performance prediction*", USC/Inform., Sci. Inst., Rep. ISI/RR-74-20, (June 1974).

24. L. Kleinrock, - "*Certain analytic results for time-shared processors*", in Proc. IFIPS, vol. 68, pp. 838-845.

25. --- "*A selected menu of analytical results for time-shared computer systems*", in Systemprogrammierung. Munich, Germany: R. Oldenburg Verlag, pp. 45-73, (1972).

26. H. Kobayashi, - "*Applications of the diffusion approximation to queueing networks: Part I-Equilibrium queue distritutions*", J. Ass. Comput. Mach., vol. 21, no. 2, pp. 316-328, (1974).

27. --- "*Applications of the diffusion approximation to queueing networks: Part II-Transient queue distributions*", J. Ass. Comput. Mach., vol. 21, no. 3, pp. 459-468, (1974).

28. J.M. McKinney, - *A survey of analytical time-sharing models*", Computing Surveys, vol. 1, pp. 47-54, (June 1967).

29. R.R. Muntz, - "*Poisson departure processes and queueing networks*", IBM Res. Rep. RC 4145,, (Dec. 1972); also in Proc. 7th Annu. Princeton Conf. Information Sciences and

Systems (Mar. 1973).

30. R.R. Muntz and J. Wong, - "*Efficient computational procedures for closed queueing networks with the product form solution*", Comput. Sci., Dep., UCLA, Modeling and Measurement Note 17, (June 1973).

31. --- "*Asymptotic properties of closed queueing network models*", in Proc. 8th Annu. Princeton Conf. Information Sciences and Systems,(Mar. 1974).

32. T.G. Price, - "*Balanced computer systems*", Digital Syst. Lab., Stanford Univ., Stanford, Calif., Tech. Rep. 88, (Apr. 1974).

33. M. Reiser and M. Koboyashi, - "*Accuracy of the diffusion approximation for some queueing systems*", IBM J. Res. Develop., vol. 18, pp. 110-124, (Mar. 1974).

34. J.H. Saltzer, -"*A simple linear model of demand paging performance*", Commun. Ass. Comput. Mach., vol. 17, pp. 181-185, (Apr. 1974).

35. --- "*Performance evaluation of multiprogrammed time-shared computer systems*", M.I.T. Project MAC Rep. MAC-TR-103, (Sept. 1972).

36. --- "*Throughput analysis of multiprogrammed virtual-memory computer systems*", in 1st Annu. SIGME on Measurement and Evaluation pp. 47-53, (Feb. 1973).

37. H.A. Simon, - "*The sciences of the artificial*", Cambridge, Mass.: M.I.T. Press (1969).

38. H.A. Simon and A. Ando, - "*Aggregation of variables in dynamic systems*", Econometrica, vol. 20, (Apr. 1961).

39. W.L. Wallace and R.S. Rosenberg, - "*RWA-ℓ, the recursive queue analyser*", Syst. Eng. Lab., Dep. Elec. Eng., Univ. Michigan, Ann Arbor, Tech. Rep. 2, (Feb. 1966).

