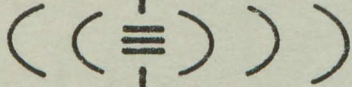


UNIVERSITÉ LAVAL

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE



Laboratoire de Radiocommunications
et de Traitement du Signal

ÉTUDES DES DÉFAUTS SYSTÉMATIQUES ET NATURELS
DANS LES RÉSEAUX DE COMMUNICATION

PHASE III

CALCULS DE LA PROBABILITÉ D'ERREUR DES RÉCEPTEURS QAM
EN PRÉSENCE D'UN SIGNAL D'INTERFÉRENCE FDM-FM
À FAIBLES INDICES DE MODULATION

par

H.T. Huynh, R. Gagnon et D. Angers

pour

Gouvernement du Canada
Ministère des Communications, Ottawa

sous

Contrat OST85-00135
du Ministère des approvisionnements et services

Avril 1986

TK
7876
H894f
1986

UNIVERSITÉ LAVAL

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE



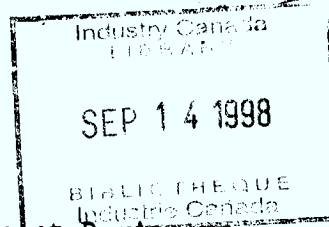
Laboratoire de Radiocommunications et de Traitement du Signal

2. ÉTUDES DES DÉFAUTS SYSTÉMATIQUES ET NATURELS
DANS LES RÉSEAUX DE COMMUNICATION

PHASE III,

CALCULS DE LA PROBABILITÉ D'ERREUR DES RÉCEPTEURS QAM
EN PRÉSENCE D'UN SIGNAL D'INTERFÉRENCE FDM-FM
À FAIBLES INDICES DE MODULATION

par



H.T. Huynh
H.T. Huynh, R. Gagnon et D. Angers

pour



Gouvernement du Canada
Ministère des Communications, Ottawa

sous

Contrat OST85-00135
du Ministère des approvisionnements et services

Avril 1986

TK

7876

H894f

1986

DD 6704450

DL 6704473

ÉTUDES DES DÉFAUTS SYSTÉMATIQUES ET NATURELS
DANS LES RÉSEAUX DE COMMUNICATION

PHASE III

CALCULS DE LA PROBABILITÉ D'ERREUR DES RÉCEPTEURS QAM
EN PRÉSENCE D'UN SIGNAL D'INTERFÉRENCE FDM-FM
À FAIBLES INDICES DE MODULATION

par

Chercheur principal : Dr H.T. Huynh, Ing.
Ingénieur de recherche : R. Gagnon, M.Sc., Ing.
Collaborateur : Dr D. Angers, Ing.

pour

Gouvernement du Canada
Ministère des Communications, Ottawa

sous

Contrat OST85-00135
du Ministère des approvisionnements et services

Avril 1986

Remerciements

Les résultats présentés dans ce rapport sont le fruit d'un travail d'équipe dont les membres se tiennent en étroite collaboration. Toutefois, sans la compréhension et la générosité de Monsieur Michel Gaudreau, délégué scientifique du Ministère fédéral des Communications et les suggestions judicieuses de Monsieur Kwai Lum, ce travail n'aurait jamais pu être exécuté efficacement. Les auteurs tiennent donc à les remercier chaleureusement. Ils sont également reconnaissants à Monsieur Jean-Marc Vesin d'avoir relu la version finale du rapport et à Mme Yvette Matte pour sa diligence et pour son travail de frappe de toute première qualité.

TABLE DES MATIÈRES

	page
Chapitre I - INTRODUCTION.....	1
Chapitre II - MODÈLE EN QUADRATURE D'UN SIGNAL D'INTERFÉRENCE QUELCONQUE.....	3
2.1 INTRODUCTION.....	3
2.2 MODÈLE EN QUADRATURE D'UN SIGNAL QUELCONQUE.....	3
2.3 REPRÉSENTATION EN QUADRATURE PARTICULIÈRE.....	8
2.4 CALCUL DE LA PUISSANCE DES COMPOSANTES D'INTERFÉRENCE.....	10
2.5 CONCLUSION.....	14
Chapitre III - CALCUL DE L'INTERFÉRENCE FDM-FM.....	15
3.1 INTRODUCTION.....	15
3.2 PRÉSENTATION DES DEUX APPROCHES.....	15
3.3 CHOIX DE L'UNE DES DEUX APPROCHES.....	17
3.4 OPTIONS OFFERTES DANS LE CALCUL DE $W_x(f)$	22
3.4.1 Développement de $\Omega(t)$ en série de Taylor.....	23
3.4.2 Calcul de la transformée de Fourier par intégration numérique.....	24
3.4.3 Développement en série de convolutions.....	25
3.5 CALCUL DE $W_x(\omega)$	27
3.5.1 Calcul des premiers termes.....	27
3.5.2 Calcul des autres termes par FFT.....	32
3.5.3 Calcul final de la densité spectrale FDM-FM.....	35
3.6 CALCUL DE LA PUISSANCE DU SIGNAL INTERFÉRANT.....	35

Chapitre IV - RÉSULTATS ET DISCUSSIONS..... 37

 4.1 INTRODUCTION..... 37

 4.2 PRÉSENTATION DES RÉSULTATS..... 38

 4.3 DISCUSSIONS..... 39

Chapitre V - CONCLUSION..... 41

Bibliographie..... 44

ANNEXE A

ANNEXE B

Chapitre I

INTRODUCTION

Dans le rapport de la Phase II de ce projet [4], nous avons analysé l'influence d'un signal d'interférence du type MF à large bande sur la probabilité d'erreur d'un récepteur QAM. Nous y avons traité le problème d'interférence entre systèmes, en même temps que le problème d'interférence entre symboles due à la largeur de bande insuffisante du canal de transmission.

L'idée de base utilisée dans ce dernier rapport consiste à modéliser les interférences, quelle que soit leur origine, de façon que l'on puisse calculer les moments de tous ordres de la variable aléatoire d'interférence qu'affecte la décision du récepteur. Ces moments, d'après la méthode de Ho et Yeh, nous permettent de calculer la probabilité d'erreur de détection à n'importe quelle précision numérique préfixée d'avance.

C'est ainsi que le signal d'interférence MF à large bande est modélisé sous l'hypothèse de quasi-stationnarité, comme un signal harmonique pur dont la probabilité de présence dans la bande du récepteur QAM est déterminée par sa densité spectrale de puissance [4]. Le problème de l'interférence MF à large bande se réduit au problème de l'interférence due à la présence d'une porteuse simple, pondérée évidemment par sa probabilité de présence.

Suite à la discussion avec les ingénieurs du groupe de la gestion des spectres dont le responsable principal est M. Michel Gaudreau, deux points importants ont été soulevés. D'abord, le Ministère fédéral des Communications ne s'intéresse pas au problème de l'interférence entre symboles, celui-ci étant sous la responsabilité des industries. Ensuite, le modèle d'un signal d'interférence MF à large bande n'est pas réaliste pour les liaisons de micro-onde à ligne de vue. Il s'agit plutôt des signaux FDM-FM

à faibles indices de modulation. Les résultats obtenus dans la Phase II ne sont donc pas utilisables pour des ingénieurs responsables de la planification des routes de micro-onde. Ils nous ont alors suggéré d'analyser la performance des récepteurs QAM en présence d'un signal d'interférence de type FDM-FM à bande étroite.

Ce nouveau problème constitue un défi de taille, car aucun chercheur avant nous n'a trouvé un modèle quelconque pour étudier le passage d'un signal MF à bande étroite à travers un récepteur numérique. Heureusement, pendant notre exposé sur l'ensemble des résultats obtenus dans la Phase II, M. Kwai Lum, ingénieur du Ministère, nous a rappelé que CCITT [3] a recommandé d'utiliser l'approximation gaussienne dans l'analyse des phénomènes d'interférence; la remarque de M. Lum nous a mis sur la piste pour la recherche d'un modèle qui nous permet d'examiner les composantes en quadrature d'un signal quelconque. Sous l'hypothèse gaussienne, le calcul de la probabilité d'erreur se réduit à calculer la puissance de ces deux composantes.

Dans ce rapport, nous présentons au Chapitre II le modèle en quadrature d'un processus aléatoire passe-bande quelconque. Ce modèle est par la suite utilisé pour définir la puissance des composantes d'interférence à l'entrée du dispositif de décision des récepteurs QAM.

Au Chapitre III, le calcul du spectre des signaux FDM-FM est présenté. La discussion est portée sur deux catégories de signaux de bande de base: la première correspond à des spectres de type RC et la deuxième à des spectres uniformes. Pour une route de micro-onde congestionnée, les spectres uniformes sont fréquemment observés. C'est la raison pour laquelle les résultats numériques ne sont présentés dans le Chapitre IV, que pour le cas des spectres uniformes pour les signaux de bande de base. La conclusion du rapport est constituée par le Chapitre V dans lequel une discussion de l'ensemble des travaux effectués est présentée.

Chapitre II

MODÈLE EN QUADRATURE D'UN SIGNAL D'INTERFÉRENCE QUELCONQUE

2.1 INTRODUCTION

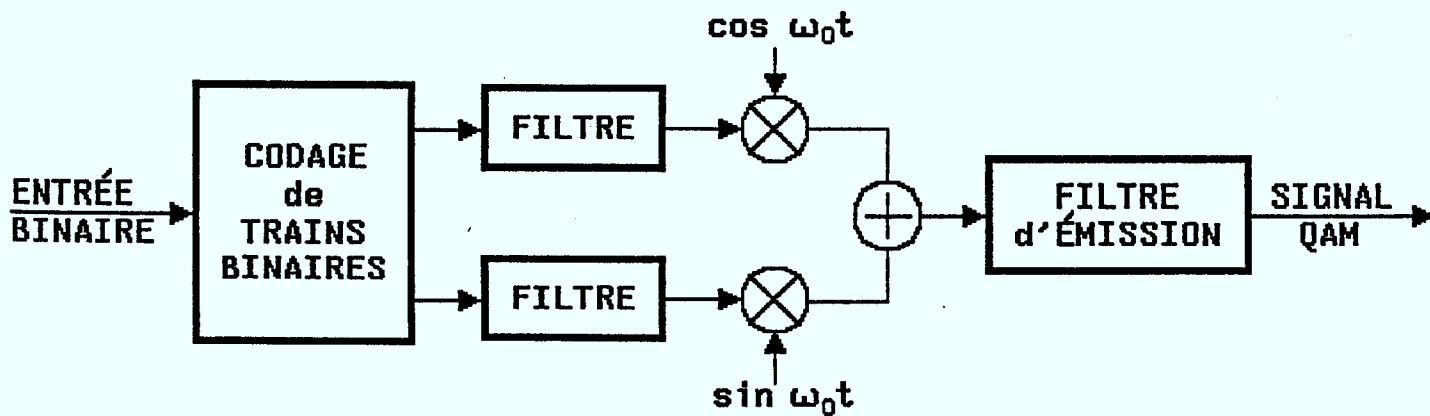
Considérons le modèle de la transmission et de la réception d'un système QAM montré à la figure 2.1. On observe que les filtres adaptés constituant le récepteur optimum sont remplacés par un détecteur passe-bas équivalent composé par un hétérodynage, un filtrage et un échantillonnage. Le rapport de la Phase II [4] a démontré l'équivalence de ces deux structures de réception pour une détection cohérente. Toutefois, la structure passe-bas équivalente permet de traiter de manière directe le passage du signal d'interférence à travers la chaîne de réception.

