UNIVERSITE LAVAL FACULTE DES SCIENCES ET DE GENIE DÉPARTEMENT DE GENIE ÉLECTRIQUE

((≡)))

Laboratoire de Radiocommunications et de Traitement du Signal

ÉTUDES DES DÉFAUTS SYSTÉMATIQUES ET NATURELS DANS LES RÉSEAUX DE COMMUNICATION

PHASE II

ANALYSE DE LA PERFORMANCE DES RÉCEPTEURS QAM EN PRÉSENCE D'UN SIGNAL D'INTERFÉRANCE FM

par

H.T. Huynh, R. Gagnon et D. Angers

pour

Gouvernement du Canada Ministère des Communications, Ottawa

sous

Contrat OST84-00259 du Ministère des approvisionnements et services

Industry Canada LIBRANY SEP 1 4 1998 BIBLIOTHÉ SUE Industrie Canada

•

∠ TÉTUDES DES DÉFAUTS SYSTÉMATIQUES ET NATURELS DANS LES RÉSEAUX DE COMMUNICATION∮

PHASE II

ANALYSE DE LA PERFORMANCE DES RÉCEPTEURS OAM EN PRÉSENCE D'UN SIGNAL D'INTERFÉRENCE FM /

par

· Chercheur principal : Dr /H. Tav Huynh | Ing. Ingénieur de recherche : R. Gagnon, M.Sc., Ing. Collaborateur : Dr D. Angers, Ing.



1K 1876 H894F 1985

D) 644 7230 DL6453114

.

.

.

.

TABLE DES MATIÈRES

page

CHAPI	TRE I : INTRODUCTION	1
CHAPI	TRE II : PASSAGE D'UN SIGNAL FM À TRAVERS UN SYSTÈME QAM	3
11.1	Introduction	3
11.2	Modulation en quadrature	3
11.3	Structure du modulateur QAM	5
11.4	Formulation du problème	7
	II.4.1 Schéma de la chaîne de transmission	7
	II.4.2 Modélisation	7
	II.4.3 Le passage d'un signal FM dans un récepteur QAM	12
11.5	Calcul de la probabilité d'erreur	14
	II.5.1 Forme générale	14
	II.5.2 Calcul d'intégrale par la méthode de Ho et Yeh	17
	II.5.3 Méthode directe de calcul des moments [2]:	20
11.6	Conclusion	24
CHAPI	TRE III : PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET DISCUSSION	25
111.1	Méthode des moments	25
	III.1.1 Introduction	25
	III.1.2 Calculs des moments de l'IIS	26
	III.1.2.1 Méthode de calcul	26
	III.1.2.2 Description de QAM	27
	III.1.3 Calcul des moments d'une interférence sinusoïdale	31
	III.1.3.1 Méthode de calcul	31
	III.1.3.2 Description de OAMBS	31
111.2	Moments d'une interférence FM	33
	III.2.1 Introduction	- 33

page

	III.2.2	Hypothèse quasi-stationnaire	34
	III.2.2.1	Méthode de calcul	34
	III.2.2.2	Difficultés numériques	36
	III.2.2.3	Difficultés théoriques	39
	111.2.2.4	Résultats	39
	111.2.3	Hypothèse gaussienne	44
	111.2.3.1	Introduction	44
	111.2.3.2	Méthode de calcul	44
	111.2.3.3	Description de QFMRG	47
111.3	Discussion		47
	111.3.1	Présentation générale	47
	111.3.2	Comparaisons	50
	111.3.3	Borne supérieure	51
CHAPIT	RE IV : CON	CLUSION	53
BIBLIO	GRAPHIE		55
ANNEXE	1 : EXPRE	SSION DE LA PROBABILITÉ D'ERREUR	
ANNEXE	2 : RÉSUL	TATS NUMÉRIQUES (hypothèse quasi-stationnaire)	
ANNEXE	3 : RÉSUL	TATS NUMÉRIQUES (hypothèse gaussienne)	
ANNEXE	4 : LISTI	NG DES PROGRAMMES DÉVELOPPÉS	

CHAPITRE I

INTRODUCTION

Le monde de télécommunication se développe à un rythme bousculant. En un siècle, le réseau de communication devient un des produits de l'humanité le plus complexe; il possède des ramifications partout à travers le monde. Jusqu'aux années 60, plus que 90% des systèmes opèrent suivant les vieux principes de communication analogique; particulièrement, les systèmes à micro-onde ils sont souvent de type FDM/FM. Depuis lors, la nouvelle technologie numérique commence à s'imposer très fortement de jour en jour.

La victoire des systèmes numériques est la combinaison de plusieurs facteurs, parmi lesquels les plus importants sont sans doute le faible coût de fabrication et la bonne performance contre les interférences. D'après la projection de BNR, vers les années 90, ces systèmes devraient occuper 90% des réseaux de télécommunications.

Étant donné ce développement fulgurant, la quantité d'information à faire circuler sur les réseaux augmente à une vitesse vertigineuse. Pour pouvoir répondre à ces demandes, il faut construire des systèmes à très grand débit; comme la plupart des bandes de fréquences sont relativement congestionnées, il faut donc introduire des systèmes numériques ayant une efficacité spectrale élevée. Cette nécessité amène des compagnies de l'industrie de communication à proposer des systèmes qui puissent opérer presque dans les mêmes bandes de fréquence que les vieux systèmes analogiques; le dernier né de ce domaine est le système RD-4A de la compagnie "Northern Telecom Limited", disponible sur le marché international depuis 1984. Ce système utilise une modulation en quadrature à 64 niveaux opérant à un rythme de 20 Mbauds à la seconde.

Étant donné la très grande vitesse de ces nouveaux systèmes, leur performance deviendra relativement sensible par rapport à des défauts naturels et systématiques. Pour leur assurer un bon fonctionnement, il faudra alors prendre des précautions sur plusieurs aspects: soigner la conception des composantes électroniques, rendre très directives les antennes émettrices et réceptrices, séparer convenablement les fréquences porteuses. Ce dernier aspect se trouve sous l'autorité du Ministère des communications. À la demande du groupe "Techniques des Systèmes", dirigé alors par M. G. De Couvreur et remplacé par la suite par M. M. Gaudreau, nous avons commencé à examiner l'influence des systèmes FM sur la performance des systèmes de modulation en quadrature (QAM). Cette influence dépend naturellement de l'écart entre les deux porteuses, de leur puissance relative et de leur largeur de bande.

Dans ce rapport, nous présenterons au chapitre II, les points fondamentaux concernant notre problème: modélisation des systèmes QAM, le passage des signaux FM à très grande largeur de bande à travers un récepteur QAM, méthode de calcul de probabilité d'erreur par les moments, analyse de précison; l'ensemble des résultats numériques sera présenté au chapitre III; le rapport sera conclu par le chapitre IV, dans lequel une discussion de l'ensemble des travaux effectués sera présentée.

CHAPITRE II

PASSAGE D'UN SIGNAL FM À TRAVERS UN SYSTÈME QAM

II.1 Introduction

Nous allons présenter dans ce chapitre la méthodologie pour résoudre le problème d'interférence que provoque le passage d'un signal FM à travers un récepteur QAM. Dans cette méthodologie, nous avons besoin d'un modèle précis décrivant le fonctionnement du récepteur dont le comportement face à une interférence FM sera examiné. Ce signal d'interférence étant à très grande largeur de bande, on pourra alors justifier l'hypothèse de quasi-stationnarité pour simplifier l'analyse.

II.2 Modulation en quadrature

La modulation en quadrature est réalisée par la combinaison de deux porteuses en quadrature modulée chacune en amplitude. Soient m et n le nombre de niveaux sur chaque porteuse; on aura donc $M = m \times n$ états possibles pour le signal bidimensionnel résultant. Nous limiterons ce rapport au cas où m=n=4, qui est celui de la modulation à 16 états. Sur chaque porteuse, les niveaux sont équidistants, ce qui donne la fig. 2.1.

Les seize points de la constellation correspondent à 16 mots de quatre bits. Ceux-ci sont formés à l'aide de 4 trains binaires groupés deux par deux. Soient A_1 , B_1 , A_2 et B_2 ces trains. Dans un premier temps, nous avons la formation des mots de deux bits A_1B_1 et A_2B_2 qui serviront à moduler les deux porteuses en faisant correspondre à chaque valeur du mot un niveau de signal avec la correspondance suivante:



Fig. 2.1 - Constellation QAM-16

A _i	Bi	Niveau	du	signal
1	1		3	
0	1		1	
0	0		-1	
1	0		-3	

La correspondance est faite de telle sorte que les mots A_iB_i suivent un code de Gray, i.e. un code tel que deux mots voisins se diffèrent par un seul bit. L'additon des deux porteuses détermine donc l6 états pour les mots A_1B_1 , A_2B_2 . Pratiquement, ce type de modulation a été retenu pour deux raisons: premièrement, la performance est très acceptable par rapport à l'optimum (perte de 0.2 dB pour une contrainte de puissance moyenne); deuxièment, sa mise en oeuvre est à priori simplifiée du fait qu'elle n'exige pas de technologie particulière.

II.3 Structure du modulateur QAM

La première composante du modulateur est un codeur transformant les quatre trains binaires en deux trains quaternaires et associe à chacun d'eux un signal à quatre niveaux d'amplitude. Ces signaux attaquent le modulateur en fréquence intermédiaire après un filtrage à large bande servant à limiter le spectre. Les deux porteuses modulées sont additionnées pour donner un signal à 16 états. On notera que les deux porteuses en quadrature sont obtenues d'un même oscillateur dans le but de conserver la cohérence entre les phases des deux voies. L'ensemble de ces opérations est montré à la fig. 2.2.

À la sortie du codeur, on trouve sur les voies x et y, des signaux à quatre états d'amplitude déterminés par les combinaisons $A_{i}B_{i}$ (i = 1, 2). Cette correspondance est effectuée en suivant un code de Gray montré à la fig. 2.3. Les régions de décisions sont limitées par les droites d'abscisses et d'ordonnées -2,0 et 0,2. Du fait du codage, le franchissement d'un seuil n'occasionne qu'une seule erreur.



Fig. 2.2 - Structure du modulateur OAM



Fig. 2.3 - Code de Gray en QAM

II.4 Formulation du problème

II.4.1 Schéma de la chaîne de transmission

La fig. 2.4 montre l'aspect global des éléments constituant le système de transmission et des différents défauts rencontrés. Le signal à 16 états à la sortie du modulateur attaque un oscillateur micro-onde qui va le transposer La nécessité de placer plusieurs canaux côte à côte en hyperfréquences. conduit à effectuer un filtrage pour limiter leur spectre individuel et pour fixer leur place dans la bande de fréquence de transmission. Cette opération est réalisée par un multiplexage fréquentiel. Après son passage dans le milieu de propagation qui est ici l'espace libre, le signal en hyperfréquence est filtré pour séparer les canaux, puis transposé en fréquence intermédiaire afin d'être démodulé. Le démodulateur suivi du décodeur donne une estimation des trains binaires d'origine et sert à obtenir les références de phase de la porteuse et l'horloge, nécessaire pour une démodulation cohérente et pour le fonctionnement des circuits de décision. Idéalement, l'ensemble de ces opérations nous permettront de reconstituer correctement le signal d'information Malheureusement, il n'en est rien en pratique, car le signal à transmis. fréquence intermédiaire à la réception subit plusieurs effets destructifs suivants:

- a) bruit thermique (donc gaussien et blanc),
- b) brouillage par les signaux des canaux voisins dans le multiplexeur (donc, le signal FM interférant),
- c) "Interférence intersymbole" provoquée par les filtrages,
- d) défauts de propagation (fadings lents ou rapides).

L'étude présentée dans ce rapport ne considère que la présence simultanée du bruit thermique, le signal d'interférence FM et les filtres.

II.4.2 Modélisation

Compte tenu des hypothèses précédentes, la chaîne de transmission, définie comme la succession des composantes diverses que rencontre le signal, peut être représentée par la fig. 2.4. Toute la modélisation est effectuée à l'aide de la notion de filtre passe-bas équivalent [10].



Fig. 2.4 - Système équivalent passe-bas

Source complexe:

Soient $\{a_k\}$ et $\{b_k\}$ les messages quaternaires à l'entrée du modulateur. Il s'agit des trains binaires à la sortie du codeur. Soient $\chi(t)$ et s(t) respectivement l'enveloppe passe-bas et le signal de sortie du modulateur. En général, on a:

$$\chi(t) = \begin{cases} 1 \text{ pour } 0 \le t \le T \\ 0 \text{ ailleurs} \end{cases}$$
(1)

où T est la durée d'un baud.

$$s(t) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ a_{k} \chi(t-kT) \cos \omega_{0} t + b_{k} \chi(t-kT) \sin \omega_{0} t \right\}$$
(2)

L'équation (2) peut être mise sous une forme complexe beaucoup plus compacte:

$$s(t) = \operatorname{Re}\left\{s_{e}^{j\omega_{c}t}\right\}$$
(3)

où

$$s_{e}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a_{k} + jb_{k})\chi(t-kT)$$
(4)

 $s_e(t)$ est appelé l'enveloppe complexe de s(t). On est donc amené à définir une source équivalente de messages complexes à 16 états:

 $C_k = a_k + jb_k$

Les filtres:

Le filtre de transmission $H_0(f)$ rassemble les filtres en hyperfréquences, les filtres vidéo et le milieu de transmission. Le filtre vidéo, de largeur de bande très grande devant les autres, peut être négligé, sa présence n'étant pas nécessaire d'un point de vue théorique. Le filtre de réception, placé à l'entrée du démodulateur a pour fonction de transfert $G_0(f)$. Sa fonction essentielle est de limiter les interférences et le bruit à la réception. Il agit en fréquence intermédiaire, après un préamplificateur de réception.

Le signal voit donc un filtre global de gain complexe $H_0(f)G_0(f)$. Soit P(t) + jQ(t) la réponse de ce filtre au signal $\chi(t)$. En absence de toute interférence et du bruit additif, le signal à l'entrée du démodulateur s'écrit sous la forme complexe suivante:

$$x(t) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a_k + jb_k) [P(t-kT) + jQ(t-kT)]$$
(5)

Pour alléger l'écriture, posons:

$$P_k(t) = P(t-kT)$$
 et $Q_k(t) = Q(t-kT)$

il vient:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a_{k} + jb_{k}) [P_{k}(t) + jQ_{k}(t)]$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [a_{k}P_{k}(t) - b_{k}Q_{k}(t)] + j[a_{k}Q_{k}(t) + b_{k}P_{k}(t)]$$
(6)

Si le filtre global H_0G_0 possède une parité de l'affaiblissement et du temps de propagation de groupe, i.e., sa fonction de transfert $H_0(f)G_0(f)$ représente une symétrie hermitienne autour de 0, soit:

$$H_{o}(f)G_{o}(f) = H_{o}^{*}(-f)G_{o}^{*}(-f)$$

alors le terme Q_k(t) sera identiquement nul. Dans ce cas, la diaphonie devient nulle et le signal à l'entrée du démodulateur se simplifie comme:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a_k + jb_k)P_k(t)$$
(7)

Le bruit thermique:

Le bruit thermique apparaît dans le préamplificateur de réception. Il est additif, centré et à spectre plat dans une bande de fréquences large devant celle du récepteur.

On appellera $N_0/2$ la densité spectrale bilatérale de puissance du bruit. La puissance du bruit σ^2 qui affecte la probabilité d'erreur est donnée par:

$$\sigma^2 = N_0 T \int_{-\infty}^{\infty} |G_0(f)|^2 df$$
(8)

où $G_0(f)$ est la fonction de transfert du filtre de fréquence intermédiaire en réception. Il est donc clair qu'un bon choix de $G_0(f)$ peut limiter la puissance du bruit additif dans le récepteur.

Rapport porteuse à bruit

Ce rapport, également appelé le rapport signal-à-bruit, est le paramètre qui affecte le plus la probabilité d'erreur de réception. Il est défini comme le rapport de <u>l'énergie d'un baud sur la densité spectrale de bruit</u>. Étant donné les hypothèses du problème posé par les délégués scientifiques (G. De Couvreur et M. Gaudreau), on adopte tout de suite:

$$H_{0}(f) = 1$$

Le signal modulé est alors:

$$s(t) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a_k \cos \omega_0 t + b_k \sin \omega_0 t) \chi(t-kT)$$

où A est l'écart entre deux amplitudes voisines de la même voie. L'énergie moyenne par baud (ou par mot transmis) est alors:

$$E_{m} = \frac{A^{2}}{16} \left(\sum_{k=1}^{4} \frac{a_{k}^{2} + b_{k}^{2}}{2} \right)$$

avec

 $a_k = \pm 1, \pm 3$ et $b_k = \pm 1, \pm 3$

où

Si l'on s'intéresse à l'énergie crête, on peut adopter la définition:

$$E_{c} = A^{2} \max_{k=1,4} \left\{ \frac{a_{k}^{2} + b_{k}^{2}}{2} \right\} = 9 A^{2}$$

À partir de ces valeurs, on peut définir les rapports:

$$\frac{E_{m}}{N_{o}}$$
 et $\frac{E_{c}}{N_{o}}$

qui se ramènent en termes de puissance à l'aide de la durée d'un baud T:

$$\frac{E_{m}}{N_{o}} = \frac{E_{m}/T}{N_{o}/T} \quad \text{et} \quad \frac{E_{c}}{N_{o}} = \frac{E_{c}/T}{N_{o}/T}$$

Il s'agit alors des rapports entre la puissance (moyenne ou crête) du signal sur la puissance du bruit dans la bande de Nyquist. Dans la suite du rapport, les résultats seront exprimés en fonction du rapport "Signal à bruit" donné par $\frac{E_m/T}{N_o/T}$ qui repère S/N sur les abscisses des courbes de probabilité d'erreur.

Contrôle automatique de gain

Le contôle automatique de gain (CAG) a pour but de compenser les pertes d'énergie du signal due aux affaiblissements aléatoires qu'il peut subit à

$$E_{-} = 5 A^2$$

$$E_m = 5 A^2$$

$$E_m = 5 A^2$$

travers la chaîne de transmission. Pratiquement parlant, ceci revient à réajuster le gain pour présenter un niveau constant à l'entrée du démodulateur. Dans les calculs analytiques, cette opération permet d'effectuer une normalisation de la réponse du canal par rapport à l'échantillon de niveau maximum. Cette normalisation vise à obtenir des résultats sous une forme universelle.

II.4.3 Le passage d'un signal FM dans un récepteur QAM

Dans le modèle montré à la figure 2.4, le brouillage résulte de la présence d'un (ou de plusieurs) signal FM à très grande largeur de bande. signal brouilleur passe à travers du filtre de réception $G_0(f)$ avant d'être échantillonné au même instant t_o que le signal numérique QAM. Il est clair que son effet à l'entrée du dispositif de décision est de type additif au même titre que le bruit thermique. Pour le cas où ce signal brouilleur possède un indice de modulation élevé, on peut utiliser l'hypothèse "quasi-stationnaire" [6] pour étudier l'effet du filtrage. Il en est connu que dans de telles conditions [5,7], sur un intervalle de temps très court, il se comporte comme un signal sinusoïdal dont la fréquence correspond à la fréquence instantanée Si le signal de bande de base est un processus gaussien, le du signal FM. spectre du signal FM à très grande largeur de bande possède des formes gaus-Ce résultat est connu sous le nom de théorème de Woodward [4]. siennes. D'après ces arguments, la distribution p_B(f) de la fréquence instantanée du signal FM admet la forme statistique du signal de modulation. Ainsi:

$$p_{B}(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta f_{B}} \exp \left[-\frac{(f-f_{B})^{2}}{2\Delta f_{B}^{2}}\right]$$
 (9)

où Δf_{B} est la déviation efficace (i.e. la valeur rms) de la fréquence instantanée par rapport à la porteuse FM. La sortie du filtre, sous hypothèse quasi-stationnaire est donc un signal sinusoïdal dont l'amplitude est amplifiée par le gain $|G_{0}(f)|$ et sa phase est quelconque sans référence à l'égard de l'instant d'échantillonnage. De cette manière, la composante due au brouilleur FM, à l'entrée du dispositif de décision est finalement de la forme:

 $I = B \cos \theta$

(10)

où B est l'amplitude du signal FM, amplifiée par le gain G(f) et θ une variable aléatoire uniformément répartie entre 0 et 2π . Comme on vient de le constater, l'hypothèse "quasi-stationnaire" permet de simplifier sérieusement le problème.

En plus de tenir compte de cette simplification, nous considérons également une autre hypothèse un peu plus complexe: pour une interférence à très grande largeur de bande, son influence est équivalente à une autre interférence de même densité spectrale de puissance. À prime abord, cette hypothèse semble présenter une faiblesse remarquée: l'effet de corrélation entre les phases des composantes spectrales est négligé. Toutefois, on se rend compte, physiquement parlant, que ces phases ne pourraient jamais être très cohérentes car leur puissance totale est imposée par la densité spectrale globale. Tenant compte de cette contrainte sur la puissance totale, cette équivalence représente donc une avenue remarquêble. En effet, on pourra construire un ensemble de signaux harmoniques situés à des fréquences quelconques tels que montrés à la fig. 2.5.



Fig. 2.5 - Considérations spectrales du signal FM par rapport au système QAM

L'ensemble de ces signaux sinusoïdaux possède des amplitudes déterminées par la densité spectrale du signal FM, sous contrainte que leur puissance totale soit égale à la puissance partielle du signal d'interférence, passant à travers le filtre $G_0(f)$. Les résultats obtenus par ces deux approches "quasi-stationnarité" et "équivalence de puissance" représenteraient les deux limites possibles pour la performance globale de la probabilité d'erreur. À cause du théorème de la limite centrale, l'hypothèse de l'équivalence de puissance sera parfois appelée l'hypothèse gaussienne.

II.5 Calcul de la probabilité d'erreur

II.5.1 Forme générale

Nous allons nous placer dans la dernière partie de la chaîne de transmission, à la sortie du filtre G_o(f); le signal observé s'écrit:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{a_k^{P} (t) - b_k^{Q} (t)\} + j\{b_k^{P} (t) + a_k^{Q} (t)\} + B_k^{Q} (t) + jB_y^{Q} (t) + U(t) + jV(t)$$
(11)

Le démodulateur suivi de l'échantillonneur examine, aux instants $t_k = t + kT$, les parties réelle et imaginaire de x(t). À l'instant τ , on a:

$$Re\{x(t)\} = \sum a_{k}P_{k}(\tau) - b_{k}O_{k}(\tau) + I_{x}(\tau) + U(\tau)$$
$$Im\{x(\tau)\} = \sum \{b_{k}P_{k}(\tau) + a_{k}O_{k}(\tau)\} + I_{y}(\tau) + V(\tau)$$

Nous pouvons, d'autre part, séparer $x(\tau)$ en cinq termes:

$$x(\tau) = (a_{o} + jb_{o})P_{o}(\tau) - (b_{o} - ja_{o})Q_{o}(\tau) + \sum_{k\neq 0} \{a_{k}P_{k}(\tau) - b_{k}Q_{k}(\tau)\} + j\{a_{k}Q_{k}(\tau) + b_{k}P_{k}(\tau)\} + B_{x}(\tau) + jB_{v}(\tau) + U(\tau) + jV(\tau)$$
(12)

Ces différents termes représentent respectivement:

- le signal utile

- le signal de diaphonie qui traduit le couplage entre les deux voies x et y

- l'interférence intersymbole II(τ)
- le brouilleur $B(\tau)$
- le bruit additif.

La somme de II(τ) et B(τ) peut être mise sous la forme:

$$I(\tau) = II(\tau) + B(\tau) = X(\tau) + jY(\tau)$$

X et Y sont des variables aléatoires centrées de même loi de distribution F(I)symétrique autour de O. $P_k(\tau)$ et $Q_k(\tau)$ sont des termes déterministes, a_k et b_k des variables aléatoires indépendantes et prenant quatre états équiprobables.