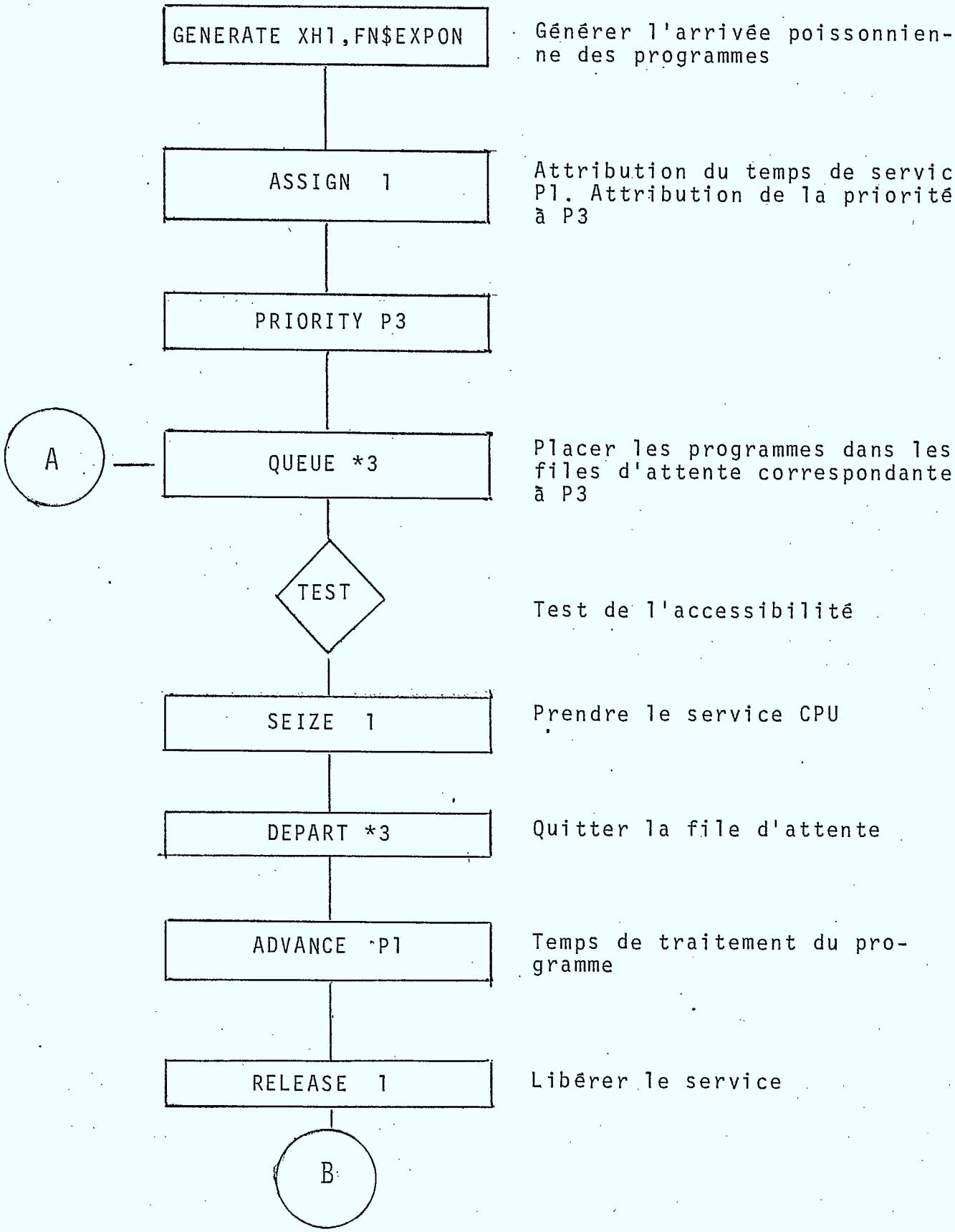
40. W.L. Wallace, - "*Toward an algebraic theory of Markovian networks*", in Proc. Symp. Computer-Communications Networks and Teletraffic, pp. 397-408, (1972).

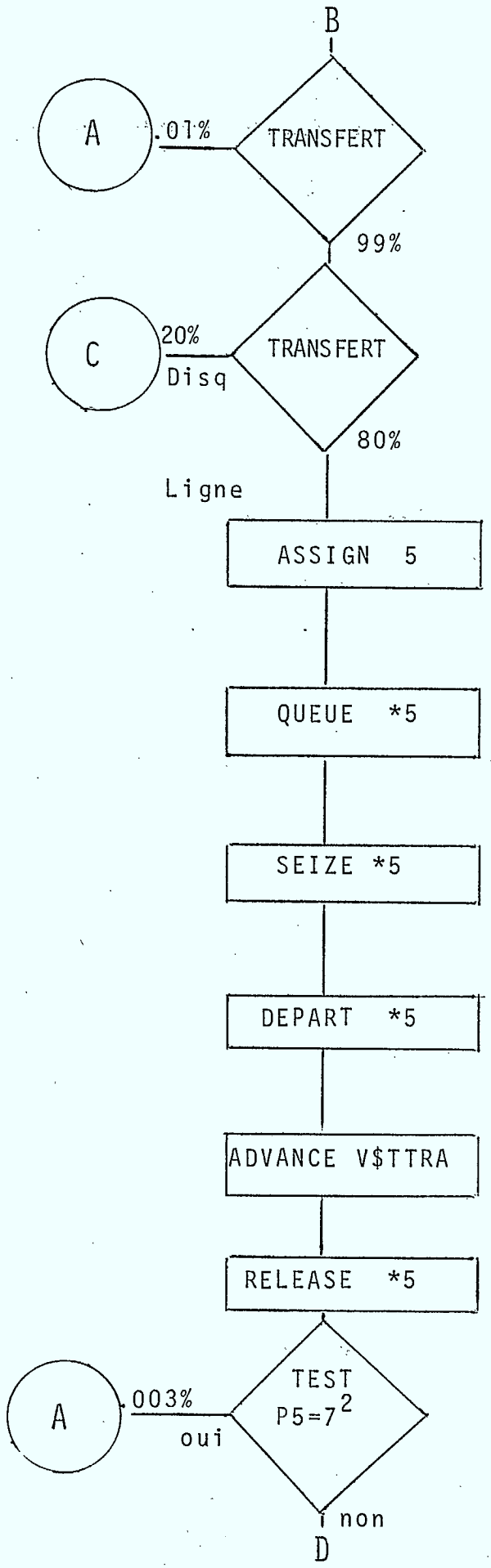
41. Eilon, S et Schowdhury, I.G., - "*A Note on Steady-State Results in Queueing and Job-Shop Scheduling*", Simulation, pp.85-87, (Sept. 1974).