En effet, ce modèle montre que le signal d'interférence est transformé par plusieurs opérations de filtrages linéaires. Ces opérations linéaires rendent la sortie de plus en plus gaussienne, ce qui justifie physiquement la recommandation du CCITT. De plus, si l'on arrive à trouver un modèle en quadrature pour le signal d'interférence $I(t)$, la structure passe-bas équivalente permet alors de calculer systématiquement les caractéristiques statistiques des deux composantes d'interférence en quadrature I_x et I_y . Ce modèle en quadrature, présenté dans le paragraphe suivant, constitue la clef théorique de notre travail correspondant à la Phase III du contrat.

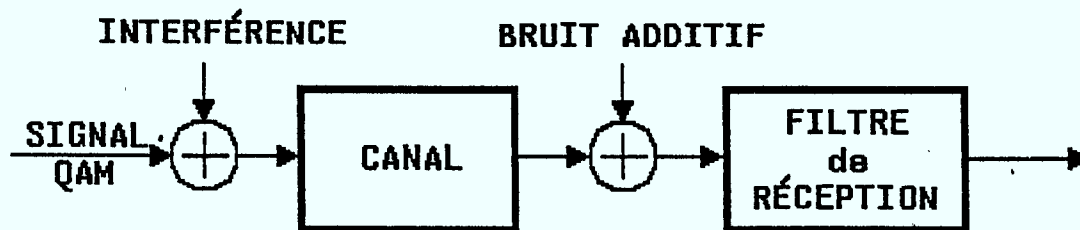
2.2 MODÈLE EN QUADRATURE D'UN SIGNAL QUELCONQUE

Comme mentionné précédemment, il s'agit de trouver pour le signal d'interférence $I(t)$ un modèle en quadrature de la forme:

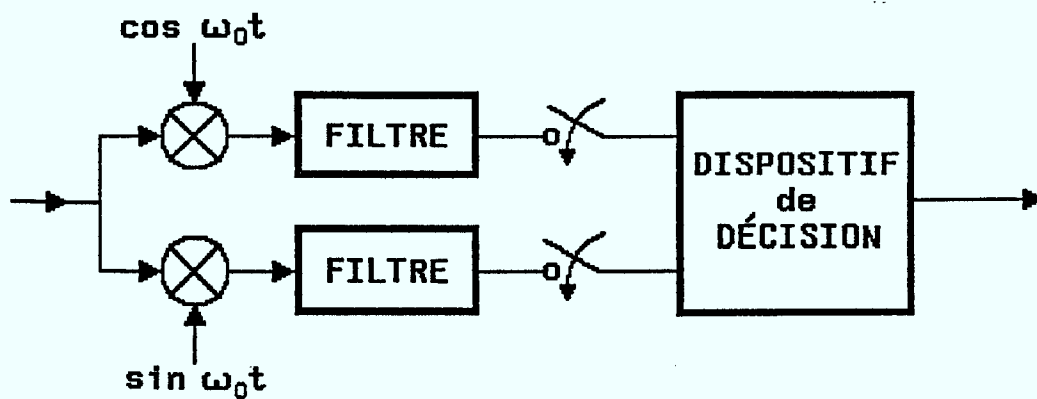
$$I(t) = p(t) \cos \omega_0 t - q(t) \sin \omega_0 t \quad (1)$$



Structure du modulateur QAM



Modèle du canal de communication



Structure du récepteur cohérent QAM

Fig. 2.1

Il faut caractériser les statistiques des composantes $p(t)$ et $q(t)$ pour que la représentation (1) soit valable. Cette forme (1) est bien connue [1] pour le cas où $I(t)$ est de type passe-bande dont la fréquence centrale est identique à ω_0 . Ce cas est trop particulier pour être utile dans notre travail. La situation générale est exposée à la figure 2.2 où le spectre original de $I(t)$ est montré en même temps que le filtre global du système QAM:

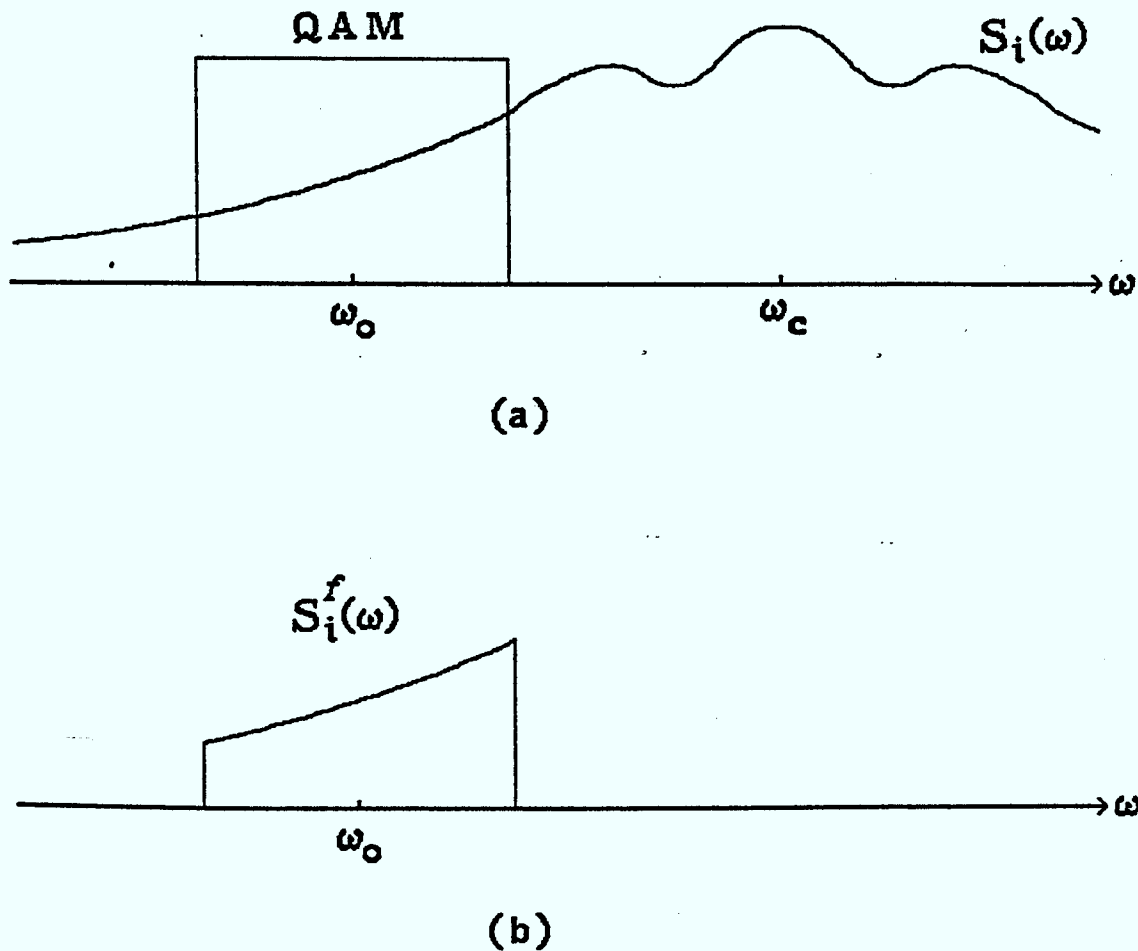


Figure 2.2 - a) La position spectrale de l'interférence et la bande-passante QAM
b) La densité spectrale effective de l'interférence

Désignons par $i(t)$ l'interférence effective dont la densité spectrale de puissance est montrée à la figure 2.2(b). Comme $i(t)$ est le résultat d'un filtrage linéaire d'un processus $I(t)$, si $I(t)$ est stationnaire, $i(t)$ est également stationnaire. Sa densité spectrale de puissance correspond tout simplement à la portion tronquée de la densité spectrale de puissance de $I(t)$, dans le cas où le filtre global est un filtre idéal.

Cherchons maintenant les composantes en quadrature correspondant à $i(t)$:

$$i(t) = p(t) \cos \omega_0 t - q(t) \sin \omega_0 t \quad (2)$$

sous condition que $i(t)$ soit stationnaire et de fonction d'autocorrélation $R_e(\tau)$ connue. Pour ce faire, introduisons un processus, pour le moment arbitraire, $j(t)$ ayant les propriétés suivantes:

- a) $j(t)$ est un processus conjointement stationnaire avec $i(t)$
- b) la fonction d'autocorrélation $R_{jj}(\tau)$ de $j(t)$ est identique à $R_{ii}(\tau)$:

$$R_{jj}(\tau) = R_{ii}(\tau) \quad (3)$$

- c) les fonctions de corrélation

$$R_{ij}(\tau) = E\{i(t)j(t+\tau)\}$$

$$R_{ji}(\tau) = E\{j(t)i(t+\tau)\}$$

sont de signes opposés:

$$R_{ij}(\tau) = -R_{ji}(\tau) \quad (4)$$

Tout processus $j(t)$ ayant ces propriétés est par définition un processus dual de $i(t)$. On peut construire une infinité de processus duaux à un

processus donné. Parmi cette infinité de processus duaux, nous allons voir dans la suite qu'il est possible de choisir celui qui convient parfaitement à notre travail.

Définissons maintenant les processus suivants:

$$\begin{aligned} a(t) &= i(t) \cos \omega_0 t + j(t) \sin \omega_0 t \\ \text{et} \\ b(t) &= j(t) \cos \omega_0 t - i(t) \sin \omega_0 t \end{aligned} \quad (5)$$

où ω_0 est une constante positive arbitraire. Il vient immédiatement:

$$i(t) = a(t) \cos \omega_0 t - b(t) \sin \omega_0 t \quad (6)$$

La forme (5) est identique à (2). $a(t)$ et $b(t)$ seraient donc les composantes recherchées. Examinons maintenant leur comportement statistique en calculant leur fonction d'autocorrélation ainsi que leur fonction de corrélation. Soient:

$$\begin{aligned} R_{aa}(t, \tau) &= E\{a(t)a(t+\tau)\} \\ R_{bb}(t, \tau) &= E\{b(t)b(t+\tau)\} \\ R_{ab}(t, \tau) &= E\{a(t)b(t+\tau)\} \\ R_{ba}(t, \tau) &= E\{b(t)a(t+\tau)\} \end{aligned} \quad (7)$$

Pour déterminer $R_{aa}(t, \tau)$, il faut détailler le produit $a(t)a(t+\tau)$:

$$\begin{aligned} a(t)a(t+\tau) &= (i(t) \cos \omega_0 t + j(t) \sin \omega_0 t)[i(t+\tau) \cos \omega_0(t+\tau) \\ &\quad + j(t+\tau) \sin \omega_0(t+\tau)] \\ &= i(t)i(t+\tau) \cos \omega_0 t \cos \omega_0(t+\tau) \\ &\quad + j(t)j(t+\tau) \sin \omega_0 t \sin \omega_0(t+\tau) \\ &\quad + i(t)j(t+\tau) \cos \omega_0 t \sin \omega_0(t+\tau) \\ &\quad + j(t)i(t+\tau) \sin \omega_0 t \cos \omega_0(t+\tau) \end{aligned} \quad (8)$$

Prenant la moyenne statistique terme par terme de (8), on obtient:

$$R_{aa}(t, \tau) = R_{ii}(\tau) \cos \omega_0 t \cos \omega_0(t+\tau) + R_{jj}(\tau) \sin \omega_0 t \sin \omega_0(t+\tau) \\ + R_{ij}(\tau) \cos \omega_0 t \sin \omega_0(t+\tau) + R_{ji}(\tau) \sin \omega_0 t \cos \omega_0(t+\tau)$$

Tenant compte des propriétés de $j(t)$, il vient:

$$R_{aa}(t, \tau) = R_{ii}(\tau) [\cos \omega_0 t \cos \omega_0(t+\tau) + \sin \omega_0 t \sin \omega_0(t+\tau)] \\ + R_{ij}(\tau) [\sin \omega_0(t+\tau) \cos \omega_0 t - \cos \omega_0(t+\tau) \sin \omega_0 t] \\ = R_{ii}(\tau) \cos \omega_0 \tau + R_{ij}(\tau) \sin \omega_0 \tau \quad (9)$$

Cette relation (9) démontre que $a(t)$ est stationnaire et que sa densité spectrale de puissance est parfaitement déterminée par $R_{ii}(\tau)$ et $R_{ij}(\tau)$. De même manière, on a:

$$R_{bb}(\tau) = R_{aa}(\tau) = R_{ii}(\tau) \cos \omega_0 \tau + R_{ij}(\tau) \sin \omega_0 \tau \quad (10)$$

En procédant de la même manière, les fonctions d'intercorrélation sont données par:

$$R_{ab}(\tau) = -R_{ba}(\tau) = R_{ij}(\tau) \cos \omega_0 \tau + R_{ii}(\tau) \sin \omega_0 \tau \quad (11)$$

Les relations (6), (7), (9), (10) et (11) définissent la forme générale des représentations en quadrature d'un processus quelconque. En vue d'utiliser cette forme dans l'analyse des systèmes, nous devons choisir une représentation particulière qui conduira aux calculs les plus simples possibles.