À chaque point (i), représentatif d'un des 16 états, est associée une région de décision D_i, au sens de critère du maximum de vraisemblance. La probabilité d'erreur sur les états s'écrit:

$$P_{e} = \sum_{i=1}^{16} P_{i} P\{r \in D_{i} | i \text{ soit } emis\}$$

où P_i est la probabilité à priori de l'état (i) et r l'observation (le signal à la sortie du récepteur). Les 16 états étant supposés équiprobables, on a P_i = 1/16 et Pe se simplifie:

$$P_{e} = \frac{1}{16} \sum P\{r \in D_{i} | i \text{ soit emis} \}$$

En présence de l'interférence I, P_e devient:

$$P_{e} = \int_{II} \sum P_{i} P\{r \in D_{i} | i \text{ soit } \text{émis et } I = b\} dF(b)$$

où II est l'ensemble de toutes les valeurs possibles que peut prendre $I(\tau)$. Le problème consiste donc à évaluer la probabilité d'erreur conditionnelle à l'émission de (i) et pour une valeur donnée de I = X + jY. Nous allons en fait évaluer directement les probabilités d'erreur sur chaque train binaire et non pas sur le signal global. Ce sont, en effet, des mesures sur les trains estimés qui sont réalisées dans la pratique. Nous verrons néanmoins comment relier les probabilités sur les trains élémentaires à la probabilité globale. Normalisons d'abord le signal reçu par rapport à $P_0(\tau)$:

$$x_{N}(\tau) = (a_{o} + jb_{o}) - (b_{o} - ja_{o}) \frac{O_{o}(\tau)}{P_{o}(\tau)} + \frac{X+jY}{P_{o}(\tau)} + \frac{U+jY}{P_{o}(\tau)}$$

Pour ne pas alourdir les notations, nous réutiliserons $x(\tau)$ à la place de $x_N(\tau)$, ce qui revient à imposer $P_0(\tau) = 1$. Soit:

$$x(\tau) = (a_0 + jb_0) - (b_0 - ja_0)Q_0(\tau) + (X + jY) + (U + jV)$$

Posons $\alpha = -b_0Q_0(\tau) + X$ et $\beta = a_0Q_0(\tau) + Y$.

Nous appellerons $P_e^{A_1}$ (respectivement $P_e^{B_1}$) la probabilité d'erreur sur le train A_1 (respectivement B_1). On peut démontrer (voir Appendice 1) que:

$$P_{e}^{A_{1}} = \frac{1}{4} \sum_{b_{o}=\pm 1,\pm 3} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}(\frac{A+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}) dF(x)$$
$$P_{e}^{B_{1}} = \frac{1}{2} P_{e}^{A_{1}}$$

Comme nous avons discuté précédemment, l'interférence intersymbole et la diaphonie ne sont pas les éléments importants dans notre travail, on peut donc choisir le cas optimum pour notre analyse, i.e., le cas des filtres à symétrie hermitienne. Il vient:

$$Q(t) \equiv 0$$

et alors:

$$P_{e}^{A_{1}} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{A+X}{\sigma\sqrt{2}}\right) dF(x)$$
(13)
$$P_{e}^{B_{1}} = \frac{1}{2} P_{e}^{A_{1}}$$

En absence de toute forme d'interférence, les résultats se simplifient pour donner:

$$P_{e}^{A_{1}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$
$$P_{e}^{B_{1}} = \frac{1}{2} P_{e}^{A_{1}}$$

Cela revient à supposer que le canal est idéal (canal de Nyquist). Ces dernières expressions de la probabilité d'erreur servent alors à calculer les performances en présence du bruit gaussien additif seul. Toutefois, pour ce canal idéal qui élimine complètement l'interférence intersymbole, le problème de calcul du brouilleur deviendrait nettement plus complexe; c'est pourquoi nous tiendrons compte dans la suite de l'interférence intersymbole que provoque un filtre de Butterworth à phase linéairement égalisée.

II.5.2 Calcul d'intégrale par la méthode de Ho et Yeh

Dans l'expression (12), nous avons à calculer l'intégrale:

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{A+X}{\sigma\sqrt{2}}\right) dF(X)$$
(14)

La méthode de Ho et Yeh consiste à développer la fonction erfc en série de Taylor au voisinage du point $A/\sigma\sqrt{2}$:

$$\operatorname{erfc}\left(\frac{A+x}{\sigma\sqrt{2}}\right) = \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}\right)^{k} \frac{1}{k!} D_{k}$$

avec

$$D_{k} = \frac{d^{k} \operatorname{erfc}(x)}{dx^{k}} \qquad x = \frac{A}{\sigma\sqrt{2}}$$
(15)

D'où:

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right) dF(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} D_k \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}\right)^k dF(x)$$

Cette expression se simplifie en remarquant que $\int_{-\infty}^{\infty} dF(x) = 1$ et en posant $M_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k dF(x)$:

$$J = \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} D_{k}^{M} k \frac{1}{(\sigma\sqrt{2})^{k}}$$

Notons tout de suite que D_k est lié aux polynômes de Hermite $H_n(x)$ [8]:

$$\frac{d^{k}}{dx^{k}} \operatorname{erfc}(x) = (-1)^{k} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{k-1}(x) \exp(-x^{2})$$

Finalement:

$$J = \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \frac{2}{\pi} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k! (\sigma\sqrt{2})^k} H_{k-1}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right) M_k$$
(16)

Les paramètres M_k dans (16) s'appellent les moments d'ordre k de la variable aléatoire X.

Calcul des moments M_k

Soient X et F(x) respectivement une variable aléatoire et sa fonciton de distribution de probabilité. Par définition, son moment d'ordre k est donné par:

$$M_{k} = \int_{-\infty}^{\infty} x^{k} dF(x)$$

Ces moments peuvent être obtenus à partir de sa fonction caractéristique $\phi_X(\omega)$ qui est la transformée de Fourier de sa densité de probabilité:

$$\phi_{X}(\omega) = E\{e^{j\omega X}\} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega x} dF(x)$$

Dérivant successivement $\phi_X(\omega)$, on obtient:

$$\phi_{\chi}(\omega) = 1 + j\omega M_1 + ... + (j\omega)^k \frac{M_k}{k!} + ...$$

Ainsi, si l'on arrive à calculer la fonction caractéristique $\phi_X(\omega)$ de la variable aléatoire X, la somme de toutes les interférences présentes sur la voie X, i.e.:

$$X = \sum_{k \neq 0} a_k P(\tau - kT) + B_X(\tau)$$
(17)

Comme $B_{\chi}(\tau)$ et toutes les variables a_k sont statistiquement indépendantes, la fonction caractéristique est tout simplement le produit de toutes les fonctions caractéristiques correspondant à chacun des termes de l'équation (17). Dans leur travail, Ho et Yeh ont proposé une méthode récursive permettant de calculer les moments d'ordre successif. Malheureusement, cette récursivité est très sensible par rapport à l'accumulation des erreurs d'arrondissement; c'est ainsi qu'elle aboutit très souvent à des moments négatifs d'ordre pair, ce qui entre en contradiction avec la définition mathématique [9]. Ce phénomène nous exige à calculer les moments par la méthode directe; comme il s'agit d'une méthode "exhaustive", elle consommera évidemment plus de temps d'ordinateur. Avant de présenter cette méthode de calcul, observons que les variables aléatoires présentes dans (17) sont toutes statistiquement indépendantes; il est alors connu que les moments de leur somme sont des combinaisons de leurs moments. En effet, il suffit de considérer X comme la somme de deux variables aléatoires X1 et X2 statistiquement indépendantes et ayant les densités de probabilité paires; il vient immédiatement:

$$x = x_{1} + x_{2}$$

$$E\{x^{k}\} = E\{(x_{1} + x_{2})^{k}\}$$

$$= \sum_{\ell=0}^{k} C_{\ell}^{k} E\{x_{1}^{\ell}\} E\{x_{2}^{k-\ell}\}$$

 X_1 et X_2 étant symétriquement distribuées, on a:

$$E\{x_1^{2l+1}\} = E\{x_2^{2l+1}\} = 0$$

ce qui implique immédiatement que les moments d'ordre impair $\mathbb{E}\{X^{2k+1}\}$ sont identiquement nuls. Seuls les moments d'ordre pair $M_{2k} = \mathbb{E}\{X^{2k}\}$ existent et sont donnés par:

$$M_{2k} = \sum_{p=0}^{2k} c_{2p}^{2k} M_{2p}^{1} M_{2k-2p}^{2}$$
(18)

où M_{2p}^1 et M_{2k-2p}^2 sont respectivement les moments d'ordre 2p et les moments d'ordre 2k-2p des variables aléatoires X_1 et X_2 . L'équation (18) est donc la clef de la méthode directe de calcul des moments d'une somme des variables aléatoires indépendantes.

Ainsi, pour appliquer la méthode directe à l'étude de l'influence d'un signal FM à très grande largeur de bande, on n'a qu'à calculer séparément les moments de l'interférence intersymbole et ceux du signal FM. Ces derniers se calculent de manière très simple grâce au modèle proposé par l'équation (10). Quant aux moments de l'interférence intersymbole, ils font l'objet du paragraphe suivant.

II.5.3 Méthode directe de calcul des moments [2]:

Soit U le nombre d'échantillons de la réponse du canal à un crénau $\chi(t)$, l'enveloppe passe-bas d'un baud, telle que décrite par (1). Il y a donc U-1 termes d'interférence intersymbole; le signal émis pouvant prendre l'une des quatre valeurs (±1, ±3), le nombre N de configurations possibles est:

$$N = 4^{U-1}$$

La variable aléatoire "Interférence intersymbole" X s'écrit:

$$\begin{array}{c} X = \sum_{k \neq 0} a_k^P \\ k \neq 0 \end{array}$$

Les moments M_{2p} de X deviennent:

$$M_{2p} = \sum_{\substack{a_k \\ a_k}} P[X_k = X] X^{2p}$$
$$M_{2p} = \frac{1}{N} \sum_{\substack{a_k \\ a_k}} (\sum_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 0}} a_k P_k)^{2p}$$

Le calcul des M_{2p} étant ici indépendant pour chaque élément, la précision peut être choisie arbitrairement.

Il nous reste maintenant à prouver la convergence de la méthode et à déduire les critères permettant de vérifier celle-ci. Du fait de l'utilisation des ordinateurs, nous sommes amenés à effectuer des troncations à divers niveaux pour le calcul des séries numériques. Tenant compte de la parité de dF(x), l'intégrale J s'écrit:

$$J = \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{M_{2k}}{(2k)!} \times \frac{H_{2k-1}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right)}{(\sigma\sqrt{e})^{2k}}$$

Soit Uk le terme général de cette série. Il vient:

$$\frac{U_{k+1}}{U_{k}} = \frac{M_{2k+2}}{M_{2k}} \times \frac{H_{2k+1}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right)}{H_{2k-1}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right)} \times \frac{1}{(\sigma\sqrt{2})^{2}} \times \frac{1}{(2k+1)(2k+2)}$$
(19)

Pour k très grand, on a [8]:

$$|H_{2k-1}(x)| < \frac{2^k}{\sqrt{2}} (2k-3)!! \sqrt{2k-1} \exp(\frac{x^2}{2})$$

où

$$(2k-3)!! = (2k-3)(2k-1)...3.1$$

Alors, l'équation (19) se simplifie pour donner:

$$\frac{\left|\frac{U_{k+1}}{U_{k}}\right| \simeq \frac{M_{2k+2}}{M_{2k}} \frac{(2k-1)!!}{(2k-3)!!} \frac{1}{(\sigma\sqrt{2})^{2}} \frac{1}{(2k+1)(2k+2)} \sqrt{\frac{2K+1}{2K-1}}$$
(20)

D'autre part, on a

$$M_{2k} = \int_{-\infty}^{\infty} x^{2k} dF(x) < \int_{-\infty}^{\infty} [Sup(x)]^{2k} dF(x)$$

$$X = \sum_{\substack{\ell \neq 0}} a_{\ell} P(\tau - kT)$$

d'où

$$Sup(x) = 3 \sum_{l \neq 0} \left| P(\tau - lT) \right|$$

alors

$$\frac{M_{2k+2}}{M_{2k}} < \left(3 \sum_{\substack{\ell \neq 0}} \left| P(\tau - \ell T \right| \right)^2$$

L'équation (20) devient:

$$\left|\frac{U_{k+1}}{U_{k}}\right| < \left(\frac{2 k - 1}{\sigma \sqrt{2}}\right)^{2} \sqrt{\frac{2k-1}{2k+1}} \frac{1}{k+1}$$

Le critère d'Alembert nous assure la convergence pour:

$$3 \sum_{\substack{\ell \neq 0}} |P(\tau - \ell T)| \leq \sigma \sqrt{2}$$

Cette condition n'est réalisée que si le canal présente des distorsions relativement faibles. De manière pratique, cette convergence est liée à la précision de la méthode, qui est représentée par l'erreur R_N due à la troncation de la série à partir du N^{ième} terme:

$$R_{N} = \sum_{k=N}^{\infty} \frac{M_{2k}}{(2k)!} \frac{H_{2k-1}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right)}{(\sigma\sqrt{2})^{2k}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{A^{2}}{2\sigma^{2}}\right)$$

Pour étudier le comportement de R_N , nous allons utiliser des majorants de M_{2k} et $H_{2k-1}(x)$ comme précédemment, et remplacer la factorielle pour l'approximation de Sterling:

k! ~
$$k^{k}e^{-k} \sqrt{2\pi K}$$

Il vient:

$$R_{N} \leq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(\frac{-A^{2}}{4\sigma^{2}}\right) \sum_{k=N}^{\infty} \left(\frac{2}{\sigma\sqrt{2}\sqrt{k}}\right)^{2k} \times \frac{1}{\sqrt{2K-1}} \frac{1}{k^{k}e^{-k}\sqrt{2\pi k}}$$
(21)

Comme

$$\sqrt{2\pi N} \leq \sqrt{2\pi k}$$

(21) peut se réécrire:

$$R_{N} \leq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(\frac{-A^{2}}{4\sigma^{2}}\right) \sum_{k=N}^{\infty} \left(\frac{2}{\sigma\sqrt{2k}}\right)^{2k} \times \frac{1}{e^{-k}} \frac{1}{\sqrt{2N-1}\sqrt{2\pi N}}$$
(22)

En posant k = p + N, la série de (22) devient:

$$\frac{3 \sum_{k\neq 0} |P(\tau-\ell T)|}{e^{-N} (\frac{\ell \neq 0}{\sqrt{N} \sigma \sqrt{2}})^{2N} \sum_{p=0}^{\infty} \left[\left(\frac{\ell \neq 0}{\sqrt{N} \sigma \sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{e^{-1}} \right]^p \qquad (22')$$

La forme de (22') est une série géométrique dont le résultat est bien connu; ainsi, la borne supérieure de R_N définie par (22) s'obtient comme:

$$R_{N} \leq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad \frac{\exp(\frac{-A^{2}}{4\sigma^{2}})}{N! \sqrt{2N-1}} \frac{\overline{M}_{N}}{(\sigma\sqrt{2})^{2N}}$$

où

$$\overline{M_{N}} = \frac{\left(3 \sum_{l \neq 0} |P(\tau - lT)|\right)^{2N}}{3 \sum_{l \neq 0} |P(\tau - lT)|}$$

$$1 - e\left(\frac{l \neq 0}{\sqrt{N} \sigma\sqrt{2}}\right)^{2}$$
(23)

Cette majoration de l'erreur de troncation, réalisée sur ordinateur, en même temps que le calcul des moments tronqués, servira donc de manière pratique comme critère d'arrêt dans le calcul de l'interférence intersymbole. Ainsi, la série est arrêtée quand l'erreur relative atteint 10⁻⁵ dans notre programme.

II.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre, et ce, de manière très complète, la méthodologie permettant d'analyser la performance d'un récepteur QAM en présence d'un signal d'interférence FM. Il consiste à considérer cette interférence comme tout simplement une composante additive à l'entrée du dispositif de décision. Ainsi, la méthode qu'avaient proposée Ho et Yeh pour étudier les systèmes BPSK peut être adaptée à la résolution de notre problème. Toutefois, la récursivité de leur méthode est très sensible vis-à-vis l'erreur de troncation; ce qui nous amène à calculer directement les moments de l'interférence globale. Cette interférence, qui est une somme de plusieurs variables aléatoires indépendantes, peut être analysée systématiquement. Il est intéressant de noter que la précision de cette méthode directe est contrôlable par un critère quantitatif préalablement défini.

Malgré un temps de calcul assez important, la flexibilité de la méthode nous permet de tenir compte des interférences de toute nature, ce qui représente un avantage remarquable par rapport à d'autres méthodes connues dans la littérature. L'exploitation de cette méthode, ainsi que sa programmation seront présentées dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III

PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET DISCUSSION

III.1 Méthode des moments

III.1.1 Introduction

Les débuts de nos travaux ont porté d'abord sur la mise au point d'un programme en PASCAL réalisant le calcul de la probabilité d'erreur dans un récepteur QAM par la méthode de Ho et Yeh [1].

Cette méthode, que l'on appellera méthode des moments, a été développée par les auteurs en question pour le calcul de la probabilité d'erreur en présence d'IIS. Toutefois, il a été souligné [2] que cette méthode est suffisamment flexible pour permettre le calcul de P_e en présence d'une ou même de plusieurs interférences quelcongues. Dans ce dernier cas, dans l'hypothèse que les différentes interférences sont indépendantes, il suffit de calculer les moments de chaque interférence séparément puis de les combiner par une formule appropriée.

Pour vérifier le bon fonctionnement des programmes développés, nous avons calculé P_e en présence d'IIS puis d'une interférence sinusoïdale et avons comparé nos résultats avec ceux publiés [3]. Ensuite, une fois cette étape réalisée, nous avons entrepris le calcul de P_e en présence d'une interférence FM comme nous nous proposions de le faire dans la phase préliminaire.

III.1.2 Calculs des moments de l'IIS

III.1.2.1 Méthode de calcul

L'interférence intersymbole (IIS) apparaît à la réception lors de la transmission de plusieurs symboles consécutifs et résulte du fait que la réponse du canal n'est pas complètement nulle à des multiples de la période d'échantillonnage. C'est une variable aléatoire de la forme:

$$X(t_{o}) = \sum_{\substack{i=0\\i\neq 0}}^{\infty} a_{i}P(t_{o}-iT) \qquad (voie en phase)$$

où p(t) est la partie réelle de la réponse passe-bas du canal à un créneau (ou à toute autre forme de "pulse"), et a_i est le symbole transmis à l'instant t_o - iT dont les valeurs possibles dépendent du nombre de nouveaux du QAM et sont équiprobables. On désire calculer les moments d'ordre 2k de X. Donc:

$$E\{x^{2k}\} = E\left[\sum_{\substack{i=0\\i\neq 0}}^{\infty} a_i P(t_0 - iT)\right]^{2k}$$

Nous avons réalisé ce calcul par la méthode directe qui consiste à moyenner sur toutes les valeurs possibles de X, bien qu'il existe d'autres méthodes disponibles. En pratique, la sommation infinie est tronquée à U termes de manière à minimiser les calculs. Toutefois, il faut être certain que la convergence des moments est atteinte. Ce calcul se réalise sans trop de mal si les différents échantillons de la réponse du canal décroissent rapidement. Si ce n'est pas le cas, la quantité énorme de calcul peut rendre la tâche impossible. Si on prend un filtre Butterworth d'ordre 5 et une "pulse" rectangulaire, 17 échantillons suffisent pour permettre la convergence des moments. Malgré cela, la quantité de calcul demeure considérable. Par exemple, si on prend le QAM-64 on aura $8^{16} = 2.8 \times 10^{14}$ valeurs de X à moyenner. Ce nombre est encore trop élevé pour que les résultats sortent en un temps raisonnable. Heureusement, il est possible de diminuer les temps de calcul si on tient compte du fait que les différents symboles transmis sont indépendants. En effet, si on sépare la variable X en deux variables indépendantes X_1 et X_2 ayant chacune U-1/2 termes, elles-mêmes pouvant être séparées en 2 autres variables , on aura pour le calcul des moments:

$$E\{x^{2k}\} = E\{(x_1 + x_2)^{2k}\} = \sum_{j=0}^{k} c_{2k}^{2j} E\{x_1^{2j}x_2^{2k-2j}\}$$

et

$$E\{x_1^{2j}x_2^{2k-2j}\} = E\{x_1^{2j}\} E\{x_2^{2k-2j}\}$$

car X_1 et X_2 sont indépendantes. On pourra donc utiliser cette formule pour combiner les moments de X_1 et X_2 ou pour combiner les moments de n'importe quelles interférences à la condition qu'elles soient indépendantes. Par exemple, on pourra, à l'aide de cette formule, combiner sans difficulté l'IIS avec une interférence sinusoïdale comme on le verra dans la section suivante.

III.1.2.2 Description de QAM

Le calcul de l'IIS par la méthode directe et le calcul de P, par la méthode des moments ont été réalisés par le programme QAM. L'organigramme simplifié de ce programme est présenté à la figure 3.1. Les résultats de ces premiers essais ont été comparés avec ceux présentés dans [3] pour le cas des QAM-4, 16, 36 et 64 avec un filtre Butterworth ordre 5 et une "pulse rectangulaire". La convergence des moments a été véfifiée pour le cas précis discuté. Toutefois, si on voulait changer l'allure du filtre ou de la "pulse", il faudrait vérifier à chaque fois que la convergence est atteinte. Si elle n'est pas atteinte, il faudra augmenter le nombre d'échantillons de la réponse du canal et par conséquent, les temps de calcul augmenteront proportionnellement. Toutefois, il faudra à chaque fois modifier les procédures de calcul des moments IIS. Le programme QAM imprime deux valeurs de P. P. est la probabilité d'erreur en présence de bruit gaussien seulement et P_{E2} est la probabilité d'erreur avec bruit gaussien et IIS. Ces résultats dépendent des trois paramètres: BT, N et SNR. BT est la largeur de bande du filtre normali-N est le paramètre qui sélectionne le type de QAM utilisé où sé à 1/T. M = (2N)² et M est le nombre d'états. Finalement, SNR est le rapport de la puissance moyenne du signal QAM à la puissance du bruit en dB.



• ·

.