42. Dubé, T.D., - "*Investigation of Message Traffic Parameters in Loop Type Data Communication Networks*", Mémoire de M. Sc., Université de Waterloo.

ANNEXE B

ORGANIGRAMME DU PROGRAMME DE SIMULATION





0.01% de retour des programmes

Transfert de programme à la ligne de transmission ou au périphériques

section: ligne de transmission

Attribution le numéro des files d'attentes et des lignes (4, 5,6)

Placer les programmes dans les mémoires tampon

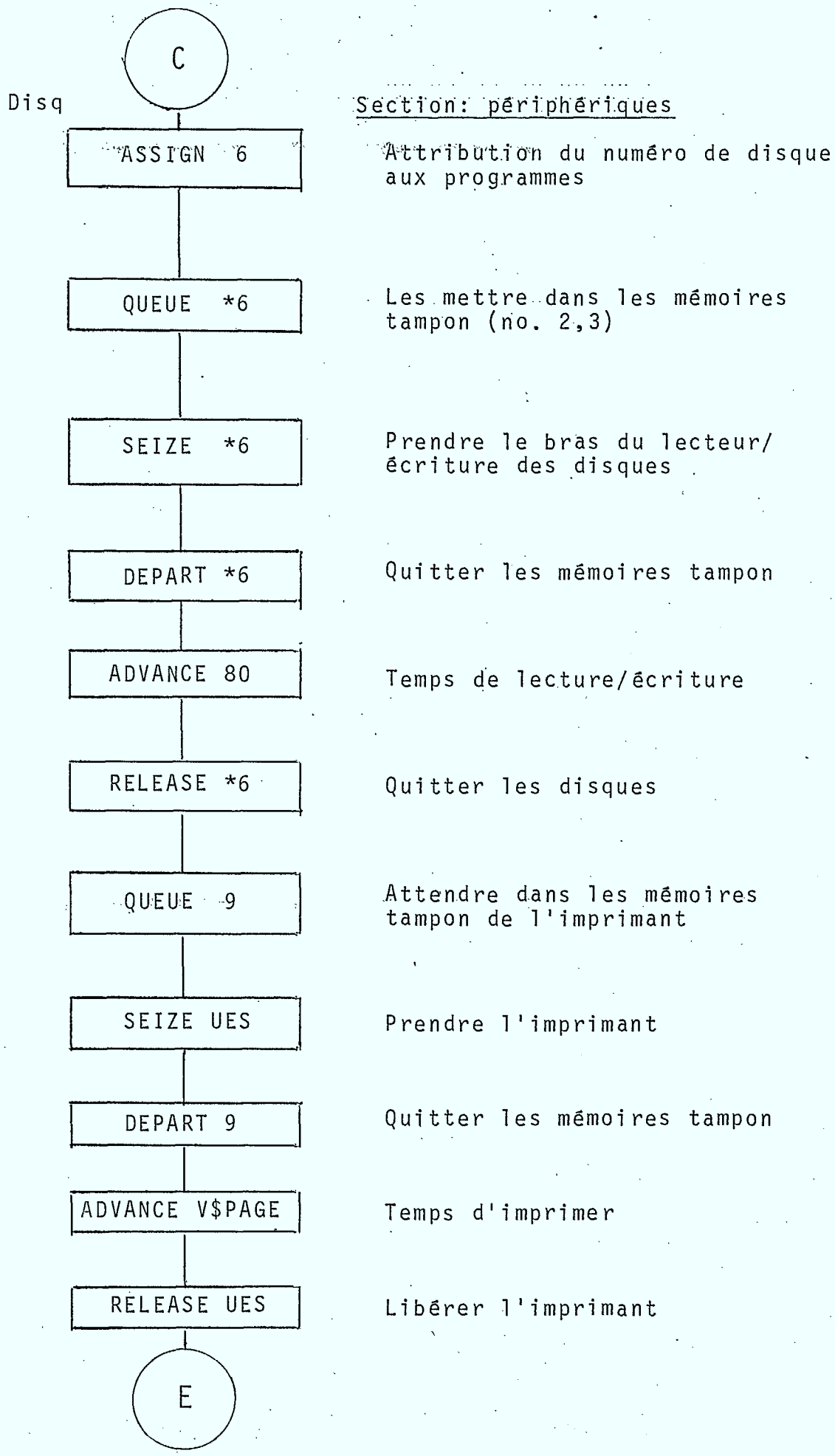
Prendre les lignes de transmission

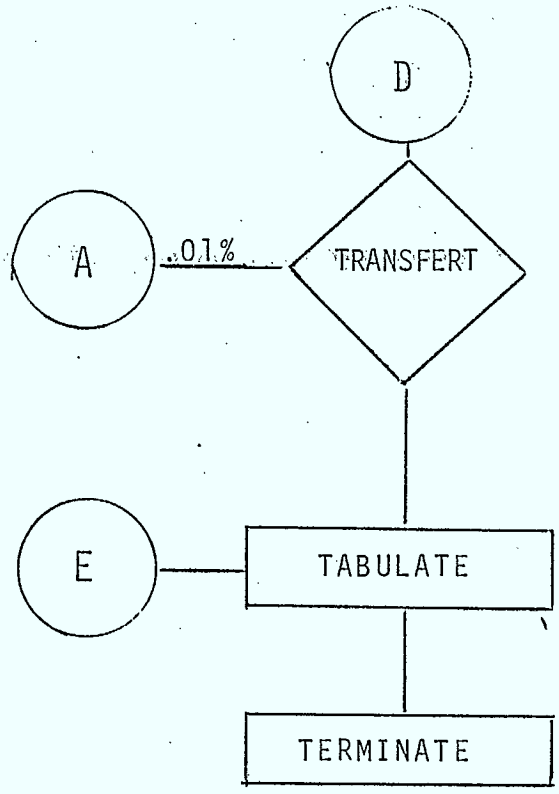
Quitter les mémoires-tampon

Transmettre les programmes

Quitter les lignes

Vérifier si le programme doit être retourné à l'entrée


C
Disq
Section: périphériques
ASSIGN 6
Attribution du numéro de disque aux programmes
QUEUE *6
Les mettre dans les mémoires tampon (no. 2,3)
SEIZE *6
Prendre le bras du lecteur/ écriture des disques
DEPART *6
Quitter les mémoires tampon
ADVANCE 80
Temps de lecture/écriture
RELEASE *6
Quitter les disques
QUEUE 9
Attendre dans les mémoires tampon de l'imprimant
SEIZE UES
Prendre l'imprimant
DEPART 9
Quitter les mémoires tampon
ADVANCE V$PAGE
Temps d'imprimer
RELEASE UES
Libérer l'imprimant
E



Retourner 0.01% des programmes à l'entrée

Compiler les statistiques

Fin

ANNEXE C

PROGRAMME DE SIMULATION

Les entrées du programme sont:

XH1	valeur moyenne de l'intervalle de temps d'arrivée global du programme (message);
XH2	valeur moyenne de temps de service à la file d'attente 1;

Les fonctions ou variables internes du programme sont:

EXPON	fonction exponentielle;
ATT1	fonction de distribution des files 4, 5, 6;
ATT2	fonction de distribution des files 2, 3;
VALE	variable qui détermine le temps de service au service No. 1;
TTRA, PAGE	les temps de service aux services Nos 4, 5, 6, 7 sont proportionnels à VALE

```
BLOCK
NUMBER   *LOC   OPERATION  A,B,C,D,E,F,G                    COMMENTS
                SIMULATE
         **** QUEUE  M/G/1
         ******      ANH-TUAN TRUONG 1977 / CRCS
         *******
         **      ------------      SECTION - A -      ------------------------------
          EXPON FUNCTION   RN1,C24
         0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.355/.4,.509/.5,.69/.6,.915/.7,1.2/.75,1.38
         .8,1.6/.84,1.83/.88,2.12/.9,2.3/.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99/.96,3.2
         .97,3.5/.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9998,8
          INMU  FUNCTION   RN2,D4
         .25,.5/.50,1/.75,1.5/1.,2
          RAND  FUNCTION   RN2,D4
         .25,50/.50,150/.75,250/1.,400
          SIGN  FUNCTION   RN4,D2
         .50,-1/1.,1
          SOLE  FUNCTION   RN5,D5
         .20,10/.40,20/.60,30/.80,40/1.,49
          ATT1  FUNCTION   RN3,D3
         .333,5/.667,10/1.,15
          ATT2  FUNCTION   RN4,D2
         .50,20/1.,25
         ***
                INITIAL    XH1,1000/XH2,500
          1     MATRIX     H,10,40
                STORAGE    S$UES,2
         ****
          ARRI  FVARIABLE  P1*FN$EXPON*FN$INMU
          TSERV FVARIABLE  FN$RAND+FN$SIGN*FN$SOLE
          PRIO  VARIABLE   P1/100
          NUMT  VARIABLE   N$BEGIN+K1
          VALE  FVARIABLE  XH2*FN$EXPON
         **
         **      ------------      SECTION - B -      ------------------------------
         ******
                GENERATE   XH1,FN$EXPON,,,,,F
         *****
         ********
                ASSIGN     1,V$VALE
          PAT4  TEST LE    P1,50,PAT3
4               ASSIGN     2,1
                TRANSFER   ,BEGIN
          PAT3  TEST LE    P1,150,PAT2
7               ASSIGN     2,2
                TRANSFER   ,BEGIN
          PAT2  TEST LE    P1,300,PAT1
10              ASSIGN     2,3
11              TRANSFER   ,BEGIN
12        PAT1  ASSIGN     2,4
13              TRANSFER   ,BEGIN
         *******
         **      ------------      SECTION - C -      ------------------------------
         **
14        BEGIN ASSIGN     10,V$NUMT
         ******
15              ASSIGN     3,V$MPR2
```

```
 MPR2   VARIABLE    5-P2
        ASSIGN      4,V$INC3
 INC3   VARIABLE    P3+K4
**
        SAVEVALUE   3+,1,H
****
        PRIORITY    P3
        TEST NE     XH3,41,AWAY1
 BAG1   MSAVEVALUE  1,P3,XH3,P10,H
        MSAVEVALUE  1,P4,XH3,P1,H
**
        TRANSFER    ,CUE
 AWAY1  SAVEVALUE   3-,40,H
        TRANSFER    ,BAG1
 CUE    QUEUE       *3
***
        GATE NU     1
****
        TEST NE     P3,4,K004
        TEST NE     P3,3,K003
        TEST NE     P3,2,K002
        TEST E      P3,1,ERR
****************
 KCC1   TEST E      Q4,0
        TEST E      Q3,0
        TEST E      Q2,0
        TRANSFER    ,TAKE
 K002   TEST E      Q4,0
        TEST E      Q3,0
        TRANSFER    ,TAKE
 K003   TEST E      Q4,0
        TRANSFER    ,TAKE
 K004   TRANSFER    ,TAKE
 ERR    SAVEVALUE   15+,99
        TRANSFER    ,OUT
*****
 TAKE   SEIZE       1
        DEPART      *3
        ADVANCE     P1,FN$EXPLN
        ASSIGN      3,PR
        PRIORITY    0,BUFFER
        PRIORITY    P3
        RELEASE     1
***************
        SAVEVALUE   *3+,P1
        SAVEVALUE   *4+,1
******
**
**      ------------      SECTION - D -     ------------------------------
****  RETOUR
        TRANSFER    .99,BEGIN,NEXT
**
*****      TRANSFER
 NEXT   TRANSFER    .80,DISQ,LIGNE
**
**      ------------      SECTION - E -     ------------------------------
 LIGNE  SAVEVALUE   8+,1,H
```

```
55              TEST NE     XH8,41,LWA
56      LWB     MSAVEVALUE  1,9,XH8,P10,H
57              ASSIGN      5,FN$ATT1
58              QUEUE       *5
59              ASSIGN      7,V$PLQ5
        PLQ5    VARIABLE    P3+P5
60              QUEUE       *7
61      TRANS   SEIZE       *5
62              DEPART      *5
63              DEPART      *7
64              ADVANCE     V$TTRA,FN$EXPCN
        TTRA    FVARIABLE   P1*(3/2)
65              RELEASE     *5
66              BUFFER
      ****
67              TEST NE     P5,7,TRUNK
68              TRANSFER    ,003,TRUNK,BEGIN
69      LWA     SAVEVALUE   8-,40,H
70              TRANSFER    ,LWB
71      TRUNK   TRANSFER    ,OUT
      **        ------------      SECTION - F -    ------------------------------
      ********
72      DISQ    SAVEVALUE   9+,1,H
73              TEST NE     XH9,41,DWA
74      DWB     MSAVEVALUE  1,10,XH9,P10,H
75              ASSIGN      6,FN$ATT2
76              QUEUE       *6
77              ASSIGN      8,V$PLQ6
        PLQ6    VARIABLE    P3+P6
78              QUEUE       *8
79      DIA     SEIZE       *6
80              DEPART      *6
81              DEPART      *8
82              ADVANCE     80,20
83              RELEASE     *6
84              BUFFER
85              TRANSFER    ,ISO
86      DWA     SAVEVALUE   9-,40,H
87              TRANSFER    ,DWB
      ***
88      ISO     ASSIGN      9,V$PLQ10
        PLQ10   VARIABLE    P3+K30
89              QUEUE       *9
90      ENS     ENTER       UES
91              DEPART      *9
      *********
92              ADVANCE     V$PAGE,FN$EXPCN
        PAGE    VARIABLE    P1*2
93              LEAVE       UES
94              BUFFER
95              TRANFER     ,99,BEGIN,OUT
      *------------
96      OUT     TERMINATE
      **        ------------      SECTION - G -    ------------------------------
      **
      **        ------------      SECTION - H -    ------------------------------
97              GENERATE    999999
```

```
        TERMINATE   1
**********
        START       1
        RESET
        START       1
        RESET
        START       1
        RESET
        START       1
**
        END
```