2.3 REPRÉSENTATION EN QUADRATURE PARTICULIÈRE

D'après la discussion du paragraphe précédent, il existe une infinité de représentations en quadrature pour un même signal $i(t)$. Ces représentations se diffèrent par le choix du processus $j(t)$ dual de $i(t)$. Ainsi:

$$i(t) = a(t) \cos \omega_0 t - b(t) \sin \omega_0 t$$

où

$$a(t) = i(t) \cos \omega_0 t + j(t) \sin \omega_0 t$$

$$b(t) = j(t) \cos \omega_0 t - i(t) \sin \omega_0 t$$

Le choix du processus dual $j(t)$ impliquant des conséquences heureuses dans notre travail doit être celui qui permet d'obtenir les caractéristiques statistiques les plus naturelles pour les composantes en quadrature $a(t)$ et $b(t)$. Rappelons les propriétés générales suivantes:

$$R_{aa}(\tau) = R_{bb}(\tau) = R_{ii}(\tau) \cos \omega_0 \tau + R_{ij}(\tau) \sin \omega_0 \tau$$

$$R_{ab}(\tau) = -R_{ba}(\tau) = R_{ij}(\tau) \cos \omega_0 \tau + R_{ii}(\tau) \sin \omega_0 \tau$$

Ces propriétés seront simplifiées si l'on arrive à imposer

$$R_{ij}(\tau) = 0 \tag{12}$$

Cette condition (12) signifie tout simplement que le processus dual $j(t)$ soit non-corrélé avec $i(t)$. D'une part pour simplifier le modèle, d'autre part pour renforcer l'approximation gaussienne suggérée par le CCITT, nous choisissons pour le processus dual $j(t)$ un processus gaussien stationnaire indépendant de $i(t)$ tel que:

$$R_{jj}(\tau) = R_{ii}(\tau)$$

ou

$$S_{jj}(\omega) = S_{ii}(\omega) \tag{13}$$

Ce choix du processus dual nous conduit à la représentation en quadrature particulière suivante:

$$i(t) = p(t) \cos \omega_0 t - q(t) \sin \omega_0 t \tag{14}$$

où

$$p(t) = i(t) \cos \omega_0 t + j(t) \sin \omega_0 t$$

$$q(t) = j(t) \cos \omega_0 t - i(t) \sin \omega_0 t$$

$j(t)$ étant un processus gaussien stationnaire indépendant de $i(t)$ et de même densité spectrale de puissance que celle de $j(t)$.

Dans ce cas:

$$R_{pp}(\tau) = R_{qq}(\tau) = R_{ii}(\tau) \cos \omega_0 \tau$$

$$R_{pq}(\tau) = R_{ii}(\tau) \sin \omega_0 \tau$$

Comme $R_{pq}(0) = 0$, il est important d'observer qu'au même instant t , les deux composantes $p(t)$ et $q(t)$ sont non-corrélées, ce qui permet, grâce à l'hypothèse gaussienne, de considérer $p(t)$ et $q(t)$ indépendantes et d'utiliser par la suite la technique de calcul déjà développée dans le rapport précédent [4] pour calculer la probabilité d'erreur de réception.

2.4 CALCUL DE LA PUISSANCE DES COMPOSANTES D'INTERFÉRENCE

Le récepteur étant linéaire et cohérent, (voir fig. 2.3), les composantes I_x et I_y sont facilement obtenues à partir de la représentation en quadrature de $i(t)$:

$$i(t) = p(t) \cos \omega_0 t - q(t) \sin \omega_0 t$$

où

$$R_{pp}(\tau) = R_{qq}(\tau) = R_{ii}(\tau) \cos \omega_0 \tau$$

$$S_{pp}(\omega) = S_{qq}(\omega) = \frac{1}{2} S_{ii}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} S_{ii}(\omega + \omega_0)$$

Comme $S_{ii}(\omega)$ est concentré autour de ω_0 et de $-\omega_0$, $S_{pp}(\omega)$ comprend trois composantes concentrées autour de $2\omega_0$, de 0 et de $-2\omega_0$ (voir fig. 2.4).

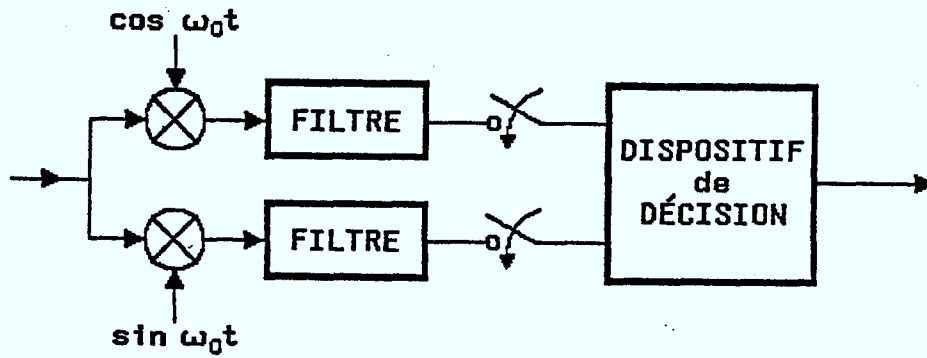


Fig.2.3 Récepteur Qam

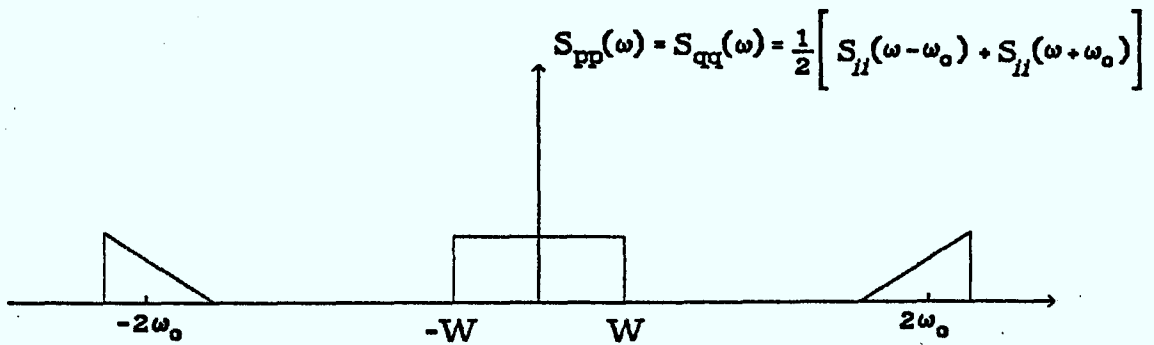
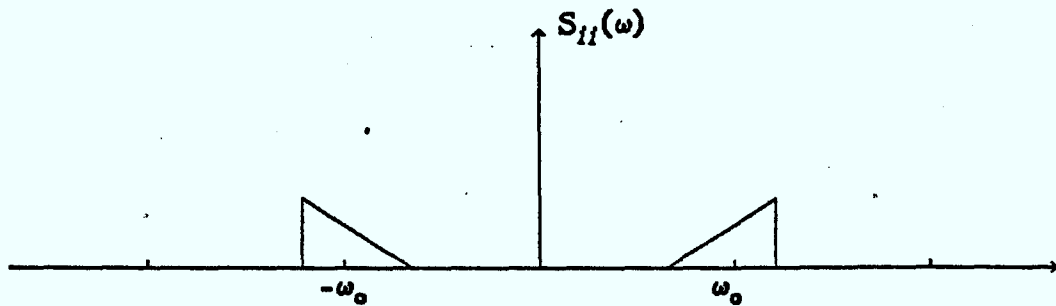


Fig. 2.4 Densités spectrales de puissance de $i(t)$, $p(t)$ et $q(t)$

À la sortie du filtre passe-bas de la branche en phase, nous avons la portion passe-bas $S_{xx}(\omega)$ de la densité spectrale de $z(t) = i(t) \cos \omega_0 t$. Soit la fonction d'autocorrélation

$$R_{zz}(\omega) = E\{z(t) z(t+\tau)\}$$

avec

$$\begin{aligned} z(t) &= p(t) \cos^2 \omega_0 t - q(t) \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t \\ &= \frac{1}{2} [p(t) + p(t) \cos 2\omega_0 t - q(t) \sin 2\omega_0 t] \end{aligned}$$

La portion passe-bas de $z(t)$ correspond à $\frac{1}{2} p(t)$. La densité spectrale $S_{xx}(\omega)$ est donc la composante spectrale de $p(t)$ concentrée autour de l'origine.

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{4} S_{pp}(\omega) \quad (15)$$

Il s'ensuit que la puissance de I_x , la valeur de $x(t)$ à l'instant d'échantillonnage, est donnée par

$$\begin{aligned} P(I_x) &= \frac{1}{4} \int_{-W}^W S_{pp}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \\ &= \frac{1}{4} \int_0^{\infty} S_{ii}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \end{aligned}$$

Référons nous à la figure 2.5 où le spectre de $I(t)$ est montré. $P(I_x)$ est égale à l'intégrale de $S_{II}(\omega)$ sur la bande latérale QAM définie par la surface hachurée D. Notons tout de suite qu'il s'agit de l'intégrale pour la partie des fréquences positives et non à double bande latérale; autrement dit:

$$P(I_x) = D = \frac{1}{4} \int_{\omega_0 - W}^{\omega_0 + W} S_{ii}(\omega) d\omega$$

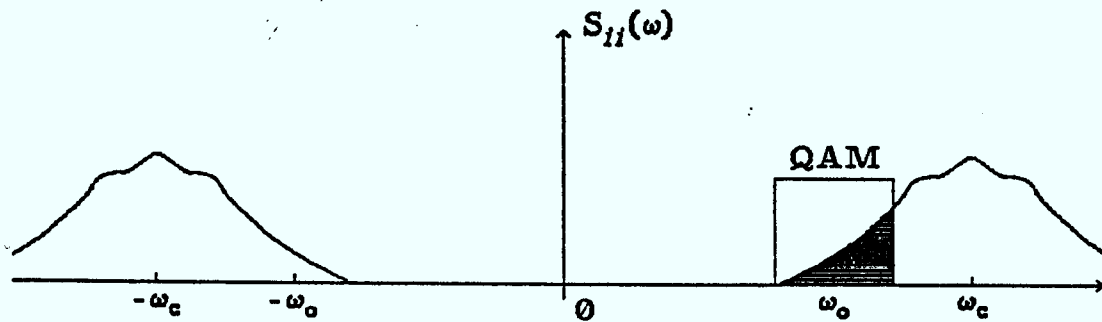


Figure 2.5 - Le spectre du signal d'interférence FDM-FM

On se rappelle que le signal FDM-FM est de la forme:

$$I(t) = I \cos[\omega_c t + \phi(t)]$$

et le signal QAM s'écrit:

$$s(t) = \sum a_k e(t - kT) \cos \omega_0 t + \sum b_k e(t - kT) \sin \omega_0 t$$

Le rapport signal à interférence est défini comme:

$$SIR = \frac{E\{a_k^2 + b_k^2\}}{I^2/2}$$

À l'entrée du circuit de décision, nous avons pour chaque branche du détecteur la présence de trois composantes dues respectivement au signal, à l'interférence et au bruit.