Fig. 3.1 - Organigramme de OAM

SNR = 10
$$\log_{10} \frac{p_m}{N_0/2T}$$
 où $p_m = \frac{A^2}{T} \frac{((2N)^2 - 1)}{3}$

Le calcul des moments IIS pour les types de modulation QAM-4, 16, 36 et 64 est réalisé par les procédures MOM4, MOM16, MOM36 et MOM64 en utilisant la méthode directe telle que mentionnée. On réalise numériquement le calcul de la réponse du canal par la méthode d'intégration de Romberg par les fonctions REP, ROM et FREQ. Ces fonctions réalisent l'intégrale suivante:

$$s(kT) = 2 \int_{0}^{L} \left(\frac{\sin \pi \Omega}{\pi \Omega}\right) \left(\frac{1}{\left(1 + (2\Omega/BT)^{10}\right)^{\frac{1}{2}}} \cos 2\pi k\Omega \ d\Omega$$

où L est choisi afin de limiter les erreurs et les temps de calcul. La précision du résultat est fixée dans ROM + à 10^{-12} ou par le nombre d'ittérations (15). On peut modifier cette précision si on veut gagner sur les temps de calcul. De plus, on peut modifier l'allure de la réponse du canal en modifiant la fonction à intégrer qui est dans FREQ. Dans cette fonction, la variable d'intégration est normalisée à 1/T et B = $2f_c$. Quant au calcul de P_e avec IIS (calcul de la série), il est réalisé dans HERMITE. Cette fonction nécessite que les moments IIS jusqu'à un certain ordre 2K soient calculés au préalable. Donc, il faut choisir le paramètre FIN, déterminant le nombre de moments à calculer, suffisamment grand pour permettre la convergence de la série dont la précision a été fixée à 10^{-5} . La fonction HERMITE réalise le calcul suivant:

$$y = \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=1}^{N} E_k^{M} 2k$$

$$E_{k} = \frac{x^{2k}}{(2k)!} \left[\left(1 - \frac{4k-5}{2x^{2}} \right) E_{k-1} - \frac{(k-2)}{(k-1)} E_{k-2} \right]$$

$$E_1 = x^3$$
 et $E_2 = \frac{x^4}{24} (8x^3 - 12x)$

où

avec

L'argument x est donné par:

$$x = \frac{Ap_o}{\sqrt{2}\sigma}$$

On calcule A à partir de SNR et σ^2 est la puissance du bruit à l'entrée du dispositif de décision. P_o est la valeur de la réponse du canal à l'instant d'échantillonnage. Donc, en combinant les équations suivantes:

SNR = 10
$$\log_{10} \frac{P_m}{N_o/2T}$$
 où $P_m = \frac{A^2}{T} \frac{((2N)^2 - 1)}{3}$

et

$$\sigma^2 = \frac{N_o}{2} (BT)(kT)$$

on obtient:

$$x = P_{0} \left[\frac{3 \times 10^{SNR/10}}{2((2N)^{2}-1)BT \cdot kT} \right]^{\frac{1}{2}}$$

BT est la largeur de bande normalisée et kT est la bande de bruit du filtre de canal. Pour un filtre Butterworth, on a pour kT:

$$kT = \frac{\pi}{2n\sin(\pi/2n)}$$

si n = 5, kT = 1.0166.

Notons en passant qu'il existe un BT optimal où P_e est minimum. Dans le cas du filtre Butterworth d'ordre 5 et d'une "pulse" rectangulaire, on trouve BT = 1.05. Cette valeur reviendra souvent par la suite dans nos résultats. Ajoutons également que cette valeur de BT n'est optimale que pour ce type de filtre et de "pulse". Par exemple, avec un filtre idéal, on obtient BT = 1.0. Il est possible aussi de changer la valeur de l'ordre du filtre qui est fixée à 5 par le paramètre z. Il faut s'assurer à chaque fois de ne pas oublier de modifier la valeur de kT en conséquence. Il faut s'assurer
également que la convergence des moments est atteinte à chaque fois. Les essais que nous avons faits nous ont permis de trouver qu'un filtre Butterworth d'ordre >50 était nécessaire pour équivaloir un filtre idéal en ce qui concerne l'IIS.

III.1.3 Calcul des moments d'une interférence sinusoïdale

III.1.3.1 Méthode de calcul

Avec les programmes développés jusqu'ici, pour calculer la probabilité d'erreur en présence d'une interférence sinusoïdale, il nous suffit de connaître les moments de cette interférence.

Supposons que cette interférence à l'entrée du dispositif de décision soit de la forme:

 $I = B\cos\theta$ où θ est également répartie.

On peut calculer les moments d'ordre 2k de I facilement par:

$$M_{I}^{2k} = E\{P^{2k}\cos^{2k}\theta\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B^{2k}\cos^{2k}\theta \ d\theta$$
$$M_{I}^{2k} = \frac{P^{2k}(2k)!}{2^{2k}(K!)^{2}} \quad \text{et} \quad M_{I}^{2k+2} = \frac{B^{2}}{2} \frac{(2k+1)}{(k+1)} M_{I}^{2k}$$

Ce calcul est réalisé dans la procédure MOMBS et le calcul de P_e en présence d'IIS et de cette interférence est réalisé dans le programme OAMBS.

III.1.3.2 Description de QAMBS

Le programme QAMBS, comme on peut le voir en examinant les listings en Annexe et l'organigramme (fig. 3.2), est essentiellement le programme QAM dans lequel on a ajouté la procédure MOMBS. Cette procédure calcule, comme on le sait, les moments de l'interférence sinusoïdale. Le calcul se poursuit ensuite par la combinaison des moments IIS et de moments sinusoïdaux par la procédure UNION. Après cela, le calcul continu comme dans QAM.



Fig. 3.2 - Organigramme de QAMBS

Dans la procédure MOMBS, le calcul des moments nécessite de connaître B^2 . Celui-ci est déterminé à partir de SIR le rapport signal à interférence en dB.

SIR = 10
$$\log_{10} \frac{p_{\rm m}}{B^2/2T}$$
 où $p_{\rm m} = \frac{A^2}{T} \frac{((2N)^2 - 1)}{3}$

donc

$$B^{2} = \frac{2((2N)^{2}-1) \cdot 10^{-SIR/10}}{3}$$

III.2 Moments d'une interférence FM

III.2.1 Introduction

Avec comme outil les programmes développés jusqu'à présent, nous nous sommes attardés, comme il se devait, au problème du calcul des moments d'une interférence FM. Avant de décrire la première méthode qui a fait l'objet de nos recherches, nous voudrions souligner la difficulté que représente le calcul d'une manière exacte des moments FM. En fait, la difficulté provient du fait que pour calculer la réponse d'un système linéaire à un processus aléatoire non-gaussien, une connaissance complète des statistiques de tout ordre est en général nécessaire. Supposons le système linéaire suivant:



Si on calcule la statistique d'ordre n de la sortie y(t), on obtient [4]:

$$E\{y(t_1)y(t_2)...y(t_n)\} = E\{x(t_1)x(t_2)...x(t_n)\}*h(t_1)...*h(t_n)$$

où l'opérateur * est l'opérateur de convolution. Cette expression représente une quantité considérable de calcul, rendant toute solution explicite hors de la portée de la plupart des ordinateurs. Quand x(t) est gaussien, la connaissance de $E\{x(t_1)x(t_2)\}$ suffit pour le calcul des statistiques de tout ordre de y(t). De plus, les propriétés d'une fonction de type gaussien permet de prédire le résultat du calcul sans faire aucun calcul. En effet, la convolution d'une fonction gaussienne avec une fonction quelconque donnera une autre fonction gaussienne dont les seuls paramètres à déterminer sont la moyenne et la variance. Il est certain que les propriétés d'un signal FM ne nous permettent pas d'arriver à une telle simplification même si en principe il est possible de calculer les moments de tout ordre d'un signal FM par une transformation non-linéaire.

Il nous apparaît donc nécessaire de faire appel à des hypothèses simplificatrices qui permettront d'obtenir des solutions asymptotiquement valables ou qui représentent une borne d'erreur quelconque.

La première hypothèse que nous avons étudiée est l'hypothèse de quasistationnarité. Cette hypothèse est valable asymptotiquement lorsque le signal modulant FM varie très lentement par rapport à la période d'échantillonnage du récepteur. Donc, vu du récepteur, l'interférence FM apparaît comme une interférence sinusoïdale dont la fréquence et l'amplitude sont constantes sur une ou plusieurs périodes d'échantillonnage mais variant lentement selon les statistiques du signal modulant.

La deuxième hypothèse sur laquelle nous avons travaillé est l'hypothèse gaussienne. Cette hypothèse représente le cas limite, ou comme nous allons le voir, la borne supérieure d'une somme très grande d'interférences quelconques indépendantes. En effet, si on découpe la densité spectrale de notre signal FM en un très grand nombre de bandes étroites, on aura une somme d'interférences sinusoïdales dont les amplitudes seront pondérées par la valeur de la densité spectrale à la fréquence de chaque petite bande. Maintenant, si la phase de chacune de ces bandes est indépendante des autres, on aboutit à la limite à une interférence gaussienne.

III.2.2 Hypothèse quasi-stationnaire

III.2.2.1 Méthode de calcul

Cette hypothèse a été utilisée par Morinaga et Namekawa [5] pour le cas de multiples interférences FM dans un récepteur PSK. Toutefois, aucune discussion sur la validité d'une telle hypothèse ne fut présentée. Donc, si on part avec l'hypothèse de quasi-stationnarité, on aura à l'entrée du dispositif de décision un signal de la forme:

$$s(kT) = KG(f_{i})\cos\theta$$

où G(f) représente la réponse en fréquence du récepteur et θ est répartie également. La variable aléatoire f_i représente la fréquence instantanée basse-fréquence du signal FM dont les statistiques dépendent du signal modulant. Nous avons choisi pour f_i une distribution gaussienne. Ce choix demeure un choix réaliste et permet de simplifier les calculs. De plus, on peut choisir G(f) pour simplifier les calculs davantage. Le cas le plus simple est le cas où G(f) est un filtre idéal. Dans ce cas, la variable aléatoire $G(f_i)$ devient une variable binaire prenant les valeurs 1 ou 0 dépendant si f_i est à l'intérieur ou non de la bande passante du récepteur. La procédure qui suivra est alors très simple:

- 1) on calcule P_e sans interférence (P_1) ,
- 2) on calcule P_e avec interférence sinusoïdale I = Kcos θ :(P_2),
- 3) on fait la moyenne pondérée de ces deux valeurs.
- Si $P_k = P_r(|f_1| \le B/2)$, alors on aura:

$$P_e = p_k P_2 + (1-p_k)p_1 = P_1 + P_k(p_2-p_1) \quad p_2 > P_1$$

On calcule P_k par:

$$P_{k} = \frac{1}{2} \left[erfc(\frac{\tilde{f}+B/2}{\sqrt{2} \Delta f}) - erfc(\frac{\tilde{f}-B/2}{\sqrt{2} \Delta f}) \right]$$

où \tilde{f} : écart de fréquence entre les porteuses FM et QAM, Δf : déviation de fréquence RMS du signal FM.

Pour les fins de calculs, \tilde{f} et Δf sont normalisés à B/2 et

$$Y = \frac{\Delta f}{B/2}$$
 $X = \frac{\tilde{f}}{B/2}$

III.2.2.2 Difficultés numériques

Comme on peut le voir, le calcul qui en résulte est très simple. Par contre, l'emploi d'un filtre idéal bien que facilitant le calcul de l'interférence FM complique le calcul de l'IIS. En effet, il faudra vérifier que la convergence des moments IIS est bien atteinte pour ce nouveau type de filtre. En fait, la décroissance des échantillons de la réponse du canal est très lente et la convergence n'est possible, en pratique, avec un nombre pas trop élevé d'échantillons, que pour BT = 1.0. De plus, pour ce type de filtre et une "pulse" rectangulaire, on obtient un niveau d'interférence IIS relativement élevé par rapport à une situation réelle (voir fig. 3.3). On a pu vérifier en calculant P_e pour différents ordres de filtre Butterworth que lorsque l'on fait tendre l'ordre du filtre vers l'infini, l'IIS croît d'une manière constante et atteint son maximum pour un filtre idéal (voir fig. 3.4).

Nos efforts subséquents ont tenté de réduire ce niveau d'IIS tout en couvrant notre filtre idéal. Nos essais ont porté surtout sur le type de "pulse" à la transmission. On s'attendait à priori que l'emploi d'une "pulse" du type cosinus relevé viendrait diminuer l'IIS par rapport à une "pulse" rectangulaire. En fait, les résultats ont démontré le contraire, l'IIS étant plus élevé pour le cas de la "pulse" cosinus relevé. On aurait pu prévoir le résultat en examinant l'allure du spectre de chacune de ces "pulses".

Dans les deux cas, on a un spectre de forme similaire (voir fig. 3.5). On s'attend à ce que l'IIS soit moindre si H(BT/2) est près de l'unité. Si $H(\Omega)$ est constant dans la bande BT, l'IIS sera nul. On peut vérifier que:

H(BT/2) = 0.64	"pulse" rectangulaire
H(BT/2) = 0.50	"pulse" cosinus relevé avec
	recouvrement sur 2 intervalles.

Donc, l'IIs sera plus élevé pour une "pulse" cosinus relevé que pour une "pulse" rectangulaire. Ce résultat ne vaut évidemment que pour le filtrage idéal.



FIGURE 3.3

37



QAM-16 FILTRE BUTTERWORTH ORDRE N BT= 1.05

FIGURE 3.4

III.2.2.3 Difficultés théoriques

L'emploi d'un filtre idéal rend l'hypothèse quasi-stationnaire encore plus invraisemblable, comme on le verra en étudiant la borne de Weiner [6].

Soit y(t) un signal FM à la sortie d'un filtre linéaire réel dont la réponse en fréquence est rationnelle.

$$y(t) = v(t) + v_{a}(t)$$

où v(t) est le terme quasi-stationnaire et $v_c(t)$ un terme d'erreur que l'on désire le plus faible possible. Dans son article, Weiner donne la borne suivante:

$$|\mathbf{v}_{c}(t)| \leq \Delta \omega |\mathbf{f}'(\tau)|_{\max} \sum_{y=1}^{n} \frac{|\mathbf{K}_{y}|}{(\alpha_{y})^{3}} = \Delta \omega |\mathbf{f}'(\tau)|_{\max} \mathbf{K}(n)$$

comme H(p) est rationnel, H(p) = $\sum_{y=1}^{n} \frac{K_y}{p-p_y}$ $p_y = \alpha_y + j\beta_y$

On peut calculer K(n) pour un filtre Butterworth. Le résultat est présenté au tableau 3.1. Comme on peut le constater, K(n) croît avec n et tend vers l'infini pour un filtre idéal. Il devient donc imposible de trouver des valeurs raisonnables de $\Delta \omega \left| f'(\tau) \right|_{max}$ qui puissent rendre $\left| v_{c}(t) \right|$ aussi petit que l'on veut.

III.2.2.4 Résultats

Pour atténuer les difficultés rencontrées, tant numériques que théoriques, nous avons préféré présenter des résultats avec un filtre Butterworth d'ordre 5. Avec ce type de filtre, le calcul des moments FM n'est plus aussi simple car il faut calculer les moments de G(f) par une transformation nonlinéaire. Mais nous pensons qu'on peut éviter ces complications en considérant le problème autrement. Supposons la bande de notre filtre Butterworth divisée en trois zones disjointes (voir fig. 3.6). La zone l et la zone 3 représentent le cas précédent du filtrage idéal car la valeur de la réponse est 1 ou 0. Dans la zone de transition (ou zone 2), la réponse peut prendre

n	K(n)
1	1
2	4
3	10.24
4	20.91
5	37.40
10	311.20
15	2,324.32
20	26,397.98
25	385,365.80
30	6,143,691.96

Tableau 3.1

...



Fig. 3.5 - Comparaison de deux formes de "pulse" différentes

.



Fig. 3.6 - Modèle de filtrage pour les besoins du calcul de l'interférence FM

une valeur continue entre 0 et l. On pourrait assigner à cette zone la valeur 1/2 et faire la moyenne sur les trois valeurs de P_e correspondantes. Toutefois, comme la probabilité que la fréquence instantanée soit dans cette zone est faible, puisque cette zone est généralement étroite, on peut tout simplement négliger cette zone et faire le calcul comme dans le cas idéal sans commettre d'erreurs importantes.

Donc, les résultats présentés en annexe A valent pour un filtre Butterworth ordre 5 avec BT = 1.05 et pour le QAM-16. Sur ces courbes, le paramètre Y correspond à la déviation de fréquence RMS normalisée à B/2 et la position FM correspond au paramètre X qui est l'écart entre les porteurs FM et QAM normalisés à B/2. Le paramètre SIR a déjà été défini précédemment.

Le premier type de courbes présente $Log(P_e)$ en fonction de X pour différents SIR et Y. Le deuxième type de courbes présente le DSNR (accroissement de SNR pour garder un P_e constant) en fonction de SIR pour un $P_e = 10^{-5}$ avec et sans IIS pour deux valeurs de Y. Ces courbes sont loin de former un ensemble complet mais elles permettent d'avoir une idée suffisante de l'allure des résultats.

Ces résultats ont été réalisés avec le programme QAMFM. Il est essentiellement semblable à QAMBS avec en plus le calcul de P_k . L'organigramme de QAMFM est présenté à la figure 3.7. Ce programme imprime, en plus de la valeur des différents paramètres, six valeurs différentes de probabilité d'erreur. Elles correspondent aux situations suivantes:

P _{E1}	:	P avec bruit gaussien seulement. e
PE2	:	P avec bruit gaussien et interférence sinusoïdale constante.
P _{E3}	:	comme P _{E2} mais avec en plus l'IIS.
P _{E4}	:	comme P _{El} mais avec IIS.
P _{E5}	:	P avec interférence FM avec IIS. e
P _{E6}	:	P avec interférence FM sans IIS. e

Les valeurs tracées sur les courbes correspondent à P_{E5} .



Fig. 3.7 - Organigramme de OAMFM

III.2.3 Hypothèse gaussienne

III.2.3.1 Introduction

Soit G(f) la densité spectrale de notre interférence FM. Nous voulons découper la bande de cette densité spectrale en n bandes disjointes. À la limite, lorsque n est grand, chacune de ces petites bandes pourrait être vue comme une interférence sinusoïdale de la forme:

$$I_i = B_i \cos \theta_i$$

où l'indice i représente la bande i située à la fréquence f_i , $B_i = \sqrt{G(f_i)}$ et θ_i est répartie également. Donc, notre interférence FM sera constituée par la somme de n interférences sinusoïdales qui, si on suppose les θ_i indépendants, aura une distribution gaussienne lorsque n tendra vers l'infini. Donc, l'hypothèse gaussienne constitue le cas limite d'une somme infinie d'interférences quelconques indépendantes.

III.2.3.2 Méthode de calcul

On s'est d'abord intéressé au cas d'un nombre fini d'interférence sinusoïdale pour G(f) blanc et G(f) de forme gaussienne. Pour ce faire, la méthode des moments nous a été très utile. Toutefois, les temps de calculs deviennent très élevés lorsque le nombre de bandes augmente substentiellement. Ceci est dû au fait qu'il faut combiner les moments de chaque interférence ce qui demande passablement de temps de calcul. Cependant, ceci nous a permis de constater le comportement de P_e lorsque n augmente. En examinant la figure 3.8, on peut voir que P_e augmente de manière monotone avec n. Donc, l'hypothèse gaussienne qui est le cas limite lorsque n est infini représente une borne supérieure pour une somme d'interférences indépendantes. On observe le même comportement peu importe la forme de G(f). Donc, pour calculer les moments de notre interférence gaussienne, il suffit de calculer la variance qui représente en fait la puissance de notre interférence dans la bande du récepteur. Ensuite, on peut procéder au calcul de P_e par la méthode des moments. En fait, le calcul par la méthode des moments n'est plus nécessaire puisqu'on peut assimiler notre interférence au bruit gaussien. Donc, finalement, le calcul se résume à quelques opérations simples:



1) Calculer la puissance de l'interférence à l'entrée du dispositif de décision en intégrant la densité spectrale dans la bande du récepteur. Dans nos résultats, ceci a été réalisé avec une densité spectrale de forme gaussienne, ce qui simplifie passablement le calcul.

2) On recalcule un nouveau SIR appelé SIRC:

$$SIR = 10 \ \log_{10} \frac{P_{m}}{P_{T}}$$

où P_m = puissance moyenne du signal OAM,

P_T = puissance moyenne de l'interférence à l'entrée du récepteur.

où H(f) est la réponse du récepteur (H(f) est idéal dans nos résultats) et G(f) est normalisé, on aura:

SIRC = 10
$$\log_{10} \frac{P_m}{P \cdot P_T} = SIR - 10 \log_{10} P$$

 On recalcule un nouveau SNR appelé SNIR pour rapport signal à bruit + interférence;

SNIR = 10
$$\log_{10} \frac{S}{N+I} = 10 \log_{10} [10^{-SNR/10} + 10^{-SIRC/10}]^{-1}$$

4) On calcule Pe par:

$$P_e = \frac{1}{2} (2-1/N) erfc(S)$$

où

$$S = \left(\frac{3 \times 10^{SNIR/10}}{2((2N)^2 - 1)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Tout ce calcul peut être réalisé sur un petit calculateur. La seule difficulté numérique étant le calcul d'une intégrale numérique pour le calcul de erfc(x) et de P. Ceci a été réalisé dans le programme OFMRG (voir fig. 3.9). Évidemment, tout ceci est très simple car on néglige l'IIS. Pour l'inclure, on aurait simplement qu'à revenir à la méthode des moments, ce qui ne devrait pas poser de problèmes.

III.2.3.3 Description de QFMRG

Ce programme fournit, pour fin de comparaison, les deux valeurs de P_e correspondant à la situation avec ou sans interférences. Le programme permet d'utiliser un G(f) quelconque. Il suffit de modifier la fonction FT dans la fonction BANDE. Les deux paramètres relatifs à l'interférence FM sont DF et FC. Ces deux paramètres sont normalisés à B/2 comme auparavant.

FC a la même signification que dans l'hypothèse quasi-stationnaire; c'est l'écart entre les porteuses FM et QAM normalisé à B/2. Par contre, DF a une signification différente. Ici, il représente l'écart type de G(f) normalisé à B/2 alors qu'avant, le paramètre Y représentait la déviation de fréquence RMS du signal FM qui est en fait l'écart type du signal modulant normalisé à B/2.

Des résultats sont présentés en annexe B pour le OAM-4, le OAM-16 et le QAM- 64. Pour chacun de ces cas, on fournit une série de courbes de P_e en fonction de SNR pour différentes valeurs de DF, FC et SIR. Une courbe supplémentaire est présentée pour le cas d'une interférence centrée à faible largeur de bande (FC = 0 et DF = 0.1) pour différentes valeurs de SIR. Tous ces résultats valent pour un filtre idéal et sans IIS.

III.3 Discussion

III.3.1 Présentation générale

Prenons d'abord les résultats présentés en annexe 2 concernant l'hypothèse quasi-stationnaire. On remarque d'abord que ceux-ci sont très partiels et ne valent que pour le QAM-16. Ceci contraste avec les résultats en annexe B concernant l'hypothèse gaussienne. Pour ces résultats, on fournit un ensemble de courbes assez complet pour le QAM-4, le OAM-16 et le QAM-64. D'abord,



 nous pensons que les résultats en annexe 3 sont plus réalistes et de plus, ils sont plus faciles à obtenir, les calculs étant réalisables sur un ordinateur de petite taille.

D'autres différences de présentations peuvent être notées comme par exemple l'échelle horizontale des courbes. Dans le premier cas, on présente $log(P_e)$ en fonction de la position FM (paramètre X) pour différentes valeurs de SNR. Dans l'autre cas, on présente $log(P_e)$ en fonction de SNR pour différentes valeurs de FC. Nous pensons que la première présentation est préférable à la seconde car elle permet, tout de suite, de mieux voir la variation de P_e en fonction d'un paramètre de l'interférence FM. Par contre, dans le deuxième cas, on a conservé le paramètre SNR sur l'échelle horizontale en prévision du calcul d'une borne supérieure. En fait, cette borne nous permet de déterminer dans quelle plage de SNR, l'hypothèse gaussienne serait une horne supérieure absolue.

Un autre point est à remarquer en annexe 2 en ce qui concerne les courbes; celles-ci sont présentées en tenant compte de l'IIS alors que celles en annexe 3 n'en tiennent pas compte. Il est certain que si on désire comparer les courbes entre elles, il faudra connaître à priori la valeur de P, à soustraire due à l'IIS seulement. En examinant ces courbes, quelque soit l'hypothèse utilisée, on remarque un comportement semblable. En effet, P est inversement proportionnel à SNR et à SIR, ce qui n'est pas surprenant. On remarque aussi que P_e diminue d'une manière monotone à mesure que l'écart entre les porteuses QAM et FM augmente et cela pour une dispersion spectrale FM donnée. Ce résultat va de soi également. De plus, on remarque que pour un écart fixe entre les porteuses, Pe peut varier dans un sens ou dans l'autre en fonction de la dispersion du spectre FM (spectre large ou étroit). Si l'écart est faible, un spectre FM étroit causera plus de dégradation au QAM qu'un spectre large. Par contre, si l'écart est grand, on observe le phénomène inverse. Par exemple, prenons les courbes des figures A.2.1 et A.2.2 pour SNR = 30 dB. Pour X entre 0 et 1.5, la valeur de P_{p} obtenue pour Y = 1 est supérieure à celle obtenue pour Y = 2. Par contre, entre X = 1.5 et X = 5, Ce comportement est général et se retrouve également dans c'est l'inverse. les résultats de l'annexe 3. On peut comprendre cela en sachant que dans les deux cas, P_e est fonction uniquement de la puissance totale de l'interférence entrant dans le récepteur QAM. Cela implique que pour une interférence centrée, où toute la puissance passe dans le récepteur, P_e est indépendant de la densité spectrale de l'interférence. Cette dernière observation nous laisse entrevoir une certaine imprécision des deux hypothèses utilisées. En effet, nous pensons qu'en réalité, une interférence à large bande cause plus de dégradation de P_e qu'une interférence à bande étroite pour la même puissance totale entrant dans le récepteur mais nos deux approches ne permettent pas de rendre compte de ce phénomène.