ANNEXE D

PROGRAMME DE CALCUL DE TEMPS DE REPONSE SELON LES FORMULES ANALYTIQUES

Ce programme simule les formules théoriques dans le chapitre 3. Il nous permet de calculer le temps de réponse du système selon différents types de disciplines (équations 15, 21, 26 du chapitre 3).

Les entrées du programme sont:

NS	nombre de services;
NP	nombre de priorités;
GAMA	intervalle d'arrivée des programmes de source extérieure;
AMU(N)	valeur moyenne du temps de service à $N^{ième}$ service;
BLA(N)	taux d'arrivée des programmes au service N;
AWF	probabilité que le programme soit attribué la priorité P;
FACT(I)	facteur de pondération du temps de service selon la priorité;
FACC(I)	facteur de pondération du second moment du temps de service selon la priorité;

Les sorties sont:

T15	temps de réponse à priorité relative (type 1);
T21	temps de réponse à priorité absolue (type 2);
T26	temps de réponse de discipline premier entré premier servi devant p catégorie de programme (type 3).

```
$JOB            TRUONG,LIST
C       TEMPS DE REPONSE DES FILES D ATTENTE
CC    EQUATION DE LEPHUNG //// CRC 1977
C       ANH-TUAN TRUONG, CRS
        DIMENSION T(9,9)
         DIMENSION AWF(4),BLA(7)
       DIMENSION T1(9,9),T2(9,9),T3(9,9),W3(9,9)
        REAL LAMDA(9,9),AMU(9,9),RO(9,9),SIG(9,9),XX2(9,9),W(9,9)
        REAL TLAM(9,9),W2(9,9),AW(9,9),QLEN(9,9),FACC(4),FACT(4)
C
C       NOMBRE DES SERVICES
C       NOMBRE DE PRIORITE NP
        NP = 4
        NS = 7
C
        READ(5,1004) (AWF(IP),IP=1,4)
       PRINT 1004,(AWF(IP),IP=1,4)
        READ(5,1020) (BLA(IN),IN=1,7)
       PRINT 1020,(BLA(IN),IN=1,7)
        DO 1 IN=1,NS
    1   READ(5,1004)(AW(IN,IP),IP=1,NP)
        DO 2 IN=1,NS
    2     READ(5,1002) (AMU(IN,IP),IP=1,NP)
        READ(5,2099) (FACT(I),I=1,4),(FACC(I),I=1,4)
C       CALCUL DU SECOND MOMENT DU TEMPS DE SERVICE
C
         DO 10 N=1,NS
        DO 10 K=1,NP
          XX2(N,K) = AMU(N,K)*FACC(K)*AMU(N,K)
         AMU(N,K) = AMU(N,K)*FACT(K)
   10     CONTINUE
        PRINT 1007,((AMU(N,K),K=1,NP),N=1,NS)
       PRINT 1008,((XX2(N,K),K=1,NP),N=1,NS)
C
C
       GAMA=1000.
        AFAT=1./GAMA
        PRINT 1016,GAMA,AFAT
C
        DO 3 IN=1,NS
        DO 3 IP=1,NP
    3   LAMDA(IN,IP) = BLA(IN)*AWF(IP)*AFAT
C
        PRINT 1006,((LAMDA(N,K),K=1,NP),N=1,NS)
       DO 7 N=1,NS
       DO 7 K=1,NP
       SS=0.
       DO 6 I=1,K
    6   SS=SS+ LAMDA(N,I)
    7   TLAM(N,K) = SS
C
C       FACTEUR D UTILISATION
       DO 11 N=1,NS
       DO 11 K=1,NP
        RO(N,K)= LAMDA(N,K)*AMU(N,K)
   11    CONTINUE
       DO 13 N=1,NS
       DO 13 K=1,NP
       SOM=0.
```

```
45      12    SOM = SOM + RO(N,I)