Sous l'hypothèse gaussienne, il suffit alors de calculer la puissance

d'interférence $P(I_x)$, parfaitement définie par la surface D de la figure 2.5. Dans les chapitres suivants, il suffit de déterminer le spectre $S_{II}(\omega)$ pour calculer D. Les autres paramètres caractéristiques seront alors déduits directement des résultats analytiques présentés dans les rapports précédents [4,5]. La performance du récepteur est donc parfaitement caractérisée par le rapport de la puissance du signal dans une branche et la somme de la puissance de l'interférence D et celle du bruit additif B.

2.5 CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre une représentation en quadrature pour caractériser l'interférence due à la présence d'un signal quelconque dans la bande du système QAM. Pour analyser la performance du récepteur, il suffit de déterminer d'abord la densité spectrale de puissance de l'interférence à l'entrée du récepteur. La puissance effective de l'interférence est démontrée égale à la portion de puissance de la composante spectrale unilatérale à l'intérieur de la bande-passante du système. Ainsi, pour calculer la probabilité d'erreur de réception d'un système QAM, en présence d'un signal d'interférence de type FDM-FM, il faut calculer avec précision la densité spectrale de puissance de ce dernier. Cette densité a été calculée pour le cas des interférences à bande large et présentée dans le rapport précédent [4]. Si l'on s'intéresse à l'interférence dans les routes à micro-onde, il faut savoir calculer la densité spectrale des signaux FDM-FM à faibles indices de modulation, ce qui constitue la présentation du chapitre suivant.

Chapitre III

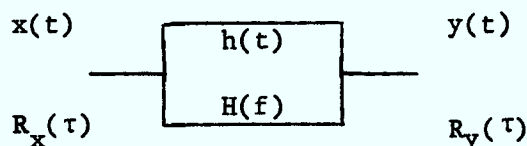
CALCUL DE L'INTERFÉRENCE FDM-FM

3.1 INTRODUCTION

Nous avons vu précédemment qu'il était raisonnable de poser l'hypothèse de distribution gaussienne pour le signal interférant FDM-FM à l'entrée du dispositif de décision du récepteur QAM. L'acceptation de cette hypothèse nous permet de trouver une solution simple et pratique à notre problème d'interférence car celle-ci n'exige que la connaissance du moment d'ordre 1 pour caractériser complètement l'effet du signal FDM-FM. Cela a pour conséquence directe que le calcul de la puissance du signal interférant présent à l'entrée du dispositif de décision, suffira pour déterminer son effet sur la probabilité d'erreur du récepteur QAM. Le reste du travail portera donc sur les différentes méthodes qui nous sont offertes pour calculer cette puissance en fonction des paramètres du récepteur QAM et du signal FDM-FM. Disons pour le moment que nous avons distingué deux approches différentes conduisant à des algorithmes de calcul différents. La première approche que l'on pourrait appeler "approche temporelle" procède à des calculs dans le domaine temporel uniquement. Pour ce qui est de la deuxième approche ou approche fréquentielle, les calculs sont réalisés dans le domaine fréquentiel.

3.2 PRÉSENTATION DES DEUX APPROCHES

Supposons que l'on modélise notre récepteur QAM depuis l'entrée jusqu'au dispositif de décision par un filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$ et de fonction de transfert $H(f)$:



où $x(t)$ et $R_x(\tau)$ sont respectivement notre signal FDM-FM et sa fonction d'autocorrélation.

L'objectif dans l'approche temporelle est de réaliser le calcul de la puissance de $y(t)$ en faisant appel à des opérations dans le domaine temporel.

Plus précisément, on veut calculer:

$$\text{puissance de } y(t) = E\{y^2\} = R_y(0)$$

où $R_y(\tau)$ est la fonction d'autocorrélation de $y(t)$. D'après [1], on trouve:

$$R_y(\tau) = R_x(\tau) \times h^*(-\tau) \times h(\tau)$$

Il faut, à part de $R_x(\tau)$, calculer une double intégrale de convolution et l'évaluer à $\tau = 0$. La détermination de $R_x(\tau)$ ne pose pas de problèmes sérieux si le signal FDM est représenté par une forme analytique simple. Pour ce faire, on pourra utiliser l'expression présentée par Middleton [2].

Pour le cas de l'approche fréquentielle, on détermine $R_y(0)$ par des opérations dans le domaine fréquentiel.

En effet:

$$R_y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} W_y(f) df$$

où $W_y(f)$ est la densité spectrale de $y(t)$ qui peut être calculée par:

$$W_y(f) = |H(f)|^2 \cdot W_x(f)$$

On a donc:

$$R_y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 W_x(f) df$$

Cette approche nécessitera donc le calcul de $W_x(f)$, la densité spectrale FDM-FM, une multiplication des densités spectrales et une intégration.

Le choix de l'une ou l'autre des deux approches se fera en fonction surtout de critères d'analyse numérique tels la précision et la rapidité des calculs et aussi en fonction de la forme de la densité spectrale au niveau du signal modulant FDM. Rappelons tout de suite que quelque soit l'approche utilisée, la complexité des calculs sera certainement considérable si on souligne l'aspect non-linéaire de la modulation FM.

3.3 CHOIX DE L'UNE DES DEUX APPROCHES

Avant de faire le choix de l'une des deux approches, il nous faut être en mesure de calculer $R_x(\tau)$ quelque soit la méthode utilisée. Dans ce sens, nous présentons ici les résultats de Middleton [2]. Si on a:

$$x(t) = A_0 \cos(\omega_0 t - \phi(t))$$

où

$$\phi(t) = D_F V(t) = D_F \int_{t_0}^{t_0+t} \dot{V}(\mu) du$$

On trouve donc:

$$R_x(\tau) = \frac{A_0^2}{2} e^{-D_F^2 \Omega(\tau)} \cos \omega_0 \tau$$

et

$$\begin{aligned}\Omega(t) = R_V(0) - R_V(t) &= \int_0^{\infty} W_V(\omega)(1 - \cos \omega t) d\omega \\ &= \int_0^{\infty} W_V^*(\omega) \frac{(1 - \cos \omega t)}{\omega^2} d\omega\end{aligned}$$

Ici, ω_0 représente la fréquence de la porteuse FM mais vue en bande de base par le récepteur QAM, elle représentera l'écart de fréquence entre les porteuses QAM et FDM-FM.

La difficulté dans le calcul de $R_x(t)$ repose sur $W_V^*(\omega)$. Si celui-ci possède une forme analytique simple telle la forme RC ou rectangulaire le calcul sera presque immédiat. Prenons chacun de ces cas. Pour $W_V^*(a)$ de forme RC, on a:

$$W_V^*(\omega) = \frac{4\psi/\omega_c}{1 + \omega^2/\omega_c^2}$$

On calcule d'abord $\Omega(\mu)$. On obtient par intégration dans le plan complexe:

$$\Omega(\mu) = \frac{\psi}{\omega_c^2} (e^{-|\mu|} + |\mu| - 1) \quad \mu = \omega_c t$$

et

$$R_x(\mu) = \frac{A_0^2}{2} e^{-\mu_F^2} (e^{-|\mu|} + |\mu| - 1) \cos\left(\frac{\Delta\omega\mu}{\omega_c}\right)$$

avec

$$\mu_F^2 = \frac{D_F^2 \psi}{\omega_c^2}$$

On obtient donc une relation simple pour $R_x(t)$.

Si maintenant $W_V^*(\omega)$ est de forme rectangulaire entre les fréquences ω_1 et ω_2 , on aura:

$$\Omega(z) = \frac{1}{\beta - \alpha} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1 - \cos \mu z}{\mu^2} d\mu$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \omega_1 / \omega_m \\ \beta &= \omega_2 / \omega_m \\ z &= \omega_m t \\ \mu &= \omega / \omega_m \end{aligned}$$

et

$$\Omega(z) = \frac{1}{\beta - \alpha} \left[\frac{\beta - \alpha}{\alpha \beta} + \frac{\cos \beta z}{\beta} - \frac{\cos \alpha z}{\alpha} + z S_1(\beta z) - z S_1(\alpha z) \right]$$

où

$$S_1(t) = \int_0^t \frac{\sin x}{x} dx$$

On obtient maintenant une relation passablement plus complexe que la précédente et $S_1(t)$ ne peut être évalué que par des méthodes numériques. Quand $R_x(\tau)$ est déterminé, on peut procéder à la suite de l'analyse. Pour la première approche, il faut évaluer une intégrale double de convolution ce qui n'est pas très aisé. On peut toutefois simplifier le calcul si on considère $h(t)$ comme la réponse impulsionnelle d'un filtre de forme rectangulaire. On obtient alors:

$$R_y(t) = R_x(\tau) \times h(\tau) \times h(\tau) = R_x(\tau) \times h(\tau)$$

à un facteur multiplicatif près. Donc

$$R_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau - t) h(t) dt$$

et

$$R_y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(t) h(t) dt$$

Ce dernier résultat semble intéressant car il ne reste qu'une intégration simple à réaliser. Toutefois, dépendant de l'allure de $R_x(\tau)$, cette intégration si simple soit-elle peut devenir très lente à converger. Ceci se produira si $R_x(\tau)$ est oscillatoire et décroît très lentement.

Pour la deuxième approche, la complexité du calcul repose sur l'évaluation de $W_x(f)$ la densité spectrale du signal FDM-FM. Le calcul de $W_x(f)$

conduit en général à évaluer une série de convolutions d'ordre multiple demandant passablement de temps de calcul. Toutefois, pour un signal modulant dont la densité spectrale est de forme RC, on peut obtenir $W_x(f)$ très simplement. En effet, il faut évaluer

$$W_x(\beta) = \frac{A_0^2}{\omega_c} \int_0^{\infty} \cos \beta \mu e^{-\mu_F^2 (e^{-|\mu|} + |\mu| - 1)} d\mu \quad \beta = \frac{\omega - \Delta\omega}{\omega_c}$$

Cette dernière intégrale pouvant être résolue à l'aide de table d'intégrales, cela donne finalement une série comme suit:

$$W_x(\beta) = \frac{A_0^2}{\omega_c} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\mu_F^2)^n (\mu_F^2 + n)}{n! [\beta + (\mu_F^2 + n)^2]}$$

Cette série converge assez bien pour μ_F^2 pas trop faible et pas trop élevée. Le calcul a été réalisé et des résultats sont présentés à la figure 3.1. On notera ici la décroissance très lente des densités spectrales quel que soit μ_F^2 . On verra plus loin que ce résultat est très différent lorsqu'on a un signal FDM de forme rectangulaire. En effet, une densité spectrale de forme rectangulaire au niveau du signal FDM conduit à une décroissance beaucoup plus rapide de $W_x(f)$. Ceci nous a amené à faire un choix entre ces deux formes simples de densités spectrales FDM. En effet, quoique le calcul soit très simple à réaliser pour le cas de la forme RC, cette forme demeure un modèle peu fidèle pour représenter un signal FDM. D'abord, par le fait qu'il y a continuité de la densité spectrale sur toute l'échelle des fréquences, y compris la fréquence zéro, et ensuite par le fait du faible taux de décroissance de la densité spectrale dépassant la fréquence maximale de la bande. Si on considère ces deux points, une densité spectrale rectangulaire est un modèle beaucoup plus proche d'un signal FDM réel. En effet, un signal FDM est constitué d'un ensemble de canaux (vocaux pour le cas de la téléphonie), multiplexé en fréquence de telle sorte qu'il n'y aura pas de composante significative aux basses fréquences et que la décroissance de la densité spectrale résultante sera très rapide au-delà de la fréquence maximale.