III.3.2 Comparaisons

Pour pouvoir mieux comparer les résultats obtenus par les deux hypothèses, nous avons tracé à la figure 3.10, P_e pour le QAM-16 sans IIS avec SIR = 20 dB en fonction de SNR pour le cas où toute la puissance de l'interférence entre dans le récepteur. Si on s'y réfère, on y voit trois courbes numérotées 1, 2 et 3. La courbe #1 est tout simplement le P_e obtenu avec bruit de canal gaussien seulement. La courbe #2 représente le P_e obtenu avec une interférence sinusoïdale constante. Toutes les courbes obtenues avec l'hypothèse quasi-stationnaire pour différentes valeurs de X et Y, seront situées quelque part entre les courbes 1 et 2. La courbe #3 présente le P_e obtenu par l'hypothèse gaussienne et toutes les courbes obtenues sous cette hypothèse pour différentes valeurs de FC et DF seront situées entre les courbes 1 et 3.

On voit donc très nettement l'écart considérable qui existe entre les courbes 2 et 3 donc entre les 2 hypothèses, l'hypothèse quasi-stationaire étant nettement plus conservatrice. C'est d'ailleurs pour cette raison, qu'après avoir obtenu comme premier résultat, les résultats de l'hypothèse quasi-stationnaire, nous avons cherché une autre méthode donnant des résultats plus réalistes. Sous l'hypothèse gaussienne, nous pensons être dans un cas intermédiaire entre le pire cas et l'hypothèse quasi-stationnaire. En effet, l'hypothèse gaussienne présuppose indépendance des phases entre les différentes bandes spectrales. Cette condition n'est certes pas le pire cas, ni le meilleur. Le pire cas serait que toutes les différentes composantes de l'interférence seraient toujours en phase, ce qui n'est pas très réaliste. Donc, nous pensons que l'hypothèse gaussienne pourrait fournir des résultats valables si on les compare aux résultats de l'hypothèse quasi-stationnaire qui sont nettement <u>trop conservateurs</u> et le pire cas qui ne serait <u>pas réaliste</u> du tout.

Un autre point est à observer concernant la figure 3.10. On remarque que la courbe #2 semble toujours chevaucher la courbe #1 quelque soit SNR tandis que la courbe #3 semble tendre vers une valeur limite de P_e quand SNR tend vers l'infini. Ce dernier comportement s'explique facilement car quand le SNR est faible c'est le bruit de canal qui prédomine tandis que lorsque SNR est grand c'est l'interférence. À la limite, pour un SIR = 20 dB, quand SNR tend vers l'infini, P_e devrait tendre vers la valeur qu'on obtiendrait sur la courbe #1 avec SNR = 20 dB. Pour ce qui est de la courbe #2, on n'observe pas du tout le même comportement, probablement parce que l'équivalence en terme de P_e , entre une interférence sinusoïdale et du bruit gaussien, se fait à un niveau de SNR très élevé ou à un P_e très faible pour un SIR = 20 dB.

III.3.3 Borne supérieure

Nous avons remarqué précédemment que l'hypothèse gaussienne était plus réaliste que l'hypothèse quasi-stationnaire sans être en mesure de dire jusqu'à quel point on est près de la réalité. Pour combler cette lacune, nous avons pensé faire le calcul d'une borne supérieure pour P_e qui nous permettrait de voir si l'hypothèse gaussienne dans une certaine plage de SNR pouvait être considérée comme une borne supérieure absolue pour le cas d'interférence non-gaussienne quelconque. Plusieurs méthodes existent dans la littérature et ce calcul ne devrait pas, en principe, poser de problèmes majeurs. Toutefois, les contraintes de temps ne nous ont pas permis de le réaliser. Nous avons donc remis ce travail dans le cadre de travaux futurs.

51



CHAPITRE IV

CONCLUSION

Nous présentons dans ce travail une méthologie flexible pour étudier la performance des récepteurs QAM face aux interférences de toute nature dont les signaux FM des canaux voisins.

Cette méthodologie est basée sur une idée simple proposée par Ho et Yeh. Il s'agit tout simplement d'exprimer la probabilité d'erreur en fonction des moments de la variable représentant la somme de toutes les interférences présentes à l'entrée du récepteur. Comme ces interférences sont indépendantes, il suffit de calculer les moments de chacune d'elles séparément, et de les combiner par la suite suivant les règles précises.

La composante d'interférence, qui nous intéresse le plus, est un signal FM à très grande largeur de bande. S'appuyant sur l'hypothèse de "quasistationnarité", son comportement sur des intervalles de temps faible est équivalent à un signal sinusoïdal dont la fréquence correspond à la fréquence instantannée du signal FM. Cette hypothèse simplificatrice permet de traiter, de manière simple, l'interférence due à un signal FM.

Nous avons également proposé une autre hypothèse basée sur la notion "Equivalence de puissance". Cette hypothèse se justifie physiquement par la contrainte imposée sur la puissance totale dans la bande passante QAM. Toutefois, on s'attendait à ce que cette hypothèse aboutisse à des résultats plus pessimistes que ceux obtenus par l'hypothèse "quasi-stationnarité".

Dû à notre choix de formulation mathématique, un filtre de Butterworth a été choisi comme modèle du canal de transmission à la place d'un canal de

Nyquist. Ce choix introduit automatiquement de l'interférence intersymbole à la sortie du récepteur. Par ailleurs, ce facteur a été minimisé par un choix judicieux des paramètres en jeu tels que: l'instant d'échantillonnage, la largeur de bande et l'ordre du filtre dont la phase a été linéairement égalisée.

Les résultats obtenus sont finalement présentés sous forme de famille de courbes normalisées. Ils sont donc utilisables pour toutes situations quelconques. Il est intéressant de noter que ces résultats apparaissent à nos yeux comme non complets. En effet, on a obtenu des résultats pour l'interférence que provoque un signal FM. Cependant, pour les obtenir numériquement, nous avons dû utiliser les deux hypothèses: l'une très optimiste, l'autre très pessimiste. Il reste à savoir si ces résultats se trouvent à l'intérieur des bornes pessimistes et optimistes générales. Le calcul de ces bornes sera effectué dans le prochain contrat, dans lequel on propose d'analyser l'interférence FM à bande étroite.

Un dernier point, non moins important à souligner, est la complexité de la méthode utilisée. D'une part, elle consomme beaucoup de temps de calcul; ce phénomène ne représente plus un vrai désavantage, avec l'avènement des mini et micro-ordinateurs. D'autre part, cette complexité a nécessité un effort très sérieux (une année-ingénieur) pour réussir sa mise en oeuvre. Le programme, écrit en PASCAL, est modulaire et flexible, permettant aux usagers de varier tous les paramètres qu'ils désirent, tout en assurant un fonctionnement relativement raisonnable. Ce coût du développement semble à prime abord assez élevé. Toutefois, il est maintenant disponible de manière quasi-publique. Il ne faut pas oublier qu'avant l'octroi du contrat donnant naissance à ce rapport, les programmes de cette nature étaient des propriétés privées jalousement gardées par les compagnies telles que BNR, AT & T, ERICSON, etc.. C'est donc un grand pas de franchi; il ne nous reste qu'à souhaiter une collaboration aussi fructueuse entre les chercheurs universitaire et les organismes publiques.

Bibliographie

- Ho et Yeh, "Error probability of a multilevel digital system with intersymbol interference and gaussian noise", Bell System Technical Journal, U.S.A., March 1973, 50, n° 3, pp. 1017-1023.
- [2] H.T. Huynh, P. Fortier, "Étude des défauts systématiques et naturels dans un réseau à micro-onde, Phase I: Synthèse bibliographique", Université Laval, Québec.
- [3] P. Fortier, "Analyse des performances des modulations d'amplitude en quadrature à haute capacité", thèse de maîtrise, Université Laval, avril 1984.
- [4] A. Papoulis, "Probability, random variables and stochastic process", McGraw-Hill, 2^è édition, 1984.
- [5] N. Morinaga, T. Namekawa, "Intersystem interference between analog and digital systems", IEEE International Conference on Communication, June 1982, Philadelphia, U.S.A.
- [6] D.D. Weiner, B.J. Leon, "The Quasi-stationnary response of linear system to modulated waveform", Proc. IEEE, Vol. 53, N° 6, June 1965.
- [7] S. Kabasawa et al., "M-ary CPSK Detection with noisy reference and interferences", IEEE Trans. on AES, Vol. AES-16, N° 5, September 1980.
- [8] M Abramowitz et I.A. Stegun, "Handbook of mathematical functions", National Bureau of Standards, December 1965.
- [9] P. Dupuis et al., "16-QAM Modulation for high capacity digital radio system", IEEE Trans. Com., Vol. COM-27, December 1979.
- [10] J.G. Proakis, "Digital Communications", McGraw-Hill 1983.



EXPRESSION DE LA PROBABILITÉ D'ERREUR



Nous pouvons déduire de cette figure les conditions d'appartenance aux régions de décision associées à A_i et B_i . Le signal reçu étant:

 $\mathbf{x}(\tau) = \mathbf{a}_{o} + \mathbf{j}\mathbf{b}_{o} - (\mathbf{b}_{o} - \mathbf{j}\mathbf{a}_{o})Q(\tau) + (\mathbf{X} + \mathbf{j}\mathbf{Y}) + (\mathbf{U} + \mathbf{j}\mathbf{V})$

Alors:

Pour
$$A_1 = 0$$
 on a: $|R_e(x)| \le 2$; pour $A_1 = 1$ on a $|R_e(x)| \ge 2$
pour $B_1 = 0$ on a: $R_e(x) \le 0$; pour $B_1 = 1$ on a $R_e(x) \ge 0$
pour $A_2 = 0$ on a: $|I_m(x)| \le 2$; pour $A_2 = 1$ on a $|I_m(x)| \ge 2$
pour $B_1 = 0$ on a: $I_m(x) \le 0$; pour $B_1 = 1$ on a $I_m(x) \ge 0$

Étant donné que X et Y, $R_e(x)$ et $I_m(x)$ sont des variables aléatoires gaussiennes de variance σ^2 et de moyennes $\mu_x = a_o^{-b}o_o^0 + X$ et $\mu_y = b_o^{-1} + a_o^0 + Y$. Pour chaque couple $A_i B_i$ (i = 1, 2), on doit évaluer la probabilité qu'il se situe hors de la zone de décision, ce qui revient à calculer des intégrales du type:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{a}^{b} \exp\left(\frac{-(x-\mu)^{2}}{2\sigma^{2}}\right) dx = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{b-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{a-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]$$

où

$$\operatorname{erf}(\mathbf{x}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\mathbf{x}} \exp(-\mathbf{u}^{2}) d\mathbf{u}$$

et

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x}^{\infty} \exp(-u^2) du$$

Effectuons maintenant les calculs pour A_iB_i:

$$\frac{1^{\circ} \operatorname{cas}}{\operatorname{Pr}[A_{1} \operatorname{faux}]} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{2+\mu_{x}}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-2+\mu_{x}}{\sigma\sqrt{x}}\right) \right]$$
$$= \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{5-b_{0}Q_{0}+X}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{1-b_{0}Q_{0}+X}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]$$

$$\Pr[B_1 \text{ faux}] = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\mu_x}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right] = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{3 - b_0 Q_0 + X}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right]$$

2° cas: $A_1 = 0$, $B_1 = 1$ (soit $a_0 = 1$)

$$\Pr[A_{1} \text{ faux}] = 1 - \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{2 + \mu_{x}}{\sigma \sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{-2 + \mu_{x}}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right]$$
$$= 1 - \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{3 - b_{0} Q_{0} + X}{\sigma \sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{-1 - b_{0} Q_{0} + X}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right]$$
$$\Pr[B_{1} \text{ faux}] = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\mu_{x}}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right] = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1 - b_{0} Q_{0} + X}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right]$$

3° cas: $A_1 = 0$, $B_1 = 0$ (soit $a_0 = -1$)

$$\Pr[A_{1} \text{ faux}] = 1 - \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}(\frac{2+\mu_{x}}{\sigma\sqrt{2}}) - \operatorname{erf}(\frac{-2+\mu_{x}}{\sigma\sqrt{2}}) \right]$$
$$= 1 - \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}(\frac{1-b_{0}Q_{0}+x}{\sigma\sqrt{2}}) - \operatorname{erf}(\frac{-3-b_{0}Q_{0}+x}{\sigma\sqrt{2}}) \right]$$

4° cas: $A_1 = 1$, $B_1 = 0$ (soit $a_0 = -3$)

$$\Pr[A_{1} \text{ faux}] = \frac{1}{2} \left[\exp\left(\frac{2+\mu_{x}}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \exp\left(\frac{-2+\mu_{x}}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]$$
$$= \frac{1}{2} \left[\exp\left(\frac{-1-b_{0}Q_{0}+X}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \exp\left(\frac{-5-b_{0}Q_{0}+X}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]$$
$$\Pr[B_{1} \text{ faux}] = \frac{1}{2} \left[1 + \exp\left(\frac{\mu_{x}}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right] = \frac{1}{2} \left[1 + \exp\left(\frac{-3-b_{0}Q_{0}+X}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]$$

Avec $\alpha = -b_0 Q_0 + X$ et en utilisant la fonction erfc(x), les probabilités conditionnelles de A_1 et B_1 par rapport à X et b_0 sont alors:

$$\Pr\{A_{1} \operatorname{faux} | X_{1}, b_{0}\} = \frac{1}{4} \left\{ \operatorname{erfc}\left(\frac{1+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{1-\alpha}{\sigma\sqrt{x}}\right) + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{3+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{3-\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{5+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{5-\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right] \right\} \\ \Pr\{B_{1} \operatorname{faux} | X_{1}, b_{0}\} = \frac{1}{8} \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{1+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{1-\alpha}{\sigma\sqrt{x}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{3+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{3-\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]$$

Pour obtenir $P_e^{A_1} = P[A_1Faux]$ et $P_e^{B_1} = P[B_1faux]$, il suffit de calculer les expressions:

$$P_{e}^{A_{1}} = \frac{1}{4} \sum_{b_{o}} \int_{-\infty}^{\infty} P_{r}(A_{1} faux | X_{1}, b_{o}) dF(x)$$

$$P_{e}^{B_{1}} = \frac{1}{4} \sum_{b_{o}} \int_{-\infty}^{\infty} P_{r}(B_{1} faux | X_{1}, b_{o}) dF(x)$$

Les calculs pour $P_e^{A_2}$ et $P_e^{B_2}$ se réalisent de la même manière en remplaçant X par Y, a par b et b Q par a Q. Quand le rapport signal à bruit est élevé, typiquement de 20 dB (soit $A/\sigma\sqrt{2} \sim 3$) et que nous sommes dans le pire des cas pour l'interférence intersymbole (soit $\alpha = -1$), il vient:

$$\operatorname{erfc}\left(\frac{5+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) \sim 1.35 \times 10^{-64}$$
 et $\operatorname{erfc}\left(\frac{3+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) \sim 2.15 \times 10^{-17}$

Ces termes sont négligeables devant $\operatorname{erfc}(\frac{1+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}) \sim 0.5$. L'équation (1) devient:

$$P_{e}^{A_{1}} = \frac{1}{4} \sum_{b_{0}} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}(\frac{1+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}) dF(x)$$
$$P_{e}^{B_{1}} = \frac{1}{4} \sum_{b_{0}} \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}(\frac{1+\alpha}{\sigma\sqrt{2}}) dF(x)$$

d'où

$$\frac{P^{A_1}}{e} = 2 \frac{P^{B_1}}{e}.$$

ANNEXE 2

RÉSULTATS NUMÉRIQUES (hypothèse quasi-stationnaire)

Définition des paramètres:

- SIR : rapport signal à interférence en dB (ou SJR)
- SNR : rapport signal à bruit
- Y : déviation de fréquence RMS normalisée à B/2
- X (position FM): écart de fréquence entre les porteuses FM et QAM normalisé à B/2
- DSNR : augmentation du SNR nécessaire pour conserver une valeur constante de P_e.

<u>.</u>



QAM-16 FILTRE ORDRE 5 BT= 1.05 SIR= 15 dB Y= 1

FIGURE A.2.1



QAM-16 FILTRE ORDRE 5 BT= 1.05 SIR= 15 dB Y= 2

FIGURE A. 2. 2



QAM-16 FILTRE ORDRE 5 BT= 1.05 SIR=15 dB Y= 3

FIGURE A. 2. 3

A2.4



QAM-16 FILTRE ORDRE 5 BT= 1.05 SIR= 15 dB Y= 4

FIGURE A. 2.4

A2.5



QAM-16 FILTRE ORDRE 5 BT= 1.05 SIR= 15 dB Y= 5

FIGURE A. 2. 5

A2.6



QAM-16 FILTRE ORDRE 5 BT= 1.05 SIR= 20 dB Y= 1

FIGURE A. 2. 6

POSITION FM


QAM-16 FILTRE ORDRE 5 BT= 1.05 SIR= 25 dB Y= 1

FIGURE A.2.7





FIGURE A. 2. 8







FIGURE A. 2. 10







ANNEXE 3

RÉSULTATS NUMÉRIQUES (hypothèse gaussienne)

Définition des paramètres:

....

- SNR : rapport signal à bruit en dB SIR : rapport signal à interférence en dB
- DF : écart-type de la densité spectrale FM normalisé à B/2
- FC : écart de fréquence entre les porteuses FM et OAM normalisé à B/2

QAM-4 SANS IIS FC= Ø DF= Ø.1







A3.3





FIGURE A. 3. 3



QAM-4 SANS IIS SIR= 18 dB DF= 1

SNR [dB]

FIGURE A. 3. 4

A3.5





FIGURE A. 3. 6



FIGURE A. 3.7



FIGURE A. 3. 8



FIGURE A. 3. 9

QAM-4 SANS IIS SIR= 10 dB DF= 1

Log (Pe)

•

-3



QAM-4 SANS IIS SIR= 10 dB DF= 2

-3







FIGURE A. 3. 12





-3 Log (Pe) -4 -5 -6 -7 FC=0 12 -8 -22 10 12 14 16 18 2Ø SNR [dB]







FIGURE A. 3. 16









FIGURE A. 3. 19

•











FIGURE A. 3. 23



FIGURE A. 3. 24



FIGURE A. 3. 25





FIGURE A. 3. 27





FIGURE A. 3. 29








FIGURE A. 3. 32







FIGURE A. 3. 35







FIGURE A. 3. 37

A3.38







SNR [db]



FIGURE A. 3. 41



FIGURE A. 3. 42

A3.43

ANNEXE 4

LISTING DES PROGRAMMES DÉVELOPPÉS

--

.

PROGRAMME QAM

Calcule la probabilité d'erreur moyenne à la sortie d'un récepteur QAM avec ou sans interférences inter-symboles, par la méthode des moments. La réponse du canal est du type Butterworth d'ordre 5 à phase nulle avec une "pulse" de transmission de forme rectangulaire. Le calcul des moments IIS est réalisé par la méthode directe modifiée.

Lignes

- 1-18 Initialisation des constantes et paramètres et déclarations des variables.
 - Z : détermine l'ordre du filtre Butterworth modélisant la réponse du canal. La convergence des moments IIS est assurée pour Z = 5.
 - FIN : détermine la longueur du vecteur des moments à être utilisés par la fonction HERMITE.
 - KT : constante de pondération pour le calcul de la puissance du bruit à la sortie du filtre Butterworth. La valeur indiquée est pour Z = 5.

PI2 et LN10: constantes 2π et ln 10.

22-34 FREO: calcul de la fonction à intégrer pour le calcul des échantillons de la réponse du canal. Cette fonction constitue la fonction de transfert globale du système.

- 38-67 ROM: routine d'intégration numérique par l'algorithme de Romberg. Cette fonction calcule l'intégrale de la fonction FREQ entre les bornes BS et BI pour une précision de 10^{-12} ou 15 ittérations.
- 71-79 REP: calcule la valeur de la réponse du canal à l'instant K. La variable d'intégration est normalisée à l/T et on intègre de 0 à l'infini en 12 intervalles successifs.
- 84-104 HERMITE: calcule le résultat de la série de P_e jusqu'à une précision de 10^{-5} . Cette fonction a comme argument la variable X et le vecteur Z contenant les moments d'ordre 2 jusqu'à 2K (FIN = K).
- 108-140 MOM16: calcul des moments IIS d'ordre 2 jusqu'à 2K pour un récepteur OAM-16 à partir de 4 échantillons du canal.
- 144-176 MOM36: calcule les moments IIS d'ordre 2 jusqu'à 2K pour un récepteur OAM-36 à partir de 4 échantillons du canal.
- 180-204 MOM64: calcule les moments IIS d'ordre 2 jusqu'à 2K pour un récepteur QAM-64 à partir de 2 échantillons du canal.
- 208-254 MOM-4: calcule les moments IIS d'ordre 2 jusqu'à 2K pour un récepteur QAM-4 à partir de 4 échantillons du canal.
- 258-268 COMB: calcule les combinaisons K parmi N.
- 272-293 UNION: permet de combiner les moments d'ordre 2 jusqu'à 2K de 2 variables aléatoires indépendantes.
- 297-342 ERFC: calcule de la fonction d'erreur complémentaire pour x entre O et 12 par la méthode de Gauss d'ordre 20. Cette formule permet une précision d'environ 6 décimales.

345-408 Programme principal:

CNOB: variable permettant d'initialiser la valeur de base de SNR.

- BT: valeur de la largeur de bande du canal normalisée à 1/T.
- X1: valeur de la réponse du canal à l'instant to de décision.
- N: détermine le type de QAM désiré. $M = (2N)^2$
- RESI: contient le vecteur final des moments IIS d'ordre 2K pour 16 échantillons du canal.

CNO: valeur du rapport signal sur bruit.

SIGMA: valeur du rapport porteuse à bruit pour le cas où on tient compte de l'IIS (argument de HERMITE).

SIGMA2: valeur du rapport porteuse à bruit sans IIS.

PE1: probabilité d'erreur due au bruit gaussien seulement.

PE2: probabilité d'erreur due au bruit gaussien et à l'IIS.

360-392 Ici, on calcule pour chacun des récepteurs étudié (QAM-4-16-36 ou 64) la valeur des moments d'ordre 2k de l'IIS pour 16 échantillons du canal par différentes combinaisons successives avec la fonction UNION. Notons que les échantillons du canal sont normalisés à X1. Le résultat final est dans RESI et sert pour le calcul de P_e dans HERMITE.