46          IF(SOM.GT.1.) PRINT 1100,N,K,SOM
47      13    SIG(N,K) = SOM
      C
48          PRINT 1010,((RO(N,K),K=1,NP),N=1,NS)
49          PRINT 1012,((SIG(N,K),K=1,NP),N=1,NS)
      C
50          DO 20 N=1,NS
51          DO 20 K=1,NP
52          SUM=0.0
53          DO 15 J=1,NP
54      15    SUM= SUM + LAMDA(N,J)*XX2(N,J)
55            SUM3=0.0
56            DO 17 J=1,K
57      17    SUM3=SUM3+LAMDA(N,J)*XX2(N,J)
58            W2(N,K)=0.50*SUM/(1.-SIG(N,K))
59          IF(K.NE.1) GOTO 16
60            W3(N,K)=0.50*SUM3/( 1.-SIG(N,K))
61          W(N,K) = 0.50*SUM/(1.-SIG(N,K))
62           QLEN(N,K) = W(N,K)*LAMDA(N,K)
63          GOTO 20
64      16    W(N,K) = 0.50*SUM/ ((1.-SIG(N,K-1))*(1.-SIG(N,K)))
65            W3(N,K)=0.50*SUM3/((1.-SIG(N,K))*(1.-SIG(N,K-1)))
66           QLEN(N,K) = W(N,K)*LAMDA(N,K)
67      20    CONTINUE
68          TOTLA=0.
69          DO 25 N=1,NS
70          DO 25 K=1,NP
71          TOTLA=TOTLA+LAMDA(N,K)/2.
72          T1(N,K)=AMU(N,K)+W(N,K)
73          T2(N,K)=AMU(N,K)+W2(N,K)
74          T3(N,K)=AMU(N,K)+W3(N,K)
75      25    CONTINUE
76          T15=0.0
77          T21=0.0
78          T26=0.0
79          DO 26 N=1,NS
80           DO 26 K=1,NP
81          T15=T15+T1(N,K)*LAMDA(N,K)/TOTLA
82          T26=T26+T2(N,K)*LAMDA(N,K)/TOTLA
83          T21=T21+T3(N,K)*LAMDA(N,K)/TOTLA
84      26    CONTINUE
      C        TEMPS DE REPONSE
85     999  CONTINUE
86    1002  FORMAT(4F7.2)
87    1004  FORMAT(4F7.4)
88    1006 FORMAT (T10,'TAUX D ARRIVEE DES JOBS',//,(10X,'K',4E15.4))
89    1007 FORMAT (T10,'TEMPS MOYEN DE SERVICES ',/,(10X,'K',4E15.4))
90    1008 FORMAT (T10,'SECOND MOMENT DU TEMPS DE SERVICE',/,(10X,'K',4E15.4
         *)
91    1010 FORMAT (T10,'FACTEUR D UTILISATION',/,(10X,'K',4E15.6))
92    1012 FORMAT (T10,'SIGMA=SOM(RO)',/,(10X,'K',4E15.6))
93    1016 FORMAT(/T10,'GAMA - INTERVALLE DE TEMPS D ARRIVEE(EXT.)=',F10.2/T
         *0,' TAUX D ARRIVEE DE L EXTERIEURE =',E13.5/)
94    1100 FORMAT(T40,'A ** N,K=',2I4,' F.UTILISATION SOM(RO)=',F8.3)
95    1020  FORMAT(7F9.6)
96          PRINT 1025,T15,T21,T26
97    1025 FORMAT(/T10,' ---- TEMPS DE REPONSE -----',/T10,'SELON EQUA.(15)
         *T15=',F10.3,/T10,'SELON EQUA.(21)  T21=',F10.3,/T10,'SELON EQUA.(
         *6)  T26=',F10.3//128('*'))
```

```
 98     2099  FORMAT(4F7.4/4F7.4)
 99           STOP
100           END
```

```
$ENTRY
0.0904 0.1640 0.1920 0.5535
1.264903 0.125225 0.125225 0.300540 0.300540 0.400721 0.250450
TEMPS MOYEN DE SERVICES
K      0.2450E 02      0.9825E 02      0.2212E 03      0.8000E 03
K      0.3920E 01      0.1572E 02      0.3540E 02      0.1280E 03