DENSITE SPECTRALE FDM-FM

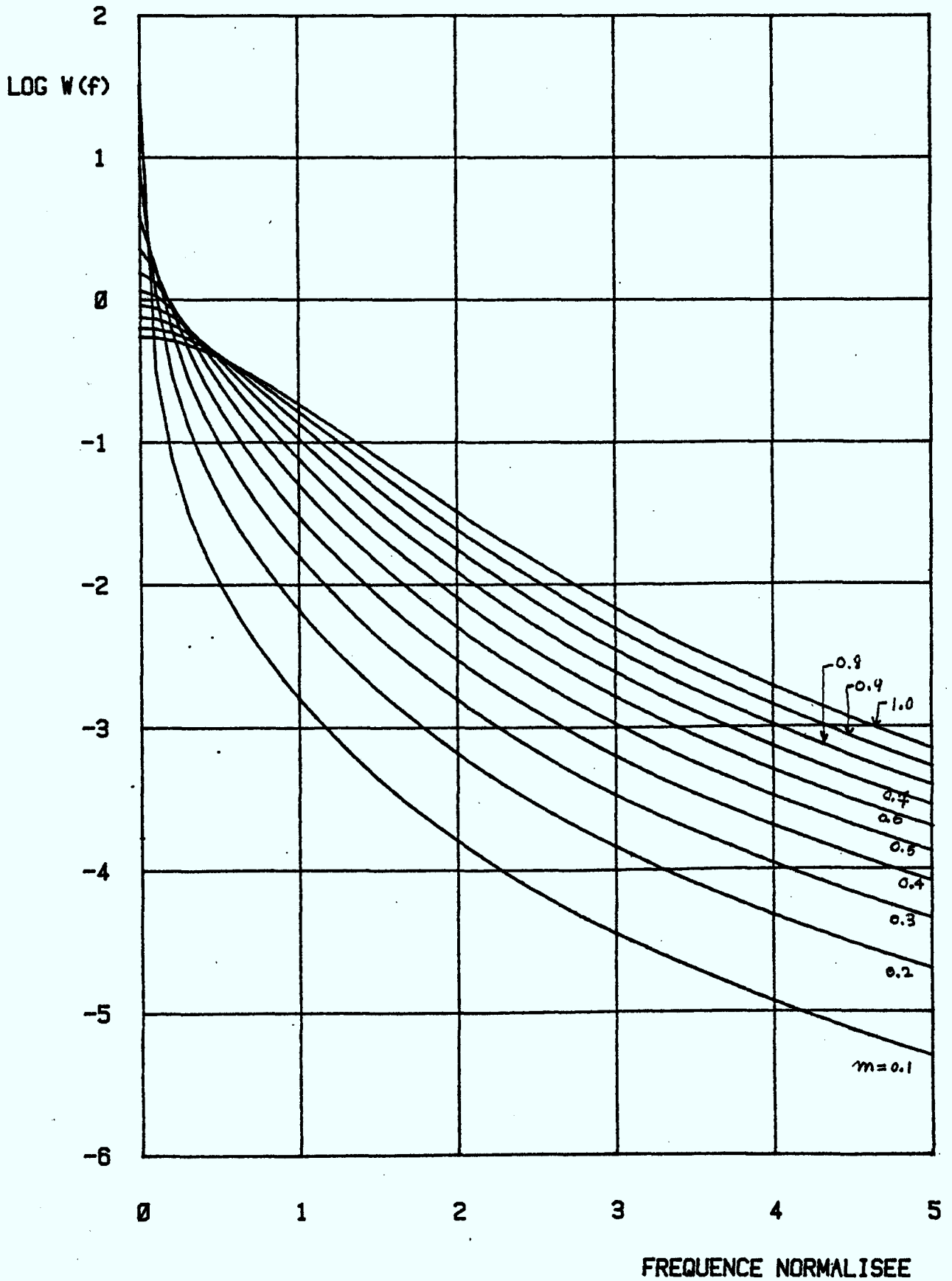


Figure 3.1

Nous verrons maintenant que le choix d'une densité spectrale FDM de forme rectangulaire nous permettra de déterminer quelle approche on utilisera.

Examinons maintenant plus en détail la première approche en ayant comme modèle de signal FDM, une densité spectrale rectangulaire et comme modèle de récepteur QAM, un filtre idéal de largeur B.

Pour un filtre idéal de largeur B, on peut trouver facilement l'expression de $h(t)$. On a:

$$h(t) = B \frac{\sin \pi Bt}{\pi Bt}$$

On trouvera donc pour $R_y(0)$:

$$R_y(0) = \frac{A_0^2}{2} B \int_{-\infty}^{\infty} e^{-D_F^2 \Omega(t)} \cos \Delta \omega t \frac{\sin \pi Bt}{\pi Bt} dt$$

On observe immédiatement l'allure oscillatoire de l'intégrant et sa décroissance peu rapide. En fait, la décroissance de l'intégrant dépend beaucoup de l'exponentielle qui, pour des indices D_F^2 faibles, aura une décroissance très lente et non monotone. Cette décroissance faible est accentuée encore plus par $\Omega(t)$ résultant d'un signal FDM rectangulaire. En effet, cette forme donnera à $\Omega(t)$ une décroissance très lente.

Toutes ces observations nous laissent entrevoir des difficultés numériques considérables qui nous ont permis finalement d'opter pour la deuxième approche. Cependant, nous verrons que la deuxième approche comporte, elle aussi, des problèmes numériques importants. L'avantage de l'approche fréquentielle c'est qu'elle nous ouvre la porte à l'emploi de la FFT qui est un algorithme très efficace au niveau des temps de calcul.

3.4 OPTIONS OFFERTES DANS LE CALCUL DE $W_x(f)$

En ce qui concerne le calcul de $R_y(0)$ par l'approche fréquentielle,

tout repose sur la connaissance de $W_x(f)$. Pour ce faire, il existe plusieurs options disponibles.

3.4.1 Développement de $\Omega(t)$ en série de Taylor

On a vu précédemment que pour un signal modulant de densité spectrale rectangulaire, on avait $\Omega(t)$ comme suit:

$$\Omega(t) = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2} d\omega$$

que l'on peut développer sous forme de série de Taylor:

$$\Omega(t) = s_2 t^2 + a_4 t^4 + \dots + a_{2n} t^{2n}$$

et

$$-D_p^2 \Omega(t) = -D_p^2 a_2 t^2 - D_p^2 (a_4 t^4 + \dots + a_{2n} t^{2n})$$

donc

$$W_x(\beta) = \frac{A_0^2}{a_2} \int_0^\infty e^{-at^2} \cos \beta t (1 + a_4 t^4 + \dots) dt$$

Chaque terme de la série est une intégrale de la forme:

$$\int_0^\infty e^{-az^2/2} \cos bz z^{2k} dz = \pi(-1)^k a^{-k-\frac{1}{2}} \phi^{(2k)}(b/\sqrt{a})$$

où

$$\phi^{(k)}(x) = (-1)^k H_k(x) \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}}$$

Cette approche semble intéressante mais elle ne vaut que pour des indices de

modulation élevés. En effet, chaque terme de la série est constitué par un polynôme d'Hermite dont l'argument est inversement proportionnel à "a" qui est une mesure de l'indice de modulation. Donc, si "a" est faible, l'argument des polynômes devient grand, la valeur des polynômes devient grande et la série converge difficilement.

3.4.2 Calcul de la transformée de Fourier par intégration numérique

L'idée ici est de calculer $W_x(\gamma)$ par intégration directe:

$$W_x(\gamma) = \frac{A_0^2}{\omega_m} \int_0^{\infty} e^{-D_F^2 \Omega(z)} \cos \gamma z \, dz \quad \gamma = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_m}$$

Cette approche pourrait fonctionner adéquatement si l'indice de modulation n'était pas trop faible et si on s'intéressait seulement aux basses fréquences du spectre. Ce qui n'est pas notre cas car dans notre problème d'interférence les extrémités du spectre sont très importants de même que le calcul de la densité spectrale pour les indices faibles.

La difficulté provient du fait que $W_x(\beta)$ est en général de forme discontinue pour des indices faibles. Ce qui fait que l'intégrale qui la génère sera très lente à converger aux abords de ces discontinuités.

Une approche mixte consisterait à développer l'exponentielle en série de Taylor et à isoler les deux premiers termes constitués par la porteuse et la densité spectrale du signal modulant.

$$W_x(\gamma) = \frac{A_0^2}{\omega_m} \int_0^{\infty} (1 - D_F^2 \Omega(z)) \cos \gamma z \, dz + \frac{A_0^2}{\omega_m} \int_0^{\infty} F(z) \cos \gamma z \, dz$$

Nous pensons que la deuxième intégrale serait plus facile à évaluer par le fait d'y avoir enlevé les termes de discontinuités les plus difficiles à manipuler.

3.4.3 Développement en série de convolutions

On a vu précédemment que $\Omega(t) = R_V(0) - R_V(t)$. Nous allons maintenant développer $W_X(\omega)$ sous forme de série de convolutions:

$$\Omega(t) = R_V(0) [1 - \bar{R}_V(t)] = R_V(0) - R_V(0)\bar{R}_V(t)$$

$$\bar{R}_V(t) = \frac{R_V(t)}{R_V(0)} \qquad R_\phi(0) = R_V(0) D_F^2$$

$$\qquad R_\phi(t) = R_V(t) D_F^2$$

donc

$$W_X(\omega) = A_0^2 \int_0^\infty e^{-D_F^2 \Omega(t)} \cos(\omega - \Delta\omega) dt$$

$$W_X(\omega) = A_0^2 e^{-R_\phi(0)} \int_0^\infty e^{R_\phi(0)\bar{R}_V(t)} \cos(\omega - \Delta\omega) dt$$

$$W_X(\omega) = A_0^2 e^{-R_\phi(0)} \int_0^\infty \left[1 + R_\phi(0)\bar{R}_V(t) + \frac{R_\phi^2(0)}{2!} \bar{R}_V^2(t) + \right.$$

$$\left. + \dots + \frac{R_\phi^n(0)}{n!} \bar{R}_V^n(t) \right] \cos(\omega - \Delta\omega) dt \qquad \gamma = \omega - \Delta\omega$$

$$W_X(\gamma) = A_0^2 e^{-R_\phi(0)} \left[\delta(\gamma) + R_\phi(0)\bar{W}_V(\gamma) + \frac{R_\phi^2(0)}{2!} \bar{W}_V(\gamma) \times \bar{W}_V(\gamma) + \dots + \right.$$

$$\left. + \frac{R_\phi^n(0)}{n!} \bar{W}_V(\gamma)^{n-1} \times \bar{W}_V(\gamma) \right] \qquad (1)$$

Plusieurs méthodes sont disponibles pour nous permettre de calculer $W_X(\gamma)$.

- 1) On peut évaluer chaque terme de la série en calculant sa transformée de Fourier par intégration directe dans le temps.
- 2) On peut évaluer chaque terme par le calcul direct des convolutions par des intégrales multiples.