1	0680 -		(***)
	0680 -		
Ę	0000 -		PROGRAM GMMIGOTPOTT
2	0044 -	••	
	0094 4		CONST
5	0694 -		Z#51
6	0694 =		FIN=2003
7	0694 -		PI2=6.28318530717958621
Á	0694 -		KT#1.0166407381
ă	0694		1 N1 052-30258509299404561
1.	0604		
14	0604		
11	0094 *		
12	0094 -		VECTEURTARKAT(+1++FIN+) UF REAL
13	0694 -	• •	SPEC#ARRAY((1)++d+1++15+) OF REAL
14	0694 -	. 40	VAR
15	0694 -		VARIABIVECTI
16	06D8 -		VECT1.VECT2.RES1.RES2.RES3.RES4.VECTEURI
17	2058 -		t. I.I. N.K.M.POST.PAS.D.Q.R.V.SIINTEGER
iá	ZCAC -		CNOB CNO SIGNASSIGNAZ BI ST DEL DEL DEZIDEAL
10	2000 -		CURPCHOIOIONA BUCHALINI ALIANTIANTA ALIANTIANTA ALIANTIANA A
1.4			
Z ()	ACDO -		(**************************************
21	2000 -		
55	SCD0 -	⊨ia, A, .	FUNCTION FREU(X)BTTREALSKTINTEGER/TREALS
23	0050 -		(*CALCUL DE LA FONCTION A INTEGRER*)
24	0050 -		VAR Y.SIREALI
25	0000 0)	BEGIN
26	0018		TR YEA THEN EDEALE?
37	0016 1		FISE BEGIN VIESA/COS/DISKYK) LASIN(PISK/2)/(DISK/2)]
6/	UUJE I		
20	0108 -		
29	0106 •		IF ABS(S)270 THEN
30	0190 -		IF XR(BT/2) THEN FREQUET
31	01C8 .		ELSE FREQIEO
32	01DE -	e in	ELSE FREQ!#Y/SQRT(1+(2#X/BT)++(2#Z));
33	0276 .	• 1	ENDS
34	0276		ENDI
14	0200 -		
16			
30	0290 *		
37	0590 -		
38	0590 -	₽=4, A	FUNCTION ROM (BTSBSSBITREAL SKTINTEGER / SREAL S
39	0064 *		(*CALCUL DE LA REPUNSE DU CANAL*)
40	0064 -		LABEL 51
41	0064 -		
42	0064 -		HeLTREALS
43	0078 -		I.J.PIINTEGERI
	0084 -		DISDECI
A	0000		
	0000 0		
90	0018 -		Mi=039011 0/1/1/10000000000000000000000000000
47	003A .		K(1 1 1 4 / F = M + (F KEU(D 1 4 D 1 4 K / F F KEU(D 3 4 D 1 4 K / / KE 4
48	00E6 *	-	2 8 m 2 9
49	OOEE 1	l =	REPEAT
50	OOEE .	•	I ##I + 1 #
51	0100 -		
52	0116		FOR PI=1 TO 2+*(1+2) DO
61	0154	2_	BEGIN
5.5	0154 6	5.44	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
04 E E	0124 4		LITERCUIDITIIETTTI/47/6/30130/3
22	0100	P 2	
20	0212 -	# •••	K(aC01a) == [K(a1a1a) + M+K)/C0
57	025A -	P 4	FOR JIEZ TO I DO
58	0286 2	5	BEGIN

.

.

.

59 R(_2,j_);#R(_2,j=1,)*(4**(j=1))=R(_1,j=1,)* 0286 --R(+2+J+)=R(+2+J+)/(4++(J+1)=1)5 60 030E ---0370 -2 ENDI 61 H1=H/21 62 0392 --FOR JI=1 TO I DO R(.1.J.)I=R(.2.J.) 63 038A --IF R(.2.1.)=0 THEN GOTO 51 64 043E --UNTIL (ABS((R(.2,1,)-R(.2,1-1,))/R(.2,1,))<1E=12) DR (1=15); 65 047A -1 5:ROM1=R(.2.1.)1 66 0518 --END 67 053C -0 A 68 0560 --69 0560 --70 0560 --FUNCTION REP(BT:REALIK:INTEGER) FREAL 71 056C --- A 72 0054 --VAR 73 0054 --TITNTEGERI 74 0058 ---SIREAL 75 0000 0m A BEGIN S1=01 76 0018 ---FOR II=0 TO 12 DO SI=S+ROM(8T+1+1+1+K); 77 002E --REPISI 78 00E2 ---79 00F4 -0 A ENDI 80 0114 ---81. 0114 ---82 0114 --83 0114 == FUNCTION HERMITE(XIREALIZIVECTEUR) IREALI 84 0114 - A85 0690 ----VAR **JIINTEGERI** 86 0690 ---ARG. TRANS. A.BIREALI 87 0694 ---VIVECTEURI 88 0688 --89 0000 Om A BEGIN ARG:=(1/SQRT(PI2/2))=EXP(=x*x); 90 0018 --91 0082 --V(11) = X = X = 3 = V(+2+) == (X++4) + (B+(X++3) = 12+X)/24 = 92 0042 --93 0132 --J1#21 94 TRANS\$=V(.1.)+Z(.1.)+V(.2.)+Z(.2.); 013A --95 0170 1-REPEAT 96 0170 --J1=J+11 A = (1 - ((A + J - 5)/(2 + X + X))) + V(- J - 1 -) = 97 018E ---BI=V(.J=2.)*(J=2)/(J=1)1 98 0232 --99 0240 --TRANS##TRANS+V(.j.)*Z(.j.)* 0344 --100 UNTIL (ABS(V(,J.)*Z(,J.)/TRANS) 41E-5) OR (J#FIN): 101 039A = 1HERMITE ! #TRANS#ARG! 0410 ---103 043E ---WRITE(! !,J\$3)\$ 046E =0 A 104 ENDI 0484 --105 106 0484 ---• 107 0484 ---0484 -- A PROCEDURE MOMIG(VAR VIVECTEURIXIVECT) 108 (*POUR CALCULER LES MOMENTS A PARTIR DE 4 ECHANTILLONS.*) 109 0088 ---110 0088 --VAR ZIARRAY(.0..255.) OF REALS 111 0088 ---112 0888 --I.J.K.LIINTEGERS 113 0000 0 = ABEGIN FOR 11=0 TO 3 DO 0012 ---114 115 002E 1# BEGIN FOR J1=0 TO 3 DO 116 002E +-

9

A4

117 004A 2-BEGIN FOR KI#0 TO 3 DO 118 0044 ---BEGIN 119 0066 3-FOR LI#0 TO 3 DO 120 0066 ---121 0082 4= BEGIN Z(*I*64+J*16+K*4+L*)**SQR(((2*I=3)*X(*1*)+(2*J=3)*X(*2*))*X(*2*)122 0082 --+(2*K=3)*X(=3=)+(2*L=3)*X(=4=))); 123 00FC --END 124 0188 -4 ENDS 125 01AA #3 END 126 01CC =2 ENDI 127 01EE -1 128 0210 --V(.1.)=03 FOR 11=0 TO 255 DO V(.1.) =V(.1.)+Z(.1.) 129 022A --130 0244 --FOR JIE2 TO FIN DO 131 0202 1-BEGIN 10#1(, J,) 1#01 132 0202 --FOR 11=0 TO 255 DO 133 02F2 ---BEGIN 134 030E 2# IF (LN(Z(.I.))/LN10)*J > -70 THEN 135 030E --136 036A --V(,J,)**V(,J,)+Z(,I,)**J* END 03E0 -2 137 ENDI 138 0402 #1 0424 ----FOR I = 1 TO FIN DO V(.I.) = V(.I.)/256 139 140 04C0 -0 A END 141 142 04F4 ---04F4 ---143 04F4 ---PROCEDURE MOM36(VAR VIVECTEURIXIVECT); 144 04F4 ---(*POUR CALCULER LES MOMENTS A PARTIR DE 4 ECHANTILLONS.**) 145 0088 --0088 --146 VAR 71ARRAY(.0..1295.) OF REAL! ` 147 0088 I.J.K.L.IINTEGERI 148 2908 ---BEGIN 149 0000 O- A 150 FOR 11#0 TO 5 DO 0012 --151 003A 1# BEGIN FOR J##0 TO 5 DO 152 0034 ----BEGIN 153 0062 2-FOR KI=0 TO 5 DU 154 0062 --BEGIN 155 008A 3-FOR LIEO TO 5 DO 156 008A ## BEGIN 157 0082 4-Z(+1+216+J+36+K+6+L+) #=SQR((((2+1+5)+X(+1+)+(2+J+5)+X(+2+) 158 0082 --+(2*K=5)*X(.3.)+(2*L=5)*X(.4.)); 159 0150 == 160 01E8 -4 END ENDI 0210 -3 161 ENDS 162 0250 -2 163 0284 - 1ENDI 164 0288 --V(.1.)*#0* FOR 11=0 TO 1295 DO V(+1+) = V(+1+)+2(+1+) 165 0202 --0370 --FOR JIE2 TO FIN DO 166 BEGIN 167 039A 1= 168 039A ---V(.J.);=0; 169 03D0 ++ FOR II=0 TO 1295 DO BEGIN 170 03F8 2-IF (LN(Z(,I,))/LN10)+J > -70 THEN 171 03F8 --V(,J+) ##V(+J+)+Z(+I+)**J\$ 172 0460 ---END 173 04EE -2 174 0522 -1 ENDI

7

44

FOR I = 1 TO FIN DO V(.I.) = V(.I.)/1296 175 0556 --176 061C =0 A END 177 0658 ---0658 --178 179 0658 ---180 0658 -- A PROCEDURE MOM64(VAR V:VECTEURIX1:X2:REAL): (*POUR CALCULER LES MOMENTS NORMALISES A PARTIR 181 0058 --182 0058 --DE DEUX ECHANTILLONS. *) VAR 183 0058 --184 0058 --I.J.IINTEGER I 185 0060 --ZIARRAY(.0..63.) OF REALS BEGIN 186 0000 0- A FOR I \$=0 TO 7 DO 187 0012 --188 002E 1-BEGIN FOR JI=0 TO 7 DO 189 002E ---190 BEGIN 004A 2-Z(,8*1+j,);#SQR((((2*1=7)*X1+(2*j=7)*X2)); 191 004A ---END ·192 0000 #2 193 00F2 =1 END FOR JITI TO FIN DO 194 0114 == 195 BEGIN 0132 1= 196 0132 --10#1(.L.)V 197 FOR I =0 TO 63 DO 0162 --198 017E 2-BEGIN 199 017E ---IF (LN(Z(.I.))/LN10)*J > =70 THEN 200 01DA == END 201 0250 -2 V(.J.)*=V(.J.)/641 202 0272 ---02CE -1 END 203 204 02F0 .0 A END 205 0318 --206 0318 --207 0318 --PROCEDURE MOM4(VAR VIVECTEURIXIVECT) 208 0318 -- A (*POUR CALCULER LES MOMENTS À PARTIR DE 4 ECHANTILLONS.*) 209 0088 --210 0088 --VAR ZIARRAY(+0.,255.) OF REALS 211 0088 ---I.J.K.L.M.N.P.Q.IINTEGERS 212 0888 ---213 0000 0- A BEGIN FOR 11#0 TO 1 DO 0012 --214 215 002E 1-BEGIN FOR J1=0 TO 1 DO 216 002E --217 004A 2-BEGIN 218 0044 ---FOR K1=0 TO 1 DO 219 0066 3-BEGIN FOR LIST TO 1 DO 220 0066 ** 221 0082 4-BEGIN FOR MISO TO 1 DO 222 0082 ---223 009E 5m BEGIN FOR N##0 TO 1 DO 224 009E --225 008A 6-BEGIN FOR PIRO TO 1 DO 226 008A ---227 00D6 7-BEGIN FOR GINO TO 1 DO 228 0006 == 229 00F2 8-BEGIN Z(.I+128+J+64+K+32+L+16+M+8+N+4+P+2+Q.)** 230 00F2 --SQR(((2*I=1)*X(.1.)+(2*J=1)*X(.2.) 231 0164 ---+(2*K-1)*X(_3_)+(2*L-1)*X(_4,)+(2*M-1)*X(-5,) 232 0144 ---

8

44

6	272	0234		+(2*N+1)*X(-6-)+(2*P+1)*X(-7-)+(2*Q+1)*X(-8+))	
•			- \		
4	234	UZTO MO	2		
<	235	- 031A -7		END	
	236	0330 -	`	END	
	217	A165 -6	č.	ENDI	
	231				
	238	0380 =4	ŧ.		
	239	03A2 -3	3	END	
	940	0304 -2	>	FND1	
	ETV.				
	# #1	0350 -1	L .	ENUI	
	242	0408 🖛 =		V(.1.) #=0.5	•
	243	0422		ÊQÊ Î¦#0 TO 255 DO V(.1.)‡#V(.1.)+Z(.1.)	
	344	0400	_	FOO 1182 TO FIN DO	
	E77		•		
	245	048A 14		BEGIN	
	246	OABA			
	247	OAFA		FOR 14=0 TO 255 DO	i
				PECTN .	
		0000 24			
	249	0506 ==		$IP (LN(Z(,I_{\bullet})))/LN(U) = J = 70 THEN$	
	250	0562		······································	
	261	0508	3	ENDI	•
	E S I		5		•
	252	05#A #1	L	END:	
	253	061C 🖛		FOR IT=1 TO FIN DO V(.It)I=V(.It)/2501	
	254	0688 -	h 🔺	END	
	258				
	222		•		
	200	0618 #*	•		
	257	06F8	-		
	258	06P8	- A	FUNCTION COMB(X:REALSK:N:INTEGER) = REALS	· · · ·
	380	0050		(+DOUD CALCULER LES COMBINATSONS #K PARMI N# +)	
	KD7	VV20	-	(Then the second s	
	200	0058 =4			
	261	0058 -		IIINTEGERI	
	262	0000 0	- A	BEGIN	
				BEGING TIEN DOWNED KAI DO	
	20J	0018 -		FOR ITER DURNED REF DU	
	264	004C 1+		HEGIN	
	265	0040 -		X # # X # # Z / (Z # K) §	
	266	0096 -	i .	END	
	367		•	CONRIEXI	
	201	0000 -			
	268	- 00CA = #(D A		
	269	00E8	-		. •
	270	0058 -	-		▖▝▎▀▖▖▖▖▖▖▝▝▖▖▖▖▖▖▖▖
	347				
	E/1	UVEO -	•	NO ACCOUNT INITONIVAD M. M. TINECTENDIE	
	272	0018	- A	PROCEDURE UNION VAR X & T & Z & VEC IEUR / S	· · · ·
	273	.004C		(*POUR COMBINER DEUX MOMENTS:*)	•
	274	0040	_		,
	342				
	4/2	0040 -			
	276	0054	•	BICIRCALI	
	277	0000 0.	- A	BEGIN	
	278	0012 -	-	FOR ISE1 TO FIN DO $Z(aIa)$ = $X(aIa) + Y(aIa) = $	
	280		_	FOD TIRS TO FIN DO	
	# / ¥			FOR ITE TO FIN DO	
	28 0	00E0 14		BEGIN	
	281	00E0 🕶		1 E # 1 E	
	282	00FA 2.		REPEAT	
	261			TE (XI.J.) ADD (VI.T.J.) ADD THEN	
	203		-	AL THERE ARE A HIM ATTERARY AND A THE	
	284	0188 3			
	285	01,88 -		HITLN(Y(aImJa))?	
	286	OICA -		Ct=LN(COMB(X(,J,),2*J,2*I));	· ·
	287	0210 -		TE (B+C)/IN10>=70 THEN	
	20/		-		
	208	0200 -	-	C\	
	289	02DC =	3	ENDI	·
	290	0200 -		<u>1</u> + ل = ۲ ل	

0				
-	291	02E6 .	• 2	UNTIL JOHIS
4	292	0300	- 1	ENDI
خ	261	0322	- ^ A	ENDI
	204	0346		
	224	0340 4		
	273	0340		
	520	0346		CUMPTAGE CORPORATION AND A DEAL T
	297	0340	- A	FUNCTION ERPCIVER ATREALS FOR THE PARTY AND
	298	. 004C +		(*CALCUL DE LA FONCTION D'ERREUR CUMPLEMENTAIRE PAR LA METHODE
	2,99	004C #		DE GAUSS DIORDRE 20#)
	300	004C ·	**	
	301	DOAC .		TYPE
	302	0040		GAUSSEARRAY(,110.) DE REALI
	303	nnač -		
	304			
	304			
	305	0000		
	306	0110 4	-	ISINTEGERS
	307	0114 •		
	308	0114	8	FUNCTION F(VAR XIREAL)IREALI
	309	004c -		CONST P1=3,141592653589793
	310	0000	B B	BEGIN
	311	0018		EI=(2/SQRT(PI))+EXP(=X+X)}
	115	0079	- A B	END 3
	316	0072		
	313			DEGIN
	318 -	0000	0 • A	DEVIN
	315	0018		
	310	0028		
	317	0038	**	T(+3+) 1#0+3/3/000000124144W(+3+) 1#0+1#20901043103024
	318	0048 (T(+4+) =0+210867001950827*#(+4+) =0+131068038449170*
	319	0058 4	-	Y(,5,);=0,636053680726515;W(,5,);=0,118194531901518;
	320	0068		T(_6,)!=0,746331906460150!W(_6,)!=0,101930119817240!
	321	0078		↑(_7.)↓=0.839116971822218↓W(.7.)↓=0.083276741576704↓
	322	0088		t(_8,) ==0,912234428251325 ==(.8,) =0,062672048334109
	191	APAA		T(9,) 1=0, 9639719272779131W(9,) 1=0, 0406014298003861
	334	0040		T/ 10, 140, 9931285991850941W/ 10, 140, 0176140071391521
	324	0000		TE ARCYINID THEN DIRA FISE
	363	0000		IF ADDATIONE THEN ATTO LEDE
	325	0100	1 🖷	
	327	0100	**	A
	328	0144		DI-(13+AD3(X))/21
	329	0188		
	330	019E.	, 10	FOR IIII TO 10 DD
	331	018C 8	5 🛥	BEGIN
	332	OIBC		C1=B+A=T(. I) 3
	333	0200		R#mR+W(aIa)*F(C)#
	334	0252	-2	ENDI
	135	0274		FOR I # 1 TO 10 DD
	116	0292		BEGIN
	330			
	337	0292	**	
	338	0206	-	
	339	0328	# Z	ENU I
	340	034A	. 1	
	341	034A		IF XKO THEN ERPCIEZEARR ELSE ERPCIEARRI
	342	03D2	-0 A	ENDI
	343	0494		
	344	0494		
	345	0000	0-	BEGIN
	346	0034	-	CNDBI=181
	347	0050		WRITELN() FILTRE BUTTERWORTH ORDRE 51)
	347	0036		
	340	VV7D		

349	0082	WRITELNSWRITELNS
350	0094	
351	0002 1-	BEGIN
362	0002	AT #1 - 05+0 - 03*01
361	OOCE	
354	0120	YIISANS(REP(BT.O))I
366		
355	0156	ACCIN TO E DU L
330	0100 24	
357	0100	WOINED THE NE MODULATION GAMMA TOGREE (1) OF T
356		WRITELNSWRITELNS
359	ULES J=	
300		1. DEVIN
301		FUR ITEI TU O DU VARIADI EIETEKEMIDI EITZAI
302	0204 **	MUMA(VECI);VARIAD;;
203	0208	UNIUN(VECTI#VECTI#RESI/*
354	0284 #4	
305	02EE 4-	21 BEGIN
366	02EE ==	FUR ITEL TU 4 DO VARIAB(#I#JTEREP(BT92#IJ/X19
367	0384 ==	MUMID(RESIVARIAB);
368	0368 **	FUR ISE1 TO 4 DO VARIAB(+I+)IEREP(DT+2#I#1)/XIS
369	0492	MDM16(RES2+VARIAB)
370	0446 ==	UNION (RESI RES2 VECTI)
371	0408 ==	UNION(VECT1,VECT1,RES1);
372	04EA =4	ENDS
373	04EE 4=	31 BEGIN
374	04EE	FOR 11=1_TO 4 OD VARIAB(,1,)]=REP(BT,2*1)/X13
375	0584 🖛	MOM36(RES1;VARIAB);
376	05C8 =-	FOR II#1 TO 4 DO VARIAB(#I#);#REP(BT+2#I#1)/X1\$
377	0692	MDM36(RES2:VARIAB):
378	06Å6 ==	UNION(RES1•RES2•VECT1)I
379	0608	UNION(VECT1,VECT1,RES1);
380	06EA =4	END
381	06EE 4.	AI BEGIN
382	06EE	FOR II=1 TO 8 DO VARIAB(.I.)I=REP(BT.I)/X13
383	07AC	MOM64(RES1,VARIAB(,1,),VARIAB(,8,))
384	07DE =-	MOM64 (RES2.VARIAB(.2.) VARIAB(.7.))
385	0810	UNION (RES1 RES2 VECTI) 3
386	0832	MOM64(RESIsVARIAB(.3.) +VARIAB(.6.))
387	0864	MOM64 (RES2+VARTAB(.4.)+VARTAB(.5.))
388	0896	UNION (RES1 RES2 VECT2)
389	0888 **	
390	0808	UNION (RES3 RES3 RES1) I
391	08F6 -4	END
iús	08F6 -1	ENDI
363	0022	FOR JIENTO 12 DO
104	0944 1-	
394		
373	0084	
390		$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}$
37/		310MA *** (34(1) 3*(1) 4**(CNU/10/)/(2**(0) 4***********************************
348	UADO	DIUMACITIJUMA/AIJJUKAITAITAI
333	OBOL	FC1+=1E=1/N/+U,JTEKFU(J10MAE/)
400	0588	WKITELT - MELTTINELIY);
401	0864 ==	PERFERNIE TO OFFERENCESIGMAITHERMITE(SIGMAIRESI))
402	0086	WHITELNI' ICHMES PECETAPECAAIA
403	0008 •3	
404	OCFC	WRITELNI
405	0D08 #2	
406	0D3C +-	WRJTELNI

A4.11

4	0	7	0	D	4	8		1	E	ND	i.
à	Ô	8	٥	D	7	С	-	0	5	1	END.

, .

·

PROGRAMME QAMBS

En présence d'une interférence sinusoïdale d'amplitude constante et de phase également répartie, calcule la probabilité d'erreur moyenne à la sortie d'un récepteur QAM avec ou sans IIS par la méthode des moments. La réponse du canal est du type Butterworth d'ordre 5 et à phase nulle, avec une "pulse" à la transmission de forme rectangulaire. Le calcul des moments IIS est réalisé par la méthode directe modifiée.

Lignes

1-346	Voir	QAM
-------	------	-----

- 348-446 Programme principal
 - SIR: rapport signal à interférence.
 - PE1: probabilité d'erreur due au bruit gaussien seulement.
 - PE2: probabilité d'erreur due au bruit gaussien avec IIS.
 - PE3: probabilité d'erreur due au bruit gaussien avec IIS et interférence sinusoïdale.
- 421-426 On calcule les moments de l'interférence sinusoïdale. Le résultat dans RES2 est combiné avec les moments IIS dans RES1 par la procédure UNION. Le résultat final est dans VECT1.