K      0.3920E 01      0.1572E 02      0.3540E 02      0.1280E 03
K      0.3675E 02      0.1474E 03      0.3319E 03      0.1200E 04
K      0.3675E 02      0.1474E 03      0.3319E 03      0.1200E 04
K      0.3675E 02      0.1474E 03      0.3319E 03      0.1200E 04
K      0.4900E 02      0.1965E 03      0.4425E 03      0.1600E 04
SECOND MOMENT DU TEMPS DE SERVICE
K      0.8500E 03      0.1050E 05      0.5080E 05      0.8900E 06
K      0.2176E 02      0.2688E 03      0.1300E 04      0.2278E 05
K      0.2176E 02      0.2688E 03      0.1300E 04      0.2278E 05
K      0.1912E 04      0.2362E 05      0.1143E 06      0.2003E 07
K      0.1912E 04      0.2362E 05      0.1143E 06      0.2003E 07
K      0.1912E 04      0.2362E 05      0.1143E 06      0.2003E 07
K      0.3400E 04      0.4200E 05      0.2032E 06      0.3560E 07

GAMA - INTERVALLE DE TEMPS D ARRIVEE(EXT.)=    1000.00
 TAUX D ARRIVEE DE L EXTERIEURE =  0.10000E-02

TAUX D ARRIVEE DES JOBS

K      0.1143E-03      0.2074E-03      0.2429E-03      0.7001E-03
K      0.1132E-04      0.2054E-04      0.2404E-04      0.6931E-04
K      0.1132E-04      0.2054E-04      0.2404E-04      0.6931E-04
K      0.2717E-04      0.4929E-04      0.5770E-04      0.1663E-03
K      0.2717E-04      0.4929E-04      0.5770E-04      0.1663E-03
K      0.3623E-04      0.6572E-04      0.7694E-04      0.2218E-03
K      0.2264E-04      0.4107E-04      0.4809E-04      0.1386E-03
FACTEUR D UTILISATION
K    0.280150E-02    0.203814E-01    0.537331E-01    0.560099E 00
K    0.443757E-04    0.322840E-03    0.851128E-03    0.887194E-02
K    0.443757E-04    0.322840E-03    0.851128E-03    0.887194E-02
K    0.998453E-03    0.726390E-02    0.191504E-01    0.199619E 00
K    0.998453E-03    0.726390E-02    0.191504E-01    0.199619E 00
K    0.133127E-02    0.968522E-02    0.255339E-01    0.266159E 00
K    0.110939E-02    0.807100E-02    0.212782E-01    0.221798E 00
SIGMA=SOM(RO)
K    0.280150E-02    0.231829E-01    0.769159E-01    0.637015E 00
K    0.443757E-04    0.367215E-03    0.121834E-02    0.100903E-01
K    0.443757E-04    0.367215E-03    0.121834E-02    0.100903E-01
K    0.998453E-03    0.826235E-02    0.274127E-01    0.227031E 00
K    0.998453E-03    0.826235E-02    0.274127E-01    0.227031E 00
K    0.133127E-02    0.110165E-01    0.365504E-01    0.302709E 00
K    0.110939E-02    0.918039E-02    0.304586E-01    0.252257E 00

 ---- TEMPS DE REPONSE -----
SELON EQUA.(15)  T15=  2051.803
SELON EQUA.(21)  T21=  1832.032
SELON EQUA.(26)  T26=  2008.262
```

****

CACC / CCAC
83072

MORISSETTE, SARTO
--Etude comparative d'une unité ...

P
91
C655
M675
1977

DATE DUE
DATE DE RETOUR

LOWE-MARTIN No. 1137