- 3) On peut évaluer chaque convolution par des convolutions numériques.
- 4) On peut évaluer les différentes convolutions par l'emploi de la FFT.
- 5) On peut utiliser une combinaison de ces différentes méthodes pour chaque terme de la série.

Pour la première méthode, nous pensons qu'elle serait utilisable seulement pour les termes d'ordre élevé ($n > 5$). Toutefois, la difficulté demeure lorsque l'on veut évaluer les extrémités du spectre de ces termes.

Pour la deuxième méthode, celle-ci n'est praticable que pour les termes d'ordre 1 jusqu'à 3 au maximum, car les temps de calculs deviennent rapidement excessifs. Cette méthode est celle qui nous permet de contrôler, avec le plus de certitude, la précision du résultat.

Pour la troisième méthode, celle-ci demeure peu précise et peu efficace même pour un grand nombre de points d'échantillonnages surtout dans les extrémités du spectre.

Pour la quatrième méthode, elle devient surtout intéressante pour les termes de convolutions d'ordre moyen et élevé. De plus, la FFT est un algorithme hautement efficace, de sorte que son emploi pour un nombre de points élevé demeure possible. Toutefois, la précision est difficile à déterminer et doit être vérifiée par une méthode exacte telle que la deuxième méthode.

Donc, il semble qu'une combinaison de ces différentes méthodes, appliquée à chaque terme en fonction de ses caractéristiques, serait la meilleure solution. C'est en fait la solution que nous avons adoptée. On calcule les trois premières convolutions par des intégrales numériques et tous les autres termes en appliquant la FFT et en vérifiant la précision par la méthode directe.

Par différents essais et pour des considérations d'espace mémoire et

de temps de calcul, il s'est avéré qu'une FFT à 1024 points était suffisante pour les besoins et donnait une précision relative de 4 décimales.

De plus, par la FFT, le résultat du calcul peut être conservé en mémoire. De cette façon, il n'est pas nécessaire de refaire le calcul des différentes convolutions pour chaque valeur de la densité spectrale que l'on veut évaluer. En effet, il suffira d'interpoler entre les valeurs déjà calculées par une formule simple si la résolution est suffisante. Toutefois, si l'indice de modulation devient moyennement élevé, le nombre de termes nécessaires pour que la série converge deviendra grand et on atteindra vite les limites de la capacité mémoire de l'ordinateur. Pour des indices jusqu'à 0,5, 16 termes suffisent et avec une FFT de 1024 points, il n'y a pas de problème d'espace.

3.5 CALCUL DE $W_x(\omega)$

3.5.1 Calcul des premiers termes

Chaque terme de la série est de la forme:

$$\frac{R_{\phi}^n(0)}{n!} \bar{W}_V(\gamma)^{n-1} \times \bar{W}_V(\gamma)$$

où $\bar{W}_V(\gamma)$ est la densité spectrale normalisée du signal FDM qui est en l'occurrence un signal de densité spectrale rectangulaire entre les fréquences ω_1 et ω_2 à laquelle on ajoute une préaccentuation standard. Notons en passant que dans notre calcul toutes les fréquences sont normalisées par rapport à ω_m , la fréquence maximale de la bande occupée par le signal modulant. Dans la majorité des cas, on posera $\omega_2 = \omega_m$ et ω_1 faible. Dans les résultats présentés plus loin, on a posé $\omega_1 = .05$. Ce choix demeure quelque peu arbitraire car en pratique on peut avoir des valeurs bien plus faibles. Toutefois, pour des raisons d'ordre numérique, on ne peut pas utiliser une valeur trop faible et de toutes manières, sous un certain seuil, ce

paramètre n'a plus tellement d'influence sur la forme de la densité spectrale FDM-FM.

Pour ce qui est de la préaccentuation, on utilisera l'approximation suivante:

$$p(\gamma) = 0,4 + 1,35 \gamma^2 + 0,75 \gamma^4 \quad \text{pour } \alpha < \gamma < \beta$$

Donc, comme on l'a dit précédemment, nous allons calculer les premiers termes de convolution par des intégrales multiples jusqu'à l'intégrale triple car au-delà les temps de calculs deviennent excessifs. Les termes suivants seront calculés par FFT.

Nous allons maintenant décrire la technique de calcul de ces intégrales. Notre but ici est d'obtenir le plus de précision possible car ce sont les termes les plus importants dans la série pour des indices faibles.

Pour ce faire, examinons la figure 3.2 où α et β sont les fréquences normalisées à ω_m . On voit que $\bar{W}_V(\gamma)$ est constitué de deux morceaux notés C_{01} et \bar{C}_{01} . Donc, d'après cette notation, on aura:

$$\bar{W}_V(\gamma) = C_{01} + \bar{C}_{01} = C_0$$

Si on examine la première convolution de $\bar{W}_V(\gamma)$ avec lui-même, on obtient:

$$\begin{aligned} \bar{W}_V(\gamma) \quad \bar{W}_V(\gamma) &= C_0 \quad C_0 = C_1 \\ &= (C_{01} \quad \bar{C}_{01}) \quad (C_{01} \quad \bar{C}_{01}) \\ &= C_{01} \quad C_{01} + 2C_{01} \quad \bar{C}_{01} + \bar{C}_{01} \quad C_{01} \\ &= C_{11} + 2C_{12} + \bar{C}_{11} \end{aligned}$$

À la figure 3.3, on peut voir le résultat de cette première convolution et les trois morceaux générés, occupants des bandes précises que l'on notera C_{11} , C_{12} et \bar{C}_{11} . L'utilité d'une telle segmentation réside dans un meilleur contrôle de la précision. Chacun de ces morceaux peut être calculé par une intégrale simple comme suit:

$$C_{11}(\gamma) = \int C_0(\gamma-u)C_{01}(u)du$$

$$C_{12}(\gamma) = \int C_{01}(\gamma-u)\bar{C}_{01}(u)du$$

$$C_{11}(\gamma) = C_{11}(-\gamma)$$

On peut continuer de la sorte le calcul pour les termes d'intégration double et triple. On obtient:

$$C_2 = C_{21} + 3C_{22} + 3\bar{C}_{22} + \bar{C}_{21}$$

$$C_3 = C_{31} + 4C_{32} + 6C_{33} + 4\bar{C}_{32} + \bar{C}_{31}$$

Maintenant, si on développe chacun de ces termes, on a:

$$C_{21}(\gamma) = \int C_{11}(\gamma-u)C_{01}(u)du$$

$$C_{22}(\gamma) = \int C_{12}(\gamma-u)C_{01}(u)du$$

$$C_{22}(\gamma) = C_{22}(-\gamma) \quad \text{et} \quad \bar{C}_{21} = C_{21}(\gamma)$$

On a aussi:

$$C_{31}(\gamma) = \int C_{21}(\gamma-u)C_{01}(u)du, \quad \bar{C}_{31}(\gamma) = C_{31}(-\gamma)$$

$$C_{32}(\gamma) = \int C_{22}(\gamma-u)C_{01}(u)du, \quad \bar{C}_{32}(\gamma) = C_{32}(-\gamma)$$

$$C_{33}(\gamma) = \int C_{22}(\gamma-u)\bar{C}_{01}(u)du$$

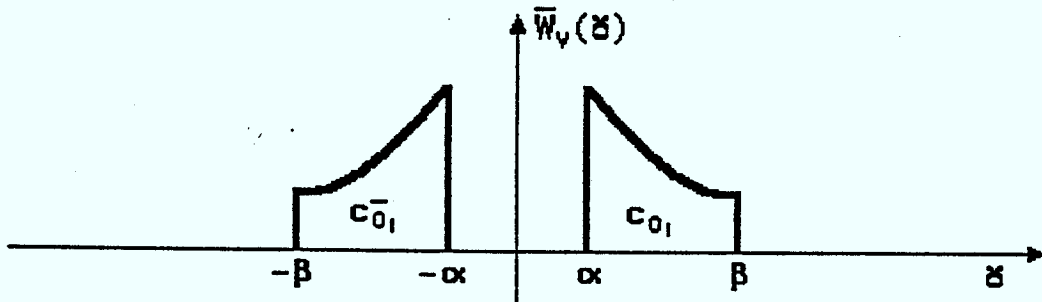


Fig. 3.2 Densité spectrale FDM-FM normalisée

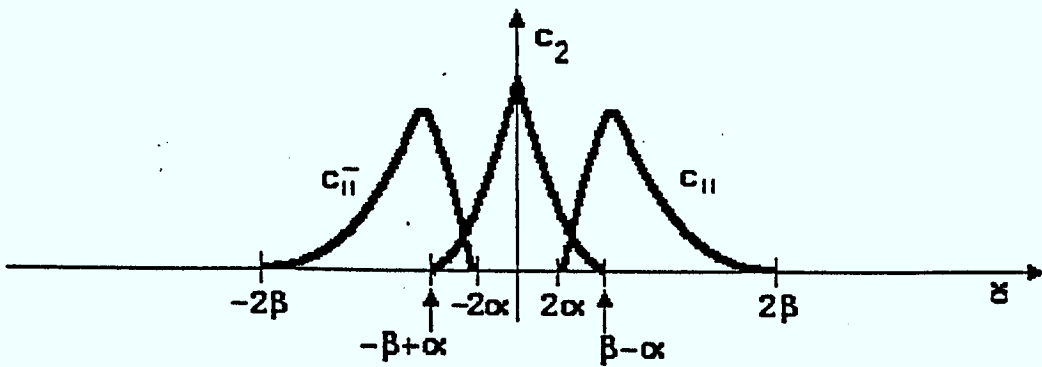


Fig. 3.3 Forme des trois termes obtenus par la 1^{ère} convolution

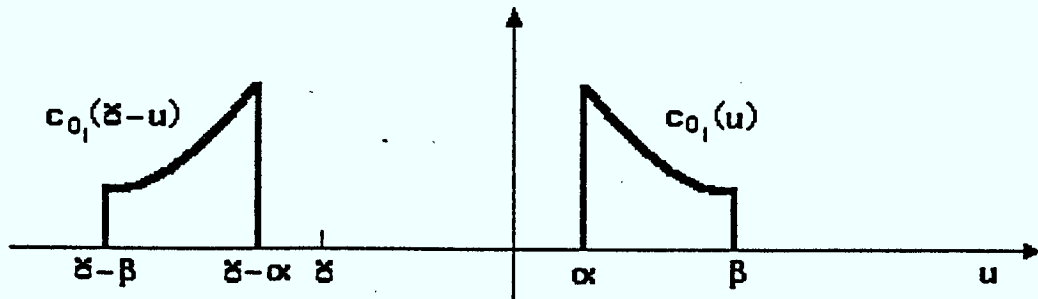


Fig. 3.4 Convolution de \$c_{01}\$ avec lui-même

On a donc une procédure pour calculer des intégrales multiples avec une formule d'intégration simple. Pour être certain de la précision maintenant, il importe d'examiner avec soin les bornes d'intégration. Prenons le cas le plus simple du calcul de C_{11} .

$$C_{11} = \int C_{01}(\gamma-u)C_{01}(u) du$$

On sait que le calcul d'une telle convolution correspond à faire glisser les deux morceaux l'un par rapport à l'autre. Examinons la figure 3.4. Si

$\gamma < 2\alpha$	$C_{11} = 0$
$2\alpha < \gamma < \beta + \alpha$	$C_{11} = \int_{\alpha}^{\gamma-\alpha} C_{01}(\gamma-u)C_{01}(u) du$
$\beta + \alpha < \gamma < 2\beta$	$C_{11} = \int_{\gamma-\beta}^{\beta} C_{01}(\gamma-u)C_{01}(u) du$
$2\beta < \gamma$	$C_{11} = 0$

Il est donc possible de déterminer d'avance les portions non nulles de la fonction à intégrer afin de pouvoir intégrer seulement sur ces portions, de sorte qu'en prenant une formule d'intégration donnant une précision suffisante pour le pire cas, on est sûr de la précision pour toutes les valeurs de γ . On ne veut cependant pas utiliser une formule nous donnant une précision trop grande car les temps de calcul ici sont critiques surtout pour le calcul de C_3 . Nous avons donc réalisé le calcul avec une formule de Gauss d'ordre 20. Celle-ci nous donne une précision de 8 décimales dans le pire cas.