1	0680	(*51+*)
2	0680	PROGRAM GAMBS(OUTPUT):
3	0694	LABEL 51
4	0694	CONST
5	0694	Z#51
6	0694	FIN=2001
7	0694	PI2=6,28318530717958621
8	0694	KT#1.016640738j
9	0694	LN10#2,30258509299404563
10	0694	TYPE
ĪĪ	0694	VECT=ARRAY(.18.) OF REALS
ĨŽ	0694	VECTEUR=ARRAY(.1FIN.) OF REALS
13	0694	SPECHARRAY(.12.115.) OF REALS
14	0694	VAR
15	0694	VARIABIVECTI
16	0608	VECT1.VECT2.RES1.RES2.RES3.RES4.VECTEURI
17	2058	TaJaLaNaKaMaPOSIAPASAPAGARAVASIINTEGERA
- i i	2686	CNOB CNO SIGMASSIGMAZSTAXISSIR REALS
iã	2008	DF1 PE2 PE3IREALI
2ñ	20E0	
21	2CE0	/ <u>* </u>
55	2050	
21	20F0 A	FUNCTION FREQ(X.BTIREALIKIINTEGER)IREALI
2.	0050	(ACALCUL DE LA FONCTION A INTEGRER*)
22	0050	VAD V.SIDFALI
26		REGIN
27		TE XEO THEN EDEGIES
28	0035 1-	ELSE BEGIN VIEZA(COS(DIZAXAK))ASIN(DIZAX/2)/(DIZAX/2))
20	0108	
30	0166	IF ABS(S) DTO THEN
11	0190	TE V/(BT/2) THEN EPEGIEV
32		FISE EPEOLEO
ĬĨ	0105	$\mathbf{F}_{i} \in \mathbf{F}_{i} $
34	0276 -1	EUCLIPHENT FULL FULL FULL FULL FULL FULL FULL FUL
Ĩ	0276 -0 4	
74	0296	
37	0290	
	0296	
10		FUNCTION ROM(RT.RS.BIIREALIKIINTEGER)IREALI
ĂĂ		(ACALCUL DE LA REPONSE DU CANALA)
Ā		IARFI SI
- 35		
Ă Ĩ	0064	
	0078	T. J. DI INTEGEDI
46		REGIN
	0010	P(.1.1.) I = H±/FRF0(RT.RT.K) + FPF0(RS.RT.K))/21
Åå		
80	0055	
51	0055	
62		1 1 201
RI	0116	\mathcal{F} (D)
K.A.	0164 2-	
		1 = 1
55	0150 -2	
57	0212	R(,2,1,) I H(R(,1,1,1,) + H+L)/2 I
K.e		
~~		INVALE IN TAA

A4.14

59	0286 2#	BEGIN
60	0286	R(#2#j#)\$#R(#2#j#1#)#(4##(j#1))#R(#1#j#1#)# P/-2=1=)\$#P/-2=1=)/(A##(j#1)#1)#
62	0370 -2	ENDS
63	0392	HI#H/23 For // To To Do D/ 1// 2// 2// 2// 2//
04 66	038A ##	TUR JI#1 TO I DU R(#19J#)I#R(#64J#)I TE R(_2+1_)#0 THEN GOTO 51
66	047A -1	UNTIL (ABS((R(+2+1+)+R(+2+1+1+))/R(+2+1+))#1E+12) OR (1=15);
67	0518	51ROM1=R(+2+1+)5
08 69	053C #0 A	
70	056C	(#neqp====================================
71	0560	
73	0054 PH A	PUNCTIUN REPEDITREALISETTTEGERITREALIS
74	0054	ISINTEGERS
75	0058	SIREAL
77	0000 0m A	Sta01
78	002E	FOR 11#0 TO 12 DO S1#S+ROM(BT+1+1+1+K)1
79	00E2	REPI#SI
81	0114 PP	
82	0114	
83	0114	
85		
86	0114 A	FUNCTION HERMITE(XIREALIZIVECTEUR)IREALI
87	0690 ==	VAR INTEGER 1
89	0694 ==	ARGITRANSIAIBIREALI
90 /	0688	VIVECTEURI
91	0000 0# A	BEGIN ADGIE(1/SOPT(DI2/2))*EXD(-Y*X)*
93		V(ala) ##X##3\$
94	00A2 ++	V(22) }##(X##A)#(8*(X##3)=12#X)/241
95	0132 = -	JI#21 TDANSIEV(_1_)*7(_1_)*V(_2_)*7(_2_)*
97	0172 14	REPEAT
98	0170	山市市山中主事。 A 2 2 4 4 1 - 2 3 4 4 1 - 2 3 4 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
100	0232	B\$=V(_Jm2_)/(Z+X+X/)/+V(_Jm1_) B\$=V(_Jm2_)/(Jm1)}
101	0240	V(,J,)I=(2+(X++4)/(J+(2+J+1)))+(A=B)I
102	0344	$TRANSI = TRANS + V(_{a}J_{a}) + Z(_{a}J_{a}) = 1$
104	0410 -	WERMITE # TRANSFARGS
105	043E	WRITE(1 1sJ\$3)\$
106	046E +0 A	END
108	0484 **	(* ***********************************
109	0484 ==	
110	0484 A	PROCEDURE MOMINE VIVECTEURIXIVECTII (*Doud Calculer Les Moments & Darte de Fchantilions.*)
112	0088	VAR
113	0088	ZIARRAY(.0.,255,) OF REALI
114	0888 ==	I & J & K FL F I NTEGER B REGIN
116	0012	FOR 11#0 TO 3 DO

1

A4.15

```
117
    · 002E 1.
                    BEGIN
                         FOR JI=0 TO 3 DO
118
      002E --
119
      004A 2-
                         BEGIN
                             FOR KISO TO 3 DO
120
      004A --
121
      0066 3+
                             BEGIN
                                 FOR LI#0 TO 3 DO
122
      0066 --
                                 BEGIN
123
      0082 4-
                                   Z(.1*64+J*16+K*4+L.)**SOR(((2*I=3)*X(.1.)+(2*J=3)*X(.2.)
124
      0082 --
                                   +(2*K=3)*X(.3.)+(2*L=3)*X(.4.)));
125
      00FC --
126
      0188 -4
                                 END
                             ENDI
127
      01CC #2
                          END
128
129
      01EE =1
                    ENDI
130
      0210 ---
                    V(.1.) ##0#
                    FOR 11=0 TO 255 DO V(.1.) =V(.1.)+Z(.1.)
131
      022A --
132
      0244 --
                    FOR JI#2 TO FIN DO
133
      0202 1-
                     BEGIN
134
      0202 --
                             V(.J.):=01
                             FOR 1140 TO 255 DO
135
      02 ---
136
                             BEGIN
      030F 2-
                             IP (LN(Z(.I.))/LN10)+J > =70 THEN
137
      030E ---
                                 V(,J,)===V(,J,)+Z(,I,)++J=
138
      036A --
                             ENDI
139
      03E0 #2
                     ENDI
140
      0402 =1
                     FOR II=1 TO FIN DO V(.I.) =V(.I.)/2561
141
      0424 ---
142
      04C0 -0 A
                 ENDI
      0474 ....
143
                  144
      04F4 --
145
      04F4 ---
      04F4 -- A
                  PROCEDURE MOM36(VAR VIVECTEURIXIVECT)I
146
                  (*POUR CALCULER LES MOMENTS A PARTIR DE 4 ECHANTILLONS.*)
147
      0088 ---
148
      0088 **
                  VAR
                     ZIARRAY(.0..1295.) OF REALS
149
      0088 ---
                     I.J.K.LIINTEGER!
150
      2908 ---
151
      0000 0- A
                  BEG1N
                     FOR 11=0 TO 5 DO
152
      0012 --
153
      003A 1.
                     BEGIN
                         FOR J##0 TO 5 DO
154
      003A --
155
                         BEGIN
      0062 2-
                             FOR K1=0 TO 5 DO
156
      0062 ---
                             BEGIN
157
      008A 3.
                                 FOR LING 10 5 00
158
      008A ---
                                 BEGIN
159
      00B2 4-
                                   Z(.I#216+J#36+K#6+L.)##SQR((((2*I#5)#X(.I.)+(2#J#5)#X(.2.)
      0082 --
160
161
      0150 **
                                   +(2*K#5)*X(_3_)+{2*L#5)*X(_4_))};
      01E8 -4
                                 END
162
                             END
163
      0210 =3
                          ENDI
164
      0250 = 2
      0284 .1
                     ENDI
165
166
      0288 ---
                     V(.1.) =0 =
                     FOR 11=0 TO 1295 DO V(.1.) =V(.1.)+Z(.1.)
167
      0202 ---
                    FOR JIN2 TO FIN DO
168
      0370 --
169
      039A 1#
                     BEGIN
                             V(.J.):#0;
170
      039A --
                             FOR 11=0 TO 1295 DO
171
      0300 --
                             BEGIN
172
      03F8 2+
      03F8 mm
                             IF (LN(Z(.I.))/LN10)+J > +70 THEN
173
174
      0460 ---
                                 V(_J_)$=V(_J_)+Z(_I_)*+J$
```

.16

44

```
END
175
     04EE -#2
     0522 -1
                   END
176
                   FOR II=1 TO FIN DO V(.I.)=V(.I.)/12961
177
     0556 --
                ENDI
     061C =0 A
178
179
     0658 --
                 0658 --
180
181
     0658 --
                PROCEDURE MOM64(VAR VIVECTEURIX1.X21REAL);
182
     0658 --
             - A
                (*POUR CALCULER LES MOMENTS NORMALISES A PARTIR
183
     0058 ---
                  DE DEUX ECHANTILLONS. *)
184
     0058 ##
     0058 ---
                VAR
185
      0058 ...
                   I.J.INTEGER .
186
                   ZIARRAY(.0..63.) UF REALS
187
      0060 ==
                BEGIN
188
     0000 0# A
189
     0012 --
                   FOR 11=0 TO 7 DO
190
     002E 1#
                  BEGIN
                       FOR JI=0 TO 7 DO
191
      002E ==
19Ž
     004A 2.
                       BEGIN
                          Z(+8+1+J+)==SQR(((2+1=7)=X1+(2+J=7)=X2))=
193
      004A ##
                       END
194
     0000 -2
195
     0072 #1
                   ENDI
                   FOR JIE1 TO FIN DO
     0114 --
196
                   BEGIN
197
      0132 1.
                       V(+J+)1=01
FOR 11=0 TO 63 DO
198
      0132 --
ĩ99
      0162 ##
                       REGIN
200
      017E 2=
                           IF (LN(Z(,I,))/LN10)*J > #70 THEN
      017E --
201
                               V(+J+) #=V(+J+)+2(+I+)**J#
202
      ÓÍDA #4
                        END
203
      0250 -2
                        V(.J.)##V(.J.)/641
204
      0272 --
                    END
205
      0208 -1
                 ENDI
206
      02F0 =0 A
207
      0318 --
                 208
      0318 **
209
      0318 --
                 PROCEDURE MOM4(VAR VIVECTEURIXIVECT):
210
      0318 - A
                 (*POUR CALCULER LES MOMENTS & PARTIR DE & ECHANTILLONS.*)
211
      0088 ---
212
                 VAR
      0088 #*
                   71ARRAY(.0..255.) OF REALS
213
      0088 --
                    I.J.K.L.M.N.P.GIINTEGERI
      0888 ---
214
215
      0000 0m A
                 BEGIN
                  FOR 1180 TO 1 DO
216
      0012 --
217
      002E 1-
                  BEGIN
                  FOR J =0 TO 1 DO
218
      002E ---
219
      004A 2#
                   BEGIN
                   FOR KI=0 TO 1 DO
220
      004A ---
221
      0066 3#
                    BEGIN
                    FOR LISO TO 1 DO
222
      0066 --
223
      0082 4=
                    BEGIN
                    FOR MIRO TO 1 DO
      0082 ---
224
225
      009E 5#
                    BEGIN
                     FOR N1#0 TO 1 DO
226
      009E ---
227
      00BA 6.
                     BEGIN
      0084 ....
                     FOR PITO 1 DO
228
      0006 7-
229
                      BEGIN
                      FOR Q1=0 TO 1 DO
230
      0006 **
                       BEGIN
231
      00F2 8+
```

Z(,I#128+J#64+K#32+L#16+M#8+N#4+P#2+Q,)##

A4.17

232

00F2 ==

233	0104 ==	342411223333421223342122334212233421424344414444553
234	0184	
235	023A ==	+{ Z=N#1}=X(*D*)+{ Z=D#1}=X(*)*)+(Z=0#1)=X(*D*)//*
236	02F8 #8	ENDI
237	031A =7	ENDI
238	0336 +6	END
239	035É +5	END
240	0380 =4	END
241	03A2 -3	
242	0364 -2	ENDS
243	03F6 -1	FND 1
244		
246	0422	FOR TIEN TO 255 DO V(.1.) IEV(.1.)+7(.T.) \$
246		
27/	U4DA IM	DEGIN
248		
244	042A	
320	0506 2-	
251	0506 ==	IF (LNIZ(EIGT) /LNIU) FU P VU THEN
525	0562 ##	
253	0508 m2	ENDI
254	05FA =1	
255	0610 ==	FOR II#1 TO FIN DO V(#I#)##V(#I#)/256%
256	0688 =0 A	ENDI
257	0678	
258	06F8 ••	
259	0678	•
260	06F8 A	FUNCTION COMB(XIREALIK.NIINTEGER)IREALI
261	0058	(*POUR CALCULER LES COMBINAISONS "K PARMI N" ++)
262	0058	
243	0058	T I I NYEGER I
264	0000 0- 4	RPGIN
366		EOP TIEN DOWNTO KAI DO
266		AFGIN
267		
26.0		
260	0070 41	
407	0088	
270	UDCA UU A	
271	0028 **	
272	0028	(**************************************
273	00E8 **	
274	00E8 ** A	PRUCEDURE UNIUN (VAH X 1 V 1 Z I VECTEUR / 1
275	0046 ##	(#POUR COMBINER DEUX MOMENTS:*)
276	0040 ==	
277	0040	I.J.IINTEGERI
278	0054	B • C I REAL I
279	00000 = A	BEGIN
280	0012	FOR II=1 TO FIN DO Z(aIa)==X(aIa)+Y(aIa)=
281	0002	FOR II=2 TO FIN DO
282	00E0 1-	BEGIN
283	00E0	9 f = 3 f
281	00F8 2-	REPEAT
284	00F8	IF (X(aJa) (>0) AND (Y(aImJa) (>0) THEN
294	0189 1-	aegin
	A188	
200		
NO.A	0230	1 - (UTU)/UN1UM/U FEG
X 40	0200	Z l s i s j i m Z l s j m Z V l D m V j s

A4.18

U .

•
4
\checkmark

291	0200		ENDI
202	0200		14141
563	0256	-2	
204	0200	11	
205	0300	2	
670	UJEE	=0	A ENDI
290	0340		
297	0340	-	
539	0340		
299	034C	-	A FUNCTION ERFC (VAR AIREAL) IREALS
300	004C		(*CALCUL DE LA PONCTION D'ERREUR CUMPLEMENTAIRE PAR LA METHODE
301	004C	-	DE GAUSS D'URDRE 20#)
302	004C		
303	004C		TYPE
304	004C		GAUSS#ARRAY(.1
305	004Č		VAR
306	0040		T.WIGAUSSI
307	OOFO		
108	0110		T 1 TNTEGER 1
100	XIIX	==	
110			R EUNOWTON EIVAR YORAL SIDEALS
217			
311	0040		CON31 MI-0114132603030131
214	0000	Ú.	
515	0019	* -	F1=(2/SURT())+EXP(#X+X/4
314	0072	• 0	B ENDI
215	0094		
316	0000	0=	A BEGIN
317	0018	10 4	T(+1+)#=0+0765265211334979W(+1+)#=0+1527533671307254
318	0028		T(,2,) = 0, 227785851141645 W(,2,) = 0, 149172986472603
319	0038		T(,3,);=0,373706088715419;W(,3,);=0,142096109318382;
320	0048	-	T(+4+)#=0+510867001950827#W(+4+)#=0+131688638449176#
321	0058		T(,5,)##0,636053680726515#W(,5,)##0,118194531961518#
322	0068	-	T(,6,)##0,746331906460150W(,6,)##0,101930119817240
323	0078	-	Ť(,Ţ,)↓#0,839116971822218↓W(,Ţ,)↓#0,083276741576704↓
324	0088	-	Ť(,8,)##0,9122344282513251W(,8,)1#0,0626720483341091
325	0098	-	T(_9_) =0.9639719272779131W(_9_) =0.0406014298003861
326	0048		t(.10.)↓#0.9931285991850943W(.10.)↓#0.017614007139152↓
327	0088		IF ABS(X)>12 THEN RIDO ELSE
328	0100	1.	BÉGIN
329	0100		At=(13=ABS(X))/21
330	0144		BI#(13+ABS(X))/21
331	0188	-	
332	0195		FOR THEL TO 10 DO
111		2-	BEGIN
11.	0180	57	
116	0100		
335	0200		
225	0232	# <	
337	0274	-	
330	0545	% #	
339	0292	* •	
340	0206		
341	0328	# 2	ENDI
342	034A	-	END
343	034A	-	IF X40 THEN ERFCI#2wA*R ELSE ERFCI#A#R3
344	0302	# 0	A ENDI
345	0494	-	
346	0494	-	(*************************************
347	0494		
348	0494	-	A PROCEDURE MOMBS(VAR VIVECTEURISIRIREAL)

349	0050	(*POUR CALCULER LES MOMENTS NORMALISES DIUN
350	0050	BROUILLEUR SINUSOIDAL, *)
351	0050	VAR
352	0050	IIINTEGERI
353	0054	
324	$\mathbf{A} = 0 0 0 0 0$	
355	0012	
357	0006 ==	ARGI-ARG-ET(300(270)-1//3) V(.) 120-524061
358	00F0 ==	FOR ILEZ TO FIN DO
359	010E 1-	BEGIN
360	010E	IF V(.I=1.)<>0 THEN
361	0152 2+	BEGIN
362	0152	SI#LN(V(eI=1e))+LN(ARG*(2*I=1)/(2*I))*
303	0164	IF S/LN10>=70 THEN V(+I+) THEXP(S) F
304		
365	0266 -0 4	ENDI
367	0208	
368	0298	{ *
369	0298	
370	0000 0-	BEGIN
371	003A ++	CNOB14181
372	0058 ==	WRITELN(* FILTRE BUTTERWORTH ORDRE 57)\$
373	0076 **	WRITELNI WDITELNI
375		WEITELNY BROULLEOR SINGGUDAL //
376	0088	
377	00E0 1+	BEGIN
378	00E0	BTI=1,05+0,03+QI
379	0100	WRITELN(1 BT#1,871512);
380	0150 +-	WRITELNIWRITELNI
381	0108	X1 # ABS (REP(BT+0)) #
302	0194	POR NITZ TU Z DU Protin
384		WE THE NOT MODULATION DAMESSOR(2+N)13)1
385	0200	WRITELNIWRITELNI
386	0224 3-	CASE N OF
387	0232 4=	18 BEGIN
388	0232	FOR II=1 TO 8 DO VARIAB(,I,) HEREP(BT+I)/X18
389	02F0 ==	MOM4(VECT1+VARIAB)
390	0304 ==	UNIUN(VECTIONESI) O
391	0320 #4	ENDS
393	0324	FOR ITEL TO 4 DO VARIAB(,I,) HEREP(BT+2+1)/X11
394	0350	MOM16 (RES1+VARIAB) 1
395	0404	FOR I1=1 TO 4 DO VARIAB(.I.);=REP(BT:2*I=1)/X11
396	04CE	MOM16(RES2+VARIAB);
397	04E2	UNION (RESI RES2 VECTI) I
398	0504	UNION(VECTIORESI);
244	0520 +4	ENU \$ B: DEGIN
401	UDEA 48 0824	FOD TIMI TO A DO VADIAR(.T.)IMDED/RT.24TI/VII
402	05F0	MOM36(RES1+VARIAB)
403	0604	FOR [1=1 TO 4 DO VARIAB(.[.)=REP(BT.2*I=1)/X1]
404	06CE	MOMJ6(RES2,VARIAB)
405	06E2	UNION(RES1.RES2.VECT1)1
406	0704	UNION(VECT1.VECT1.RES1);

A4.20

2	
•	
4	
×	

407	0726 -4	END
408	0724 4-	41 BEGIN
409	072A	FOR II#1 TO B DO VARIAB(#I#)I#REP(BT#I)/X14
410	07E8	MDM64(RES1.VARIAB(.1.).VARIAB(.8.))
411	081A	MOM64(RES2;VARIAB(;2;);VARIAB(;7;));
A12	0840	UNION(RES1.RES2.VECT1):
413	086E ==	MOM64(RES1,VARIAB(,3,)+VARIAB(,6,));
414	08A0	MOM64(RES2+VARIAB(,4,)+VARIAB(,5,))\$
415	08D2	UNION(RES1+RES2+VEČTŽ)I
416	08F4	UNION(VECT1+VECT2+RES3)
417	0914	ÚNION (RESJORESJ) I
418	0932 #4	END
419	0932 -3	ENDI
420	095E	FOR LIEO TO 0 DO
421	0986 3-	BEGIN
A22	0986	SIR1=20+2+L1
423	0988	WRITELN(1 SIR#1.SIR+511,1 DB1)1
424	DADE	WRITELNS
425	OAIA ==	MOMBS(RES2+SIR)
A26		UNION (RESINRES2 VECT1) \$
427	0462	FDR J ##0 TO 12 DO
A2A	0484 4=	BEGIN
129	OABA	CNDI=J+CNDB
430	OACA	WRITE(\$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$
A31	0814	SIGMAI=X1+SQRT(3+(10++(CN0/10))/(2+(SQR(2+N)+1)+BT+KT))
Å32	OBF6	SIGMA21=(SIGMA/X1)+SQRT(BT+KT)1
Ă33	OCAF	PE11=(2=1/N)+0,5+ERFC(SIGMA2)1
A3A	0008	WRITE(1 PÉ1=1.PE1+9)}
A35	0004	DE21=(2-1/N)+(0.5+ERFC(SIGMA)+HERMITE(SIGMA+RES1))}
436	0066	WRITE(1 TERMES PE2=1+PE219)1
437	0F02 ==	DE31=(2+1/N)*(0.5*ERFC(SIGMA)+HERMITE(SIGMA,VECT1))1
434	OFCA	WRITELN(1 TERMES PEJEI+PEJI)
4.10	0506 -4	ENDI
A A O	0534	WDITFINE
AAY .	0546 -1	
		WDITELNI
	0586 -2	FND1
777		

/

•

•0 51 END.

PROGRAMME QAMFM

Calcule la probabilité d'erreur moyenne à la sortie d'un récepteur QAM avec ou sans IIS en présence d'une interférence FM. L'interférence FM considérée ici s'appuie sur l'hypothèse de quasi-stationnarité qui implique que le signal de modulation FM et à très basse fréquence (modulation à largeur de bande étroite). Le canal est modélisé pour les besoins du calcul de l'IIS par un filtre Butterworth d'ordre 5 et d'une "pulse" de transmission rectangulaire. Pour le calcul de l'interférence FM, on considère toutefois que le filtre de réception est idéal pour les raisons mentionnées dans le rapport. Le calcul des moments IIS est réalisé comme précédemment par une méthode directe modifiée.

Lignes

1-367 Voir QAMBS

- 371-418 comme précédemment, on calcule les échantillons du canal et les moments IIS d'ordre 2 à 2K (K = FIN). Les moments IIS sont dans RES1.
 - 423 on calcule les moments de l'interférence FM considérée constante par l'hypothèse de quasi-stationnarité. Le résultat est dans RES2.
 - 424 on combine les moments IIS avec les moments FM. Le résultat est dans VECT1.