L'ensemble de ces calculs est réalisé en PASCAL par les routines H, C01, C11, C12, C21, C22, C31, C32, C33, C0, C1, C2, C3 et SOM.

H contient la fonction de préaccentuation et SOM réalise une intégrale simple par la méthode de Gauss. On réalise l'intégrale multiple en passant la fonction $G(z)$ en argument de SOM.

3.5.2 Calcul des autres termes par FFT

Il faut maintenant déterminer les autres termes à l'aide de la FFT. Pour ce faire, il suffit de calculer $\bar{R}_V(t)$ et ses puissances croissantes pour $n > 4$ et appliquer la FFT adéquatément sur chaque terme.

On a vu précédemment que l'expression de $\bar{R}_V(t)$ sans préaccentuation était:

$$\bar{R}_V(t) = \frac{\alpha\beta}{\beta-\alpha} \left[\frac{\cos \alpha t}{\alpha} - \frac{\cos \beta t}{\beta} + t S_1(\alpha t) - t S_1(\beta t) \right]$$

où

$$S_1(x) = \int_0^x \frac{\sin u \, du}{u}$$

Donc, le calcul de $\bar{R}_V(t)$ dépendra surtout de $S_1(x)$ qui ne peut être évalué que par des méthodes numériques. La difficulté numérique ici provient du fait que la borne d'intégration est variable et peut devenir très grande. Pour résoudre ce problème, on évalue $S_1(k\pi)$ pour k variant entre 0 et 2000 ou une plage suffisante pour contenir le domaine des valeurs que l'on s'attend à utiliser dans les calculs. Ensuite, il ne reste qu'à calculer une intégrale simple dont la plage d'intégration est au maximum égale à π . En effet, si $x = k\pi + x_0$,

$$S_1(x) = \int_0^{k\pi+x_0} \frac{\sin u \, du}{u} = \int_0^{k\pi} \frac{\sin u \, du}{u} + \int_{k\pi}^x \frac{\sin u \, du}{u}$$

De cette manière, on peut contrôler facilement la précision du résultat en utilisant une formule d'intégration d'ordre fixe. Avec une formule de Gauss d'ordre 20, on est assuré d'une précision d'au moins 16 décimales dans le pire cas. Avec k variant entre 0 et 2000, on peut appeler la fonction $S_1(x)$ avec toute valeur de x entre 0 et 2000π .

Pour le cas de la préaccentuation, on obtient une expression un peu plus complexe pour $\bar{R}_V(t)$ mais la précision du résultat dépend toujours de la

fonction $S_1(x)$. Ce calcul est réalisé par la fonction KN. Précisons un peu l'expression obtenue. On a

$$\bar{R}_V(t) = \frac{R_V(t)}{R_V(0)}$$

où

$$R_V(t) = \frac{1}{\beta - \alpha} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{p(u) \cos ut \, du}{u^2}$$

et

$$R_V(0) = \frac{1}{\beta - \alpha} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{p(u) \, du}{u^2}$$

avec $p(u) = 0,4 + 1,35 u^2 + 0,75 u^4$.

Si on explicite ces résultats, on obtient finalement:

$$\begin{aligned} R_V(t) = & \frac{1}{\beta - \alpha} \left[0,4 \left(\frac{\cos \alpha t}{\alpha} - \frac{\cos \beta t}{\beta} + t \{ S_1(\alpha t) - S_1(\beta t) \} \right) \right. \\ & + 1,35 \left(\frac{\sin \beta t}{t} - \frac{\sin \alpha t}{t} \right) + 0,75 \left(\frac{2\beta}{t^2} \cos \beta t - \frac{2\alpha}{t^2} \cos \alpha t \right) \\ & \left. + 0,75 \left(\frac{\beta^2}{t} \sin \beta t - \frac{\alpha^2}{t} \sin \alpha t \right) + \frac{1,5}{t} (\sin \alpha t - \sin \beta t) \right] \end{aligned}$$

et

$$R_V(0) = \frac{1}{\beta - \alpha} \left[\frac{0,4(\beta - \alpha)}{\beta \alpha} + 1,35(\beta - \alpha) + 0,25(\beta^3 - \alpha^3) \right]$$

On peut remarquer que la complexité des expressions s'accroît considérablement, mais cette dernière forme est tout de même préférable à l'expression intégrale qui la précède à cause de l'intégrant qui est difficile à manipuler lorsque t devient grand. Ces dernières expressions, quoique fastidieuses, donnent un résultat dont la précision est facilement prévisible.

Pour la suite du calcul, il faut savoir appliquer la FFT sur le vecteur généré par KN. Il faut déterminer ici T la période d'échantillonnage et N le nombre de points de la FFT. On peut poser aussi les restrictions suivantes:

$$NT = \frac{2\pi m}{\omega_1} \quad \text{et} \quad \frac{2\pi}{T} > 2n\omega_2$$

où n est l'ordre du terme dans la série de convolution et m est un multiple de la fréquence la plus basse contenue dans $\overline{R}_V(t)$. Il faut choisir m pour obtenir une résolution suffisante. En effet,

$$r = \omega_1/m = \frac{2\pi}{NT}$$

La fenêtre fréquentielle $2\pi/T$ doit être suffisamment large pour contenir le résultat de chaque terme sans recouvrement. Si on combine les deux expressions qui précèdent, on obtient:

$$m < \frac{\omega_1}{\omega_2} \left(\frac{N}{2n} \right)$$

Donc, si N est fixé à 1024 points, on est en mesure de calculer m. En fait, on prend pour m le plus grand entier inférieur ou égal au membre de droite. Une fois n déterminé, il suffit de calculer T par:

$$T = \frac{2\pi m}{\omega_1 N}$$

Ce calcul est réalisé dans la fonction TERM et le résultat est conservé dans les registres R4 à R15. La valeur de la variable N dans cette fonction détermine l'ordre du terme à calculer.

Lors de l'exécution du programme, il est nécessaire de calculer un nombre de termes suffisant afin que la série converge dans la plage d'indice de modulation voulue. En ce qui nous concerne, pour des indices inférieurs à 0,5, 16 termes suffisent pour assurer une convergence d'au moins 6 décimales dans le pire cas.

Si on veut maintenant calculer les valeurs de ces densités spectrales en tout point, il faudra interpoler à l'aide de celles obtenues par la FFT en utilisant une méthode simple d'interpolation linéaire. Ceci est réalisé en pratique par la fonction INTER. Cette méthode toutefois donnera de bons résultats à condition d'avoir une résolution fréquentielle suffisante au niveau de la FFT.

3.5.3 Calcul final de la densité spectrale FDM-FM

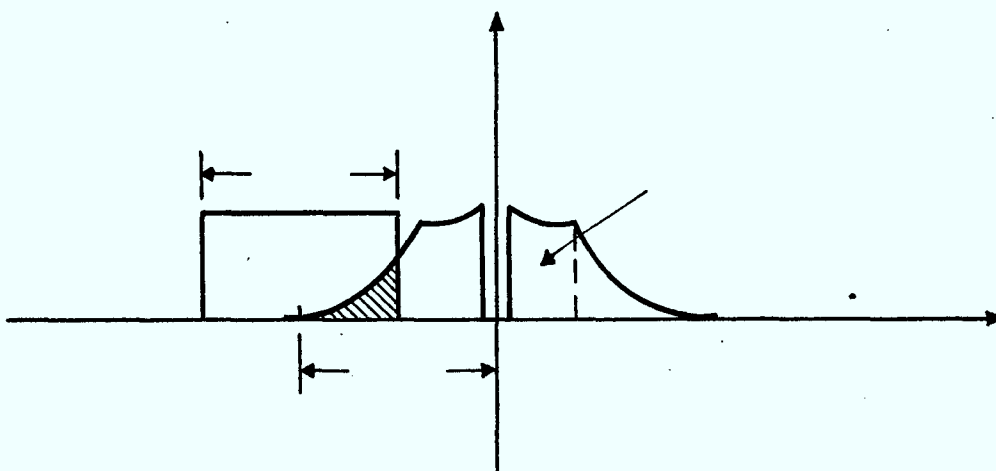
Le calcul final de la densité spectrale $W_x(\gamma)$ se ramènera au calcul de la somme de chaque terme de la série selon la méthode présentée. Ceci est réalisé par la fonction SPECTRE.

Notons que dans ce calcul, la porteuse n'est pas incluse pour faciliter la suite du calcul qui consistera à intégrer la densité spectrale obtenue à l'intérieur de la bande du récepteur QAM. Celle-ci sera incluse lors de ce calcul dans la fonction POWER.

Les résultats obtenus par la fonction SPECTRE pour différentes valeurs de m sont présentés aux figures 3.5 à 3.8 pour fin de comparaison avec ceux publiés dans [3]. De cette façon, il a été possible de vérifier l'exactitude de nos calculs jusqu'à ce point.

3.6 CALCUL DE LA PUISSANCE DU SIGNAL INTERFÉRANT

Maintenant que l'on est en mesure de calculer numériquement la densité spectrale d'un signal FDM-FM modélisé en bande de base par un spectre de forme rectangulaire, il ne reste qu'à déterminer la puissance de ce signal à l'entrée du dispositif de décision du récepteur QAM. Pour ce faire, on prendra pour modèle de récepteur QAM, un filtre rectangulaire de largeur $2B$. Il suffira donc avec ce modèle d'intégrer la densité spectrale obtenue précédemment dans cette bande B , comme on peut le voir à la figure suivante:



Ce calcul est réalisé par la fonction POWER. En pratique, le calcul final est plus complexe afin de maximiser la précision du résultat avec une formule d'intégration d'ordre raisonnable. Afin de réaliser cet objectif, il convient de faire attention aux discontinuités qui pourraient être présentes à l'intérieur de la bande d'intégration, lorsque l'indice de modulation est faible. En effet, s'il existe un saut important à l'intérieur de la bande d'intégration, ceci aura pour effet de ralentir considérablement la convergence dans le calcul de l'intégrale. Pour pallier cet inconvénient, il est nécessaire de diviser l'intervalle d'intégration à la position fixée par ces discontinuités et d'appliquer l'intégrale sur chaque portion séparée et faire la somme. De la même façon, la puissance de la porteuse est ajoutée après le calcul de l'intégrale si celle-ci est à l'intérieur de la bande. Comme on peut le voir dans la fonction POWER, ceci augmente considérablement la complexité du calcul. Toutefois, ceci est nécessaire si on désire que le résultat ait une quelconque signification. La précision finale dépend de la formule d'intégration utilisée qui est une formule de Gauss d'ordre 10 lorsque l'on intègre plusieurs morceaux séparés et une formule d'ordre 20 lorsqu'il n'y a pas de discontinuités à l'intérieur de la bande. Nous pensons que le résultat final est précis à 4 décimales au moins.