431 on calcule P_e sans IIS et sans interférence PEL

- 433 on calcule P_s sans IIS avec interférence sinusoïdale constante PE2
- 435 on calcule P_a avec IIS et interférence PE3
- 437 on calcule P_e avec IIS mais sans interférence PE4

- X : écart de fréquence entre les porteuses QAM et FM normalisé à
 B/2 la fréquence de coupure du filtre de réception.
- Y : déviation de fréquence RMS normalisée à B/2 (écart type du signal de modulation FM de type gaussien)
- 451 on calcule P_a avec IIS pondéré avec P_k PE5
- 452 on calcule P_e sans IIS pondéré par P_k PE6

...
```
0680 ---
 1
                2
     0680 --
                PROGRAM GAMEM(GUTPUT):
     0694 ...
 3
                LABEL 51
 4
     0694 --
                CONST
 5
     0694 --
                     7551
 6
     0694 ---
                   FIN#2001
 7
     0694 --
                   P12#6+28318530717958621
 8
     0694 ---
                    KT=1.0166407385
 9
     0694 --
                   LN10#2.30258509299404561
                TYPË
10
     0694 ---
     0694 --
11
                   VECTEARRAY(.1.8.) OF REALS
12
     0694 --
                   VECTEUR#ARRAY( 1. FIN. ) OF REALT
                    SPEC#ARRAY(+1++2+1++15+) OF REALS
13
     0694 ---
14
     0694 --
                VAR
15
     0694 ....
                   VARIABIVECTI
     0608 --
16
                   VECT1.VECT2.RES1.RES2.RES3.RES4.VECTEURI
17
     2058 --
                   I.J.L.N.K.M.POSI.PAS.P.G.R.V.STINTEGERI
     2080 --
                   CNOB, CNU, SIGMA, SIGMA2, BT, X1, SIRIREALE
18
19
     2008 ---
                    A.B.X.PEJ.Y.PK.PEZ.PEJ.PE4.PE5.PE6IREAL
20
     2020 --
2i
     2020 --
                22
     2020 --
23
                FUNCTION FREQ(X, BT; REAL &K; INTEGER) ; REAL &
     2020 -- A
24
     005C --
                (*CALCUL DE LA FONCTION A INTEGRER*)
25
                VAR Y,SIREALI
     0050 ---
26
     0000 0- A
                BEGIN
                    IF X=0 THEN FREQ:#2
27
     0018 --
28
     003E 1=
                           ELSE BEGIN Y:=2*(COS(PI2*X*K))*SIN(PI2*X/2)/(PI2*X/2)*
29
     0108 --
                                   S##2#Z#LN(2#X/8T);
30
     0166 ---
                                   IF ABS(S)>70 THEN
31
     0190 --
                                         IF X4(BT/2) THEN FREQIEY
32
     0108 --
                                                 ELSE FREQIEO
33
     01DE --
                                         ELSE FREQ: #Y/SQRT(1+(2#X/BT) ##(2#Z));
34
     0276 -1
                                END
35
     0276 =0 A
                ENDI
36
     0290 --
37
     0290 --
                38
     0290 ---
                FUNCTION ROM(BT.BS.BI:REALIK:INTEGER) :REALS
39
     0290 ---
             Δ
40
                (*CALCUL DE LA REPONSE DU CANAL*)
     0064 --
                LABEL 51
     0064 ----
41
42
     0064 --
                VAR
43
     0064 --
                    H.LIREAL!
44
     0078 ---
                    I.J.P.INTEGERS
45
     0084 --
                    RISPECI
46
     0000 0 = A
                BEGIN
                    HI=BS+BII
47
     0018 --
                    R(.1.1.) ##H#(FREQ(BI,BT.K)+FREQ(BS,BT.K))/21
48
    003A ==
49
     00E6 --
                    11=14
50
     008E 1-
                    REPEAT
51
     00EE --
                    11#1+13
52
     0100 --
                              L:=0;
53
                              FOR P==1 TO 2*+(I=2) DO
     0115 ---
54
     0154 2-
                                   BEGIN
55
     0154 ---
                                   LI#L+FREQ(BI+((2*P+1)*H/2),BT,K);
56
     01F0 =2
                                   ENDI
                              R(.2+1+) = (R(.1+1+)+H+L)/25
57
     0212 --
58
                              FOR JIN2 TO I DO
     025A --
```

24

Y

59 BEGIN 0286 2-R(+2+J+)\$=R(+2+J+1+)*(4**(J+1))=R(+1+J+1+)\$ 0286 --60 H(+2+J+) ##R(+2+J+)/(4##(J+1)#1)# 61 030E --ENDS 62 0370 -2 H:=H/21 0392 --63 FOR JI=1 TO I CO R(.1.J.)=R(.2.J.); 64 038A ---TF R(.2+1.)=0 THEN GOTO 51 043E --65 UNTIL (ABS((P(+2+1+)=R(+2+1+1+))/R(+2+1+))41E=12) OR (1#15); 66 047A -1 5:ROM##R(.2.1.); 67 0518 --END 68 053C +0 A 69 056C --70 0560 --71 0560 --FUNCTION REP(BTIREALIKIINTEGER) #REALS 72 056C -- A 73 0054 --VAR 7. 0054 --TIINTEGERI 75 SIREAL 0058 --76 0000 0= A BEGIN 77 0018 --51#01 FOR 14=0 TO 12 DO SI=S+ROM(BT+1+1+1+K); 78 002E --79 00E2 --REDISS ENDI 00F4 -0 A 80 81 0114 == 82 0114 --83 0114 --84 0114 --85 0114 --FUNCTION HERMITE (XIREALIZIVECTEUR) IREALI 0114 -- A 86 87 0690 --VAR **JIINTEGERI** 0690 --88 ANG. TRANS. A. BIREALI 89 0694 --90 0688 --VIVECTEURI BEGIN 91 0000 0 = AARG:=(1/SQRT(P12/2))+EXP(+X*X); 92 0018 --V(.1.):=X=X=31 93 0082 --V(2.) = (X + + 4) + (8 + (X + + 3) - 12 + X) / 24 = 94 00A2 --95 0132 --J1#21 TRANS\$=V(.1.)+Z(.1.)+V(.2.)+Z(.2.)\$ 96 013A --REPEAT 97 017C 1-98 0170 ---J##J+1# A=(1+((4+J=5)/(2+x+x)))+V(,J=1,); . 99 018E ---B1=V(+J=2+)*(J=2)/(J=1)5 100 0232 --V(*?*)*#(5*(X***)\(?*?*?*)*)*(V=B)* 101 02A0 ---TRANS==TRANS+V(, J,)=Z(, J,)= 0344 ---102 UNTIL (ABS(V(,J,)+Z(,J,)/TRANS)41E+5) OR (J=FIN); 103 039A -1 HERMITE #TRANS#ARGE , 104 041C --WRITE(/ 1.J13)1 105 043E ---046E =0 A ENDI 106 107 0484 --108 0484 --109 0484 ---110 0484 --PROCEDURE MOMIG(VAR VIVECTEURIXIVECT) 111 0484 -- A (*POUR CALCULER LES MOMENTS & PARTIR DE 4 ECHANTILLONS.*) 115 0088 ** 113 0088 --VAR ZIARRAY(+0++255+) OF REALS 114 0088 --I.J.K.LIINFEGERI 115 0888 --BEGIN 116 0000 0 = A

5

0

A4

```
117
      0012 --
                     FOR 1:=0 TO 3 DU
118
      002E 1-
                     BEGIN
                         FUR J1=0 TO 3 DO
119
      002E ---
                         HEGIN
120
      004A 2-
                             FOR K:=0 TO 3 DO
121
      004A ---
                             BEGIN
122
      0066 3-
      0066 ---
123
                                  FOR LIFO TO 3 DU
124
      0082 4-
                                  BEGIN
125
      0082 ---
                                    Z( .I*64+J*16+K*4+L .) I=SQR((((2*I=3)*X( .1 .)+(2*J=3)*X( .2 .)
                     1
      00FC ---
126
                                    +(2*K+3)*X(.3.)+(2*L+3)*X(.4.)));
127
      0188 -4
                                  END
                             ENDI
128
      01AA -3
129
      01CC -2
                          ENDI
130
      01EE -1
                     ENDI
                     V(.1.)=05
131
      -- 0120
132
                     FOR 11=0 TO 255 DO V(+1+)1=V(+1+)+Z(+1+)4
      022A --
133
      0244 --
                     FOR JI=2 TO FIN DO
      0202 1-
134
                     BEGIN
                             V(.J.):=0;
135
      0202 --
136
      02F2 --
                             FUR 1:=0 TO 255 DO
                             BEGIN
137
      030E 2+
138
      030E --
                             IF (LN(Z(.I.))/LN10)*J > -70 THEN
139
                                  · V ( . J . ) ##V ( . J . ) +Z ( . I . ) *#J #
      036A ---
                             ENDE
      03E0 -2
140
      0402 -1
141
                     ENDI
                     FOR I =1 TO FIN DO V(.I.) =V(.I.)/2561
142
      0424 --
143
      04C0 =0 A
                  END
144
      04F4 ---
145
      04F4 --
                  04F4 ---
146
                  PROCEDURE MOM36(VAR VIVECTEURIXIVECT)
147
      04F4 - A
                  (*POUR CALCULER LES MOMENTS A PARTIR DE 4 ECHANTILLONS.*)
148
      0088 --
149
      0088 --
                  VAR
150
                     ZIARRAY(.0..1295.) OF REALS
      0088 ---
151
      2908 --
                     t, J, K, LIINTEGERI
152
                  BEGIN
      0000 0 - 4
                     FOR 11=0 TO 5 DU
153
      0012 --
154
      003A 1-
                     BEGIN
                         FUR J1=0 TO 5 DO
155
      0034 --
156
      0062 2-
                         BEGIN
157
      0062 ---
                             FOR K1=0 TO 5 DO
                             BEGIN
158
      008A 3-
                                  FUR LIFO TO 5 DO
159
      -- A800
160
                                  BEGIN
      0082 4-
                                    Z(.I*216+J*36+K*6+L.);#SQR(((2*I*5)*X(.1.)+(2*J*5)*X(.2.)
      0082 --
161
162
                                    +(2+K-5)+X(.3.)+(2+L-5)+X(.4.)));
      0150 ---
163
      01E8 -4
                                  ENDI
                             ENDI
164
      0210 -3
165
      0250 -2
                          END
                                                                     ٠
166
      0284 -1
                     ENDI
                     V(.].):=0:
167
      0288 --
168
      0202 --
                     FOR IIMO TO 1295 DU V(.1.)I=V(.1.)+Z(.I.)
                     FOR JI#2 TO FIN DO
169
      0370 ---
170
      039A 1+
                     BEGIN
                             10#1(.J.)1#01
171
      0394 --
172
                             FOR 11=0 TO 1295 DO
      0300 --
173
      03F8 2-
                             BEGIN
174
      03F8 --
                             IF (LN(Z(.I.))/LN10)*J > +70 THEN
```

26

A4

```
175
                               FU++(.J.)/F(.U.)/#F(.U.)/
      0460 --
                           END $
176
      04EE -2
177
      0522 -1
                   ENDI
                   FOR 11=1 TO FIN DU V(.I.) = V(.I.)/12961
178
      0556 --
179
                ENDI
      061C -0 A
180
      0658 --
                 181
      0658 --
182
      0658 ---
183
      0658 -- A
                PROCEDURE MOM64(VAR VIVECTEURIX1,X21REAL);
184
      0058 --
                 (*POUP CALCULER LES MOMENTS NORMALISES A PARTIR
185
      0058 --
                  DE DEUX ECHANTILLONS, *)
186
      0058 --
                VAR
                   I.J.INTEGERI
187
      0058 --
188
                   ZIARRAY(.0.,63.) OF REALT
      0060 ---
189
      0000 = A
                BEGIN
                   FOR 11=0 TO 7 DO
190
      0012 --
191
      002E 1-
                   BEGIN
192
      002E --
                       FOR J ##0 TO 7 DU
193
      004A 2-
                       BEGIN
                           Z(.8*I+J.)*=SQR(((2*I=7)*X1+(2*J=7)*X2))
194
      004A ---
195
                       END
      00D0 -2
196
      00F2 -1
                   EDIAE
                   FOR JITI TO FIN DO
197
      0114 --
198
      0132 1-
                   BEGIN
199
      0132 --
                       V(.J.)$#0;
200
      0162 ---
                       FOR 1 = 0 TO 63 DO
      017E 2-
                       BEGIN
201
                           IF (LN(Z(,I,))/LN10)+J > --70 THEN
V(,J,)**V(,J,)+Z(,I,)**J}
202
      017E ---
203
      01DA ==
                       ENDS
      0250 +2
204
      0272 ---
                       V(.J.) ##V(.J.)/643
205
206
      02CE -1
                   END
                ENDI
207
      02F0 =0 A
208
      0318 --
                 209
      0318 --
210
      0318 --
                PROCEDURE MOM4(VAR VIVECTEURIXIVECT)
211
      0318 - A
                (*POUR CALCULER LES MOMENTS A PARTIR DE 4 ECHANTILLONS.*)
212
      0088 --
213
      0088 ---
                VAR
                   71ARRAY(.0.,255.) OF REALS
214
      0088 ---
                   I.J.K.L.M.N.P.Q.INTEGERS
215
      0888 --
216
      0000 0- A
                BEGIN
                 FUR 11#0 TO 1 DO
217
      0012 --
218
      002E 1-
                 BEGIN
                  FOR JI#0 TO 1-00
219
      002E --
220
      004A 2-
                  BEGIN
                   FOR K1=0 TO 1 DO
221
      004A --
222
      0066 3-
                   BEGIN
                    FOR LI#0 TO 1 DD
223
      0066 ---
                                                         •
224
      0082 4-
                    BEGIN
                    FOR MINO TO 1 DD
225
      0082 --
226
      009E 5-
                    BEGIN
                     FOR NI#0 TO 1 DO
227
      009E --
228
      008A 6-
                     REGIN
229
      00BA --
                     FOR PIRO TO 1 DO
230
      0006 7-
                      BEGIN
                      FOR Q == 0 TO 1 DO
231
      0006 ---
      00F2 8-
                       BEGIN
232
```

.27

A4

233	0082	Z{_II#128+J#64+K#32+L#16+M#8+N#4+P#2+Q_}}##
234	0164	SOR(((2*j-1)*x(,1,)+(2*j-1)*x(,2,))
235	01A4	+(2*K+1)*X(*3*)+(2*L+1)*X(*4*)+(2*M+1)*X(*3*)
236	023A	+{2#N-1}#X(*6*)+{2#P-1}#X(*/*)+(E#QF1)#X(*0*///*
237	0268 =8	
238	031A =/	
240	0355 -5	FNDI
241	0380 -4	END
242	03A2 -3	ENDI
243	03C4 -2	END 5
244	03E6 = 1	END
245	0408	
245	0422	FUR 1140 TO 200 DO V(+1+)**V(+1+/*2(+1+/*
241		
240		V(_J_) 1201
250	04EA	#ÒŘĬÍ\$≡0`ŤΩ 255 D0
251	0506 2-	BEGIN
252	0506	IF (LN(Z(,I,))/LN10)*J_> = 70 THEN
253	0562	₹ L ≠ ≠ (a L +) V =) V = 2 +) V = 2 + (a L +) V = 2 +) V = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
254	0508 -2	ENDI
255	05FA =1	たりほう
250	0688 -0 A	
258	0658	
259	06F8	(*************************************
260	06F8	
261	06F8 == A	FUNCTION COMP(XIREALIKINIINTEGER)IREALI
262	0058	(*POUR CALCULER LES COMBINAISONS "K PARMI N"++/
263	0058	VAR
264	0000 ##	
266	0018 -	FOR ITAN DOWNTO K+1 DO
267	004C-1=	REGIN
268	004C	×さ年×キェノ(エード) き
269	0096 -1	END 8
270	0088	
271	00CA =0 A	END \$
273	00E8	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
274	0068	
275	00E8 A	PROCEDURE UNION(VAR X+Y+ZIVECTEUR)
276	004C =-	(*POUR COMBINER DEUX MOMENTS,*)
277	004C	VAR
278	004C	I S J I INTEGER S
279	0054 = -	
281	0012 - 1	$E \cap P = \{ 1 \neq 1 \} $ FIN DO Z(.I.) = $\{ 2 \times (1 + 1) \} $
282	0002 ==	FOR IT=2 TO FIN DO
283	00E0 1-	BEGIN
284	00E0	
285	00E8 2-	REPEAT TE (V()) JOON AND (V(TE1)JON) THEN
286	00E8	IF (X(+J+)CPU) AND (Y(+I=J+)SPU) INCH Realm
207	0188	BITIN(Y(, I)))
289	0108	CI=UN(CDMB(X(.J.),2*J,2*I));
290	0230	IF (B+C)/LN10a=70 THEN

291	0260	Z(,I,);#Z(,J,)+EXP(8+C);
292	0200 -3	ENDE
293	0200	
294	02E6 -2	UNTIL JAHIS
295	0300 -1	ENDS
296	A 0- S260	2ND 5
297	0.34C 🖛	
298	034C	. (####################################
299	034C	
300	034C A	FUNCTION ERFC(VAR XIREAL) IRFAL :
301	004C	(#CALCUL DE LA FONCTION D'ERREUR COMPLEMENTAIRE PAR LA METHODE
302	004C 	DE GAUSS D'ORDRE 20*)
303	004C ==	
304	004C	TYPE
305	004C	GAUSS#ARRAY(,1,,10,) OF REAL3
- 306	004C ==	
307	004C	T • W I GAUSSI
308	00F0 =-	A D D R D C R E AL S
309	0110	1 # INTEGER 4
310	0114 ==	
211	0114 == B	FUNCTION F (VAR XIREAL) IREALI
212	0040 ==	C0421 b1=2*14123502288131
313	0000 0= 8	BEGIN
314	0018	FIRE (Z/SURI(FI))+EXP(#X+X))
313	00/2 =0 8	END
310		85/11
317	0000 0 = A	DEUIN
110	0010	1 () 1 / / × 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 1 / 0 / 7 / 1 / () 1 / / × 0 / 0 / 1 / 0 / 0 / 0 / 0 / / 0 / / 0 / / 0 / / 0 / / 0
320	10038	T (3) 130 , 37 3706 0887 154 19 W (3 ,) 130 , 1429 10 0 3 83821
321	0048	T (4) 1 = 0 = 5 1 0 + 6 0 + 1 = 5 0 + 2 = 5 + 1 = 0 + 1 = 0 + 1 = 1 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0
322	0058	T(.5.) 1 = 0.6360536807265151W(.5.) 1 = 0.1181945319615181
323	0068	T(-6-) I#0.7453319064601501w(-6-) I#0-1019301198172401
324	0078	T(.7.) I=0.8391169718222181W(.7.) I=0.0832767415767041
325	0088	T(.8.) = 0.912234428251325 iw(.8.) = 0.062672048334109 i
326	0098	t(.9.)+=0.963971927277913+#(.9.)+=0.040601429800386+
327	00A8	Ť(,10,) ^I #0,9931285991850948W(,10,) ^I #0,0176140071391528
328	00B8	IF ABS(X)>12 THEN RIAO ELSE
329	0100 1-	BEGIN
330	0100	A1#(13=ABS(X))/21
331	0144	BI#(13+ABS(X))/21
332	0188	R # # 0 \$
333	019E ==	FOR INT TO 10 DD
334	01BC 2-	BEGIN
335	01BC ==	
336	0200	RIAR+W(.I.)*F(C):
337	0252 -2	END
338	0274 ==	FOR IIII TO 10 DD
339	0292 2-	BEGIN
340	0292	$\begin{array}{c} \mathbf{C} \bullet \mathbf{H} \mathbf{D} = \mathbf{A} \bullet \mathbf{T} \cdot \mathbf{C} \bullet \mathbf{I} \bullet \mathbf{I} \bullet \mathbf{J} \bullet \mathbf{I} \bullet \mathbf{I}$
341	0206	Komptwicely14tic)3
342	0328 -2	
343	UJ4A =1	CRUI Te van Then Coecings_ind eige Edecinaandi
344	0302 -0 4	IT AND THEN GREGIEGRARK ELDE ERFLIMMART
345		
347	0494	
348	0494	·
040	~~~~	

· ·

349 0494 - A PROCEDURE MOMBS(VAR VIVECTEURISIRIREAL); (APOUR CALCULER LES MOMENTS NORMALISES DIUN 350 0050 --351 BROUILLEUR SINUSUIDAL. #) 0050 --352 0050 --VAR 353 I I INTEGER I 0050 ---354 0054 --ARG SIREALS 355 0000 - ABEGIN ARGI#10#*(#SIR/10); 356 0012 ---357 0064 --ARG‡#ARG*2*(SQR(2*N)=1)/3; 358 0006 --**ソ(_1_) ホ = U_5 * ARG 5** 00F0 ---FOR IT=2 TO FIN DO 359 360 010E 1-BEGIN IF V(.I=1.)<>0 THEN 361 010E --362 0152 2-BEGIN 363 0152 ---SI=LN(V(.I=1.))+LN(ARG*(2*I=1)/(2*I)); 364 IF S/LN103=70 THEN V(.I.) == EXP(S) = 01E4 --365 0244 -2 END ENDI 366 0244 -1 END 367 0266 -0 A 368 0298 --369. 0298 ---370 0298 --* 371 BEGIN 0000 0-CN081#181 372 0034 --WRITELN(FILTRE BUTTERWORTH ORDRE 51)1 373 0058 374 WRITELN 0076 --WRITELN(* BROUILLEUR FM+)& 375 0082 --WRITELNIWRITELNI 376 0040 --FOR 91#0 TO 0 DD 377 0088 --378 00E0 1-BEGIN 379 HT1#1.05+0.03#Q1 00E0 --WHITE(BT#! BT#! BT#5:2) 1 380 0100 ---381 0144 ---X1 ##ABS(REP(BT+0)); FOR N1=2 TO 2 DO 382 017C --383 0146 2-BEGIN MODULATION QAM=!.SQR(2*N)!3); 384 0146 --WRITELN(CASE N OF 385 01EE 3-11 BEGIN 386 01FC 4= 01FC --FOR IT=1 TO 8 DO VARIAB(.I.) T=PEP(BT+I)/X11 387 028A --388 MOM4(VECT1,VARIAB)] UNION(VECT1.VECT1.RES1) 389 02CE --390 02F0 -4 ENDS 391 02F4 4-21 BEGIN 392 02F4 == FOR II=1 TO 4 DO VARIAB(+I+)==REP(BT+2+I)/X1= MOM16(RES1.VARIAB) 393 03BA --FOR II=1 TO 4 DO VARIAB(.I.)I=REP(BT:2*I=1)/X1: MUM16(RES2:VARIAB): UNION(RES1:RES2:VECT1): 394 03CE ---395 0498 ---396 04AC --UNION (VECTI + VECTI + RESI) + 397 04CE ---398 04F0 -4 ENDI 399 31 BEGIN 04F4 4-04F4 --FOR IT=1 TO 4 DO VARIAB(.I.) ##REP(BT:2*I)/X18 400 MOM36(RESI VARIAB) 401 058A --FOR I = 1 TO 4 DO VARIAB(.I.) = REP(BT+2+I=1)/X15 402 05CE ---MOM36(RES2+VARIAB); 403 0698 --UNION(RES1.RES2,VECT1); UNION(VECT1.VECT1.RES1); 06AC ---404 405 06CE ---ENDI 06F0 -4 406

30

Å4

407	0614 4-	4º BEGIN
408	06F4	FOR II=1 TO 8 DO VARIAB(,I,)I=REP(BY)I)/X11
409	0782	MOM64(RES1.VARIAB(.1.).VARIAB(.8.));
A10	0764	MOM64(RES2+VARIAB(-2-)+VARIAB(-7-))
411	0816	
412	0010	
412	0030	MUMO4(REDI\$VARIAD(+0+)\$VARIAD(+0+)}
413	086A	MUM64(RESZIVARIAB(+4+)+VARIAB(+5+));
414	089C ==	UNION (RES1, RES2, VECT2);
415	088E	UNIGN(VECT1+VECT2+RES3)1
416	08DF	UNION (RES3 RES3 RES1).
417	08FC -4	END
A 1 B	OBEC -1	END 1
410		
419		
420	0920 3-	BEGIN
421	0950	SIR I E 20 - 2 F L B
422	0982	WRITE() SIR#/sSIR#5f1s/ DB/)\$
423	0902	MOMBS(RES2(SIR))
424	09F8	UNION(RES1+RES2+VECT1);
425	0414	FOR 11=0T0 12 00
426	0442 4-	BEGIN
420		
461		UNDER NOT CHURCH CHURCH CHURCHEN AND ANN ANN ANN ANN ANN ANN ANN ANN AN
420	UAIC	
429	0AD2	SIGMAI=X1+SURT(3+(10++(CND/10))/(2+(SUR(2+N)-1)+BT+KT));
430	0884	SIGMA2I#(SIGMA/X1)*SQRT(BT*KT)]
431	0COC	PE1\$=(2+1/N)+0,5+ERFC(SIGMA2)\$
432	0C86	WRITELN(I PE1#IPE1#9)3
433	0008	PE21=(2-1/N)+(0.5*ERFC(SIGMA2)+HERMITE(SIGMA2*RES2))
434	0084	WRITELN(! TERMES DE281, DE219)1
435	0000	DE315(2-1/N)*(0.5*FDEC(STGMA)+HEDMITE(STGMA,VECT1))*
436	0585	
430		HKIILENNY IERMED PEDPINAN PEDININ
437		PEATENINT (U. DIERPC(SIGNA) THERMITEISIGNATHEBIJ)
438	0F92	WRITELN(' TERMES PEAK',
439	0FD4 ==	FOR KI#1 TO 5 DU
440	OFFE 5-	BEGIN
441	0FFE	A # # K 2
442	1022	WRITELN(DISPERSION FM 191912)
443	1066	EDB 1180 TO 10 DO
444	1085 6-	BEGIN
444	1085	
445		WOTCOLL DOSTRON CHI, VIZADI
440	1088	
447	10-4	A = = (X=1)/(Y = SQK = (2)) =
448	115E	57#(X+1)/(Y#SQRT(2));
449	11C8 ==	PKIFO+5*(ERFC(A)=ERFC(B))I
450	1210	WRITE(! PK#!sPK\$9)\$
451	124C	- PE51#PE4+PK*(PE3=PE4)1
452	12AC	PE6\$=pE1+pK*(PE2+PE1)\$
453	1300	WRITE() PESSIAPESIG);
454	1344	
455	1384 -6	
455	1304 40	
430	1305 **	
457	13CA =5	ENDI
458	13FE ==	WRITELN(11))
459	143C = 4	ENDI
460	1470	WRITELNS
461	1470 -3	ENDI
462	1480	WRITELNI
463	14BC -2	ENDI
464	1480	"DITEINI

1.

465 14FC -1 END3 466 1530 -0 54 END.

۰.

PROGRAMME QAMBSN

Permet le calcul de P_e dans un récepteur QAM en absence d'IIS mais en présence de plusieurs interférences sinusoïdales constantes, de même amplitude dont les phases sont également réparties et indépendantes. La puissance totale des interférences est constante quand on varie leur nombre par le paramètre I.

Lignes

- 174-184 on calcule les moments de chacune des I interférences puis on les combine. Le résultat est dans RES3.
 - 190on calcule P sans interférencePE1
 - 192 on calcule P_e en présence des I interférences PE2

•	0400			
1	0680	in 40		
Ž	0660	-		PRUGRAM GAMBON(UUIPUI))
3	0694			(#WOLITINICHLEKENCES SINGATINES ONNS IIO.)
	0694	-		
2	0694	-		
5	0694			
7	0694	-		
8	0694	-		PI2=0; COJOJU/1/3D0C2;
.9	0694	-		[N10=21305303233404381
10	0694	•		TYPE
11	0694	-		VECTEUR=ARRAT(+I++FIN+) UF REALT
15.	0094			
13	0044	*		
12	1400			
15	TAPC			CNUBSCNUTSIUMATSIKTKEALS
10	1440			hetener:
17	1940			
10	1440	-		
12	1940			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
20	1940			
	1440			CUNCTION WERMITE (XIREALIZIVECTEUR) IREALI
24	1200		-	
24	0690			INTEGER I
26	0690			ADG. TRANS . A. BIREAL I
26	0074			
27	0000	53		
28	0010		-	ADGI#(1/SORT(DI2/2)) * EXD(+X*X) *
20	0018			
17	0042	==		V(22)) \$ # (X * 44) * (8 * (X * 43) + 12 * X) / 24 \$
3.	0112			
12	0134			TPANSIEV(,1,)=Z(,1,)=V(,2,)=Z(-2,)=
11	0172	1 -		GEDFAT
34	ni tč			3 f + L = S L
38	ALAE	_		AI = (1 - ((4 + J - 5)) / (2 + x + x)) + V (a J - 1 -) =
36	0232			B = V (• J = 2 •) + (J = 2) / (J = 1) ;
37	0240	-		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
38	0344			ŤŘÁNЇ=TŘÁNŠ+V("Ja)+Z("Ja)
30	0394	-1		UNTIL (ABS(V(.J.)+Z(.J.)/TRANS) (1E=5) OR (J=FIN)]
ĂÓ	041C			HERMITE I = TRANSTARGI
41	0AJE			WRITE(I IsJI3) I
42	046E	=0	A	END &
43	OABA	-		
ÅÅ	04B4			
45	0484	-		(## = = # = = # = # = # = # = # = # = #
46	0484	-		·
47	0484		A	FUNCTION COMB(XIREALSK, NIINTEGER) IREALS
48	0058	-		(*POUR CALCULER LES COMBINAISONS "K PARMI N"(*)
49	0058	-		VAR
50	0058			I \$ INTEGER \$
51	0000	0-	A	BEGIN
52	0018	-		FOR ITEN DOWNTO K+1 DO
53	0040	1-		BEGIN
54	004C	-		x==x+1/(I=K)=
55	0096	- 1		
56	0088		_	COMBIEX
57	A D O O	-0	A	
58	OOES	-		

```
59
     00E8 ---
      00E8 --
60
                PROCEDURE UNION(VAR X, Y, ZIVECTEUR);
61
     00E8 --- A
                 (*POUR COMBINER DEUX MOMENTS.*)
62
     004C ---
63
     004C --
                 VAR
                    I, J: INTEGER!
64
     004C ---
65
     0054 --
                    B.CIREALI
66
     0000 0m A
                 BEGIN
                    FOR 11=1 TO FIN DO 2(.1.) = X(.1.)+Y(.1.)
67
     0012 --
                    FOR IN=2 TO FIN DO
     00C2 ...
68
                        BEGIN
69
     00E0 1-
                            JI=11
70
      00E0 --
71
      00E8 2#
                            REPEAT
                            IF (X(.J.) XDO) AND (Y(.I.J.) XDO) THEN
72
     00E8 --
                            BEGIN
73
     0188 3*
                               B:=LN(Y(.I-J.));
74
     0188 ---
                               CI=LN(COMB(X(_J+)+2+J+2+1))$
75
     0108 --
                               IF (8+C)/LN10#=70 THEN
76
     0230 ---
                               Z(.I.) = Z(.I.) + EXP(8+C) =
77
     0260 --
                            ENDI
78
     02DC =3
                            11=1+1
79
     02DC ---
                            UNTIL J#=IS
80
     0226 -2
                        END
81
      0300 #1
                 ENDI
82
      0322 -0 A
83
      0346 --
                 84
      034C ---
85
      0340 --
                 FUNCTION ERFC(VAR XIREAL) IREAL
86
      034C ---
                 (*CALCUL DE LA FONCTION D'ERREUR COMPLEMENTAIRE PAR LA METHODE
87
      00AC ---
                 DE GAUSS D'ORDRE 20*)
88
      0046 ---
     004C ==
89
90
                 TYPE
      004C ---
                     GAUSS=ARRAY(.1..10.) OF REALS
91
      0046 ---
92
      004C --
                 VAR
                     T.WIGAUSSI
93
     004C ---
                     A.B.R.CIREALS
94
     00F0 --
                     IIINTEGERI
95
     0110 #=
96
      0114 --
                 FUNCTION F(VAR XIREAL) IREALI
97
     0114 -- 8
                 CONST P1=3.141592653589791
98
      004C ---
99
                 BEGIN
      0000 0- B
                     FI=(2/SQRT(PI))*EXP(=X*X)5
100
      0018 ==
                 END
101
      0072 =0
             -8
102
     0094 ---
                 BEGIN
103
      0000 0
             - A
                     T(+1+) =0+076526521133497 W(+1+) =0+152753387130725
      0018 ---
104
                     T(,2,) I=0,2277858511416451W(,2,) I=0,1491729864726031
105
      0028 --
                     T(,3,) =0, 373706088715419 W(,3,) =0, 142096109318382
      0038 --
106
                     T(.4,) I#0,5108670019508271W(,4,) I#0,1316886384491768
107
      0048 ---
                     T(.5,) 1=0,6360536807265151W(,5,) 1=0,1181945319615181
108
      0058 ---
                     T(,6,) =0,7463319064601501W(,6,) =0,1019301198172403
109
      0068 ---
                     T(.7.) 1=0,8391169718222181W(.7.) 1=0,0832767415767041
      0078 ---
110
                     T(,8,)1=0,9122344282513251W(,8,)1=0,0626720483341091
      0088 **
111
                     T( 9, ) I=0,9639719272779131W( 9, ) I=0,0406014298003861
112
      0098 ---
                     Ŷ(,10,)!#0,9931285991850943W(,10,)!#0,017614007139152*
113
      00A8 ---
                     IF ABS(X)312 THEN RI=0 ELSE
      0088 ---
114
115
                          BEGIN
      0100 1-
                          AI#(13-ABS(X))/21
116
      0100 --
```

117	0144	BIT(ISTABS(X))/21
118	0188	
119	019E	FOR I‡#1 TO 10 DO
100	0180 2-	BEGIN
121		C 1 x B + A + T (, Y ,) 1
161		
122	0200	
123	0252 -2	ENDY.
124	0274	FOR II=1 TO 10 DO
125	0292 2-	BEGIN
134	0303	
120		
161		
159	0388 #8	ENDI
158	034A - 1	ENDI
130	034A	IP XKO THEN ERFCIBENAR ELSE ERPCIEATRA
131	03D2 #0 A	END 4
132	0494	
133	0494	
1 3 4		
134		DDOCEDUDE NONRS/VAD VIVECTEUDISTDIDERALIDITNTEGERIE
155	0494 mm A	PRUCEDURE MUMBELAR ATTECTEDITORISTANCE DITIN
136	0054	(FDDUR CALLOLER LES MUMENIS NORMALISES D'UN
137	0054 ==	BROUILLEUR SINUSUIDAL (+)
138	0054	
139	0054	I \$ I NTEGER \$
1ÃO	0058	ARG.SIREAL I
iaĭ	0000 0- 4	REGIN
179		
175		A D C 1 3 A D C 1 3 A D C 2 3 A) = 1) / (3 4 D) 1
143	0064	ARGI-ARGIET(GUR(ETR)-1//(GTO))
144	0026	
145	0100 ==	FOR INEZ TO FIN DO
146	011E 1#	BEGIN
147	0118	IP V(,III) digo Then
1 ÅÅ	0162 2-	BÉGIN
i A G	0162	SIB(N(v(,T=1,))+LN(ARG*(2*I+1)/(2*I));
		TE SZINION TO THEN V(II) HEEXP(S)
120		
121		ELDE VIJAGI''''''
102	0598 =5	END ELSE A(AIA/
153	028C = 1	
154	02DE	FOR IT TO FIN DO WRITE(V(+I+)+1d)+
155	0356 ==	WRITELNIWRITELNI
156	0374 -0 A	END
187	0340	
iží		
150		
124	UJAL MM	05671
160	0000-0-	BEGIN
161	003A	
162	0058	WRITELNIN VOIDON INTERPERENCES SINUS AND ITSVIO
163	009A	WRITELNI
164	00A6	WRITELN&WRITELN&
168	OORE	
164	00F8 1-	BEGIN
		MODULATION GAMELASOR(24N)1314
107		HRITELITY HERVELING HERVELING HERVELING
108	0130	
169	0148	FOR LITO O DO
170	0170 2-	BEGIN
171	0170	SIR #=20-2*L }
172	0142	WRITELN(† SIR#!+SIR#5#1++ DB!)#
173	OIFA	WRITELNS
144	0204	MOMBS(PES2.STR.I) I
41.4		M C M M M M M M M M M M M M M M M M M M

175	0230	FOR GI#1 TO FIN DO RES3(+Q+);#RES2(+Q+);
176	0200 3-	IF ID1 THEN BEGIN
1 7 7	0200	FOR KIEJ TO THI DO
170		
1/0	U31E 4=	
179	031E	
180	0336	FOR GITT TO FIN DO RESS(+0+)+RESI(+0+)+
181	03E2	FOR QIFI TO FIN DO WRITE(RESJ(•O•)II2))
18Ž	047C	WRITELN\$WRITELN\$
183	0494 -4	END
184	04CF -3	ENDI
išč		STEOP 1180 TO 12 DO
105		
100	UAP 0 34	
107	04 - 6 -	
188	0530 ==	WRITELY SNREYSCNUTDILSY DDVIS
189	0580	SIGMAI=SQRT(J*(10**(CNO/10))/(2*(SOM(2*N)+1)));
190	062E	<pre>PE1##(2#1/N)#0.5#ERFC(SIGMA)#</pre>
191	0648	WRITE(! PE1=!+PE1=9)\$
192	06F4	pezt=(2+1/N)+(0.5+ERFC(SIGMA)+HERMITE(SIGMA+RESJ))
101	0744	WDITFLN(1 TFDNFS PE2#1+PE219)1
195		
125	0760 43	
132	081A #2	
196	084E	WRITELN
197	085A -1	ENDI
198	088E =0	END.
	÷ •	

.

٠

PROGRAMME QFMRG

Calcule la probabilité d'erreur moyenne due à la sortie d'un récepteur QAM en l'absence d'IIS mais en présence d'une interférence dont la densité spectrale de forme gaussienne est découpée en une infinité de bandes disjointes et indépendantes. On a déjà fait remarquer que cette approche conduit à une interférence de distribution gaussienne.

Lignes

- 166 calcul de la fraction de la puissance de l'interférence qui entre dans le récepteur.
- 167 on calcule ici une valeur de SIR après le filtre de réception.
- 173 on calcule P_e sans interférence.
- 175 on calcule le rapport signal sur bruit en assimilant l'interférence au bruit gaussien.
- 178 on calcule P_e en présence de l'interférence de distribution gaussienne.
 - FC : écart de fréquence entre ls porteuses FM et QAM normalisée à B/2.
 - DF : écart-type de la densité spectrale FM normalisée à B/2.

1	0680	(*\$L+*)
Ž	0680	PROGRAM OFMRG(OUTPUT);
3	0694	(#INTERPERENCE PM DE DENSITE SPECTHALE ET DISTRIBUTION GAUSIENNE#) (#ETLYDE TOFAL, CANS TIC ET DOUTINE FLOTTANTER)
- Ā	0694 ==	CUNCT
Ğ	0694 **	PI2=6.28318530717958621
7	0694 ==	LN10=2,30258509299404561
8	0694	VAR
9	0694	RIREALS
10	06A0 +=	Jalanaka Giintegeri
11	0684 ##	CNDB + CNUISIGMA + SIRC + DF + FCIREAL +
12	0700 ==	PEISPEZIREALS
iă	0700	
15	0700	{
16	0700 ==	
17	0700 A	FUNCTION BANDE(VAR DE FCIREAL)IREAL
18	0050 ==	(*CALCUL LA PUISSANCE DANS LA BANDE DU FILTRE*)
19	0050 ==	
20	0030 #4	A D D U TRIREALI I I THIARABA
22	0076 ==	1 stateGent
23	007C B	FUNCTION INT(VAR X.VIREAL)IREALI
24	0050	(ACALCUL DE L'INTEGRALE D'UNE DENSITE GAUSIENNE ENTRE LES VALEURS X ET Y#)
25	0050 **	
26	0050	TYPE
27	0050 **	GAUSSEARRAY(.1
80	0050 **	
30	0050 **	
31	0110 ==	TIINTEGERI
3ż	0114	
33	0114 C	FUNCTION FT(VAR XIREAL)IREALI
34	004C	<u>CONST</u> PI=3,141592653589791
35	0000 0m C	BEGIN
30	018 ##	FID:
3/	0072 90 0	
39	0094	
ÃÕ	0000 0+ B	BEGIN
41	0018	T(.1.)#0,076526521133497#W(.1.)#=0,152753387130725#
42	0028	T(+2+) = 0+2277858511416451W(+2+) = 0+1491729864726031
43	0038 ==	T(-3,);=0,373700088715419;W(-3,);=0,142090109318382;
46	0048 ##	T(, 4,) = U, D1000/0019300271W(, 4,) 1=0, 1310000304491/07
46	.0068	T(.6.) = 0,746331906460150 W(.6.) = 0,101930119817240
47	0078	T(.7.) = 0.839116971822218 W(.7.) = 0.083276741576704
48	0088	Ť(,8,)+#0,9122344282513251W(,8,)+#0,0626720483341091
49	0098	T(,9,) #0,963971927277913 # (,9,) # #0,040601429800386 [
50	00A8 **	T(,10,) = 0,993128599185094; W(,10,) = 0,017614007139152;
01	0058 **	IF (AD3(X)312) UK (AB3(Y)312) THEN KITO KLAR
53	0142	
54	0182	BI=(Y+X)/21R1=01
55	01D8	FOR 11=1 TO 10 DO
56	01F6 2m	BEGIN
57	01F6 ##	
96	053¥ 44	K*#R##{**C}#PT{C}}

ſ

59 0280 -2 ENDI 60 FOR I =1 TO 10 DO 02AE --0200 2. BEGIN 61 62 C:=8=A*T(.1.); 0200 --- $R = R + W (\cdot I \cdot) + F + (C)$ 63 0310 --ENDI 64 0362 -2 65 0384 =1 END INT ==A+R = 66 0384 ---67 03A6 #0 B END 68 0460 --69 0000 0. A BEGIN 70 0018 --R1#01 FOR 11=0 TO 9 DO 71 002E ---72 004A 1# BEGIN 73 0044 A#==1+(2+I)/101 0096 ---B###1+(2*(I+1))/108 74 C1=(A=FC)/(DF+SQRT(2))1 75 00E8 ---DI=(B=FC)/(DF+SQRT(2))1 76 0142 --RI=R+INT(C.D) 77 0190 --ENDI 78 01CE #1 1.R112)1 79 WRITELN(01F0 --0220 --BANDEIRI 80 WRITELNIWRITELNI 023E ... 81 82 0256 #0 ENDI 83 0288 ---0288 ---84 0288 ---85 86 0288 ---87 0288 ---FUNCTION ERFC(VAR XIREAL) IREALI 88 0288 -- A (*CALCUL DE LA FONCTION D'ERREUR COMPLEMENTAIRE PAR LA METHODE 004C --89 90 0040 ----DE GAUSS D'ORDRE 20*) 91 004C ---92 0040 ---TYPE GAUSS=ARRAY(,1.,10,) OF REALS 93 004C ---94 004C == VAR 95 96 004c --T.WIGAUSSI A.B.R.CIREALI 00F0 == 97 0110 --I I INTEGER I 98 0114 ---0114 -- B FUNCTION F(VAR XIREAL) IREALI 99 CONST PI=3,141592653589791 004c --100 BEGIN 101 0000 0. B F1=(2/SQRT(PI))*EXP(+X*X)1 102 0018 ---ENDI 103 0072 -0 8 104 0094 --BEGIN 105 0000 0m A T(+1+) =0,076526521133497 W(+1+) =0,152753387130725 106 0018 --T(,2,) 1=0,2277858511416451W(,2,) 1=0,1491729864726031 107 0028 --T(.3,) =0,373706088715419 W(.3,) =0,1420961093183821 108 0038 --T(4,) = 0, 510867001950827 W(4,) = 0, 1316886384491761 109 0048 ----T(+5+)I=0+6360536807265151W(+5+)I=0+1181945319615181 110 0058 ---T(,6,) I=0,7463319064601501W(,6,) I=0,1019301198172401 111 0068 --T(.7.) =0.839116971822218 W(.7.) =0.083276741576704 112 0078 ---T(,8,)1=0,9122344282513251W(,8,)1=0,0626720483341091 113 0088 --T(,9,) I=0,9639719272779131W(,9,) I=0,0406014298003861 114 0098 ---115 00A8 ---T(10,) =0,9931285991850941W(10,) =0,0176140071391521 IF ABS(X)>12 THEN RIND ELSE 116 0088 #*

BEGIN 117 0100 1-A:#(13-ABS(X))/21 0100 --118 B==(13+ABS(X))/2= 119 0144 ---R1=01 120 0188 ... 019E == FOR 11=1 TO 10 DO 121 BEGIN 122 01BC 2= 123 01BC ---C1=B+A+T(.1.); R = R + W (. I .) + F (C) 3 124 0200 --125 0252 -2 ENDI 0274 == FOR 11=1 TO 10 DO 126 BEGIN 0292 2-127 128 0292. ++ CI#8=A*T(.I.); RI=R+W(_I_)+F(C); 129 0206 #4 130 0328 #2 ENDI ENDI 131 034A =1 IF X<0 THEN ERFCI=2+A+R ELSE ERFCI=A+R1 132 034A =+ ī33 ENDI 03D2 .0 A 134 0494 ----135 0494 ----136 0494 ... 137 0494 ---BEGIN 138 0000 0. CND81=181 139 0034 INTERFERENCE FM DE DISTRIBUTION GAUSSIENNE!) \$ WRITELN(! 140 0052 ---0070 ---WRITELNI 141 FILTRAGE IDEAL SANS IIS • • • • • 007C == WRITELN(! 142 WRITELNI 143 009A ## DENSITE SPECTRALE GAUSSIENNE!) | WRITELN(! 144 0046 ## WRITELNI 145 0004 --WRITELNEWRITELNE 146 00D0 == FOR NI=2 TO 2 DO 147 00E8 ... 148 BEGIN 0106 1-MODULATION QAM# + SQR(2+N)+3)+ WRITELN(! 149 0106 ... WRITELNSWRITELNS 150 0148 --FOR LING TO O DO 151 0160 ---152 0170 2-BEGIN SIR1=20=2+L1 153 0170 #4 SIR#!.SIR!5!1.! DB!); WRITELN(154 0142 ---155 0172 --WRITELNI FOR KI=1 TO 5 DO 156 01FE --157 BEGIN 0210 3-0210 --DFI=KI 158 DF#1.0F1511)1 WRITELN(! 159 0234 ... WRITELNI 160 0272 ---FOR Q1=0 TO 10 DO 161 027E == BEGIN 162 0294 4-FCINGI 163 0294 ## FC=+*FC+5+1)+ WRITELN(! 164 0282 ---WRITELNI 165 0270 ---RI=BANDE(DF:FC); 166 02FC ---SIRCI=SIR=(10+LN(R)/LN10); 167 0318 --168 035E =+ FOR J1=0 TO 12 DO BEGIN 037A 5-169 CNOI=J+CNOBI 170 0374 ---WRITE(SNR# ! . CNQ1511: DB1) | 171 0342 --SIGMAI=SQRT(3+(10++(CN0/10))/(2+(SQR(2+N)=1))); 03EC =+ 172 PE11=(2-1/N)+0.5+ERFC(SIGMA); 173 0488 --WRITE(+ PE1# !.PE149)\$ 174 04E8 ---

41

4

175	051E	CND;=10+LN(1/((10++(=CND/10))+(10++(+SIRC/10))))/LN10;
174		
110	USPA	
177	0644 ==	SIGMAI=SQRT(J=(10=+(CNO/10))/(2=(SQR(2=N)=1)));
178	06E0	PE21#(2-1/N)+0.5+ERFC(SIGMA)+
179	0740	WRITELN() PE2=1+PE219);
180	077C =5	END
1.01	0705	WOTTELNEWETTELNE
101	0/36	
195	0786 #4	
183	0708	WRITELNSWRITELNS
184	07#0 #3	ENDI
185	0812	WRITELNIWRITELNI
186	0821 -2	FND1
187	084C ==	WRITELNSWRITELNS
188	0864 -1	ENDI
189	0886	END.

•

٠

,

.

.

QUEEN TK 7876 .H89414 1985 Huynh, Huu Tue Études des défauts systém

et





LOWE-MARTIN No. 1137