DENSITE SPECTRALE FDM-FM AVEC PRE-ACCENTUATION (M=0.104)

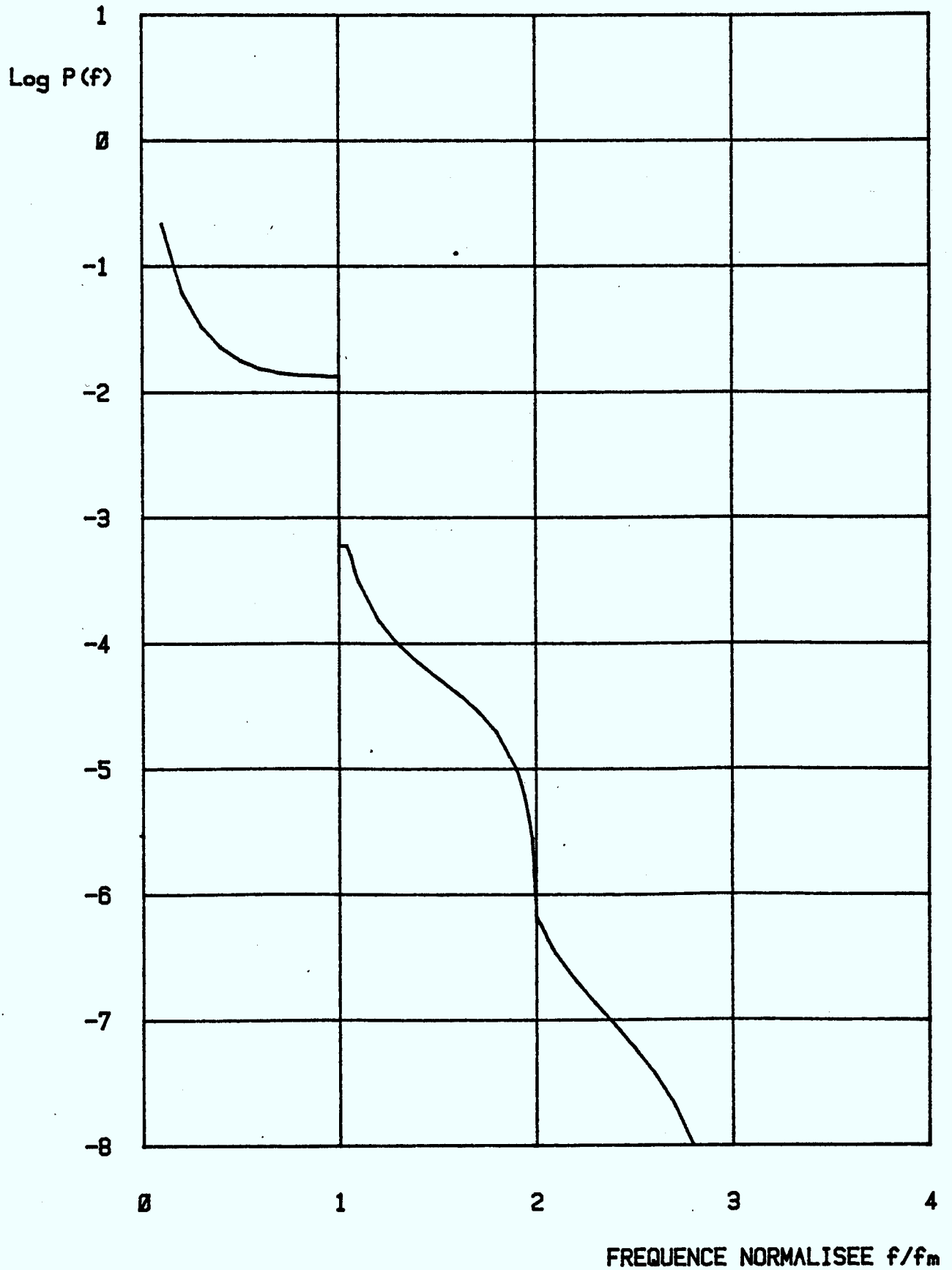


Figure 3.5

DENSITE SPECTRALE FDM-FM AVEC PRE-ACCENTUATION ($M=0.224$)

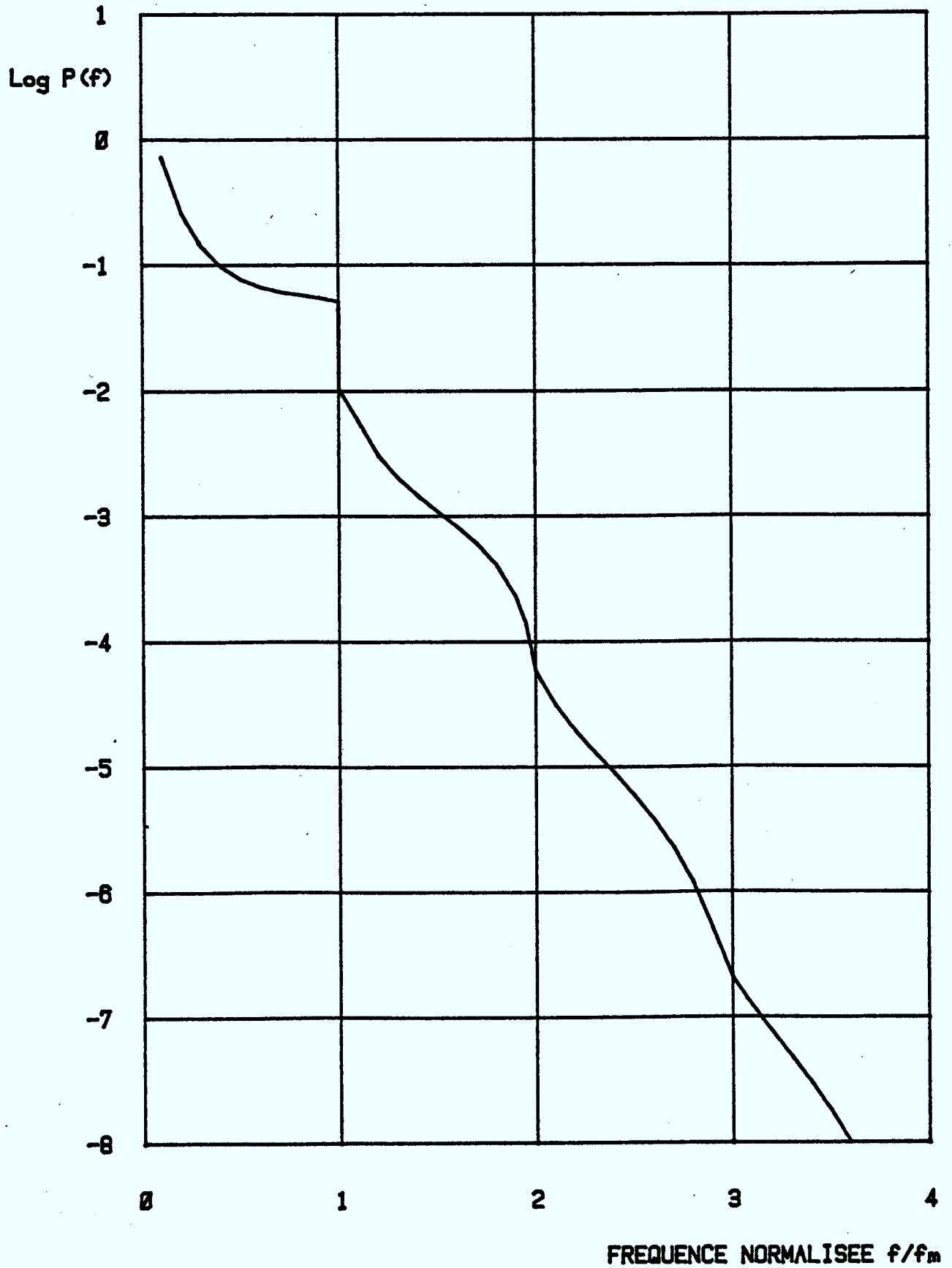


Figure 3.6

DENSITE SPECTRALE FDM-FM AVEC PRE-ACCENTUATION ($M=0.348$)

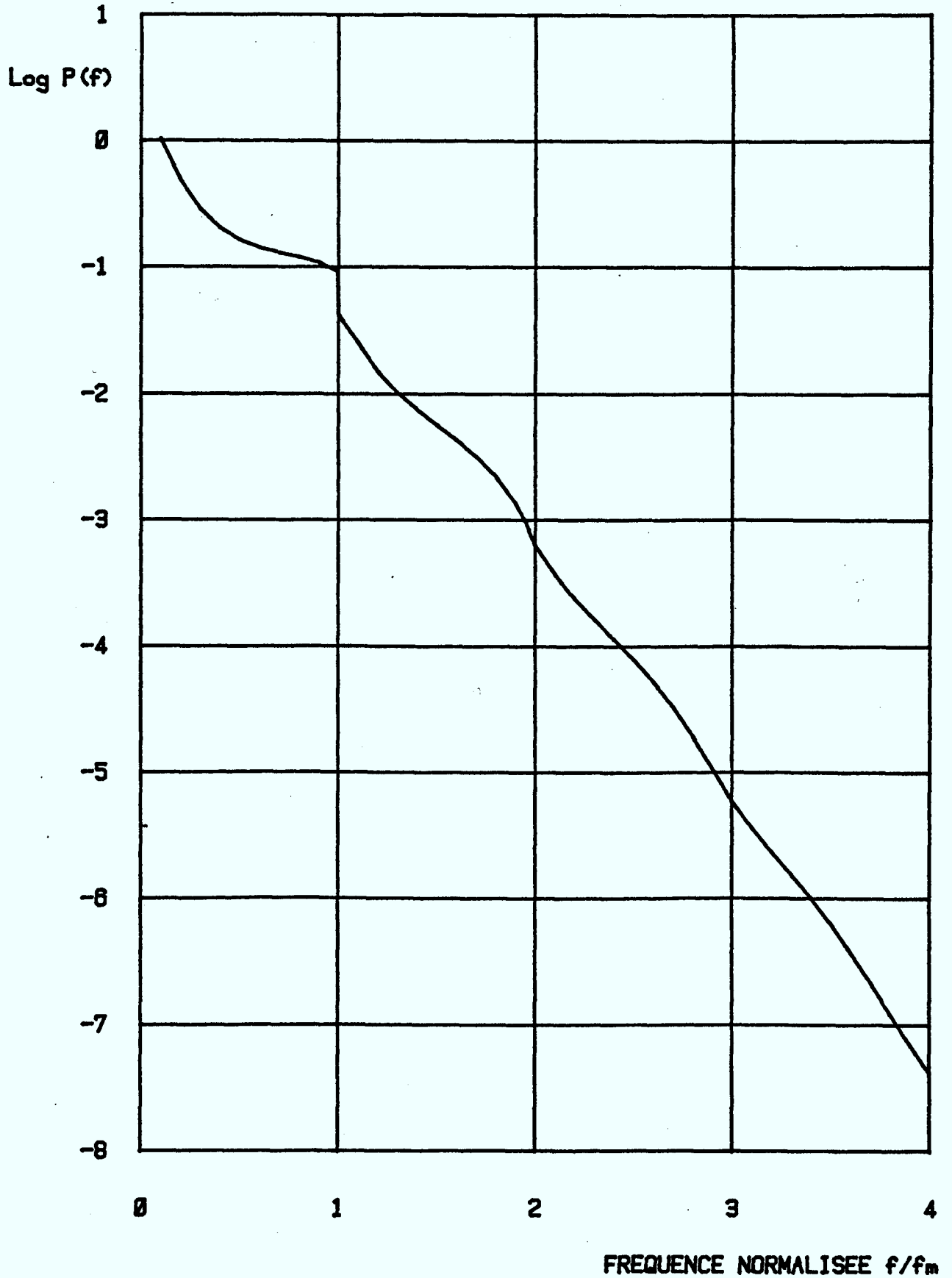


Figure 3.7

DENSITE SPECTRALE FDM-FM AVEC PRE-ACCENTUATION ($M=0.548$)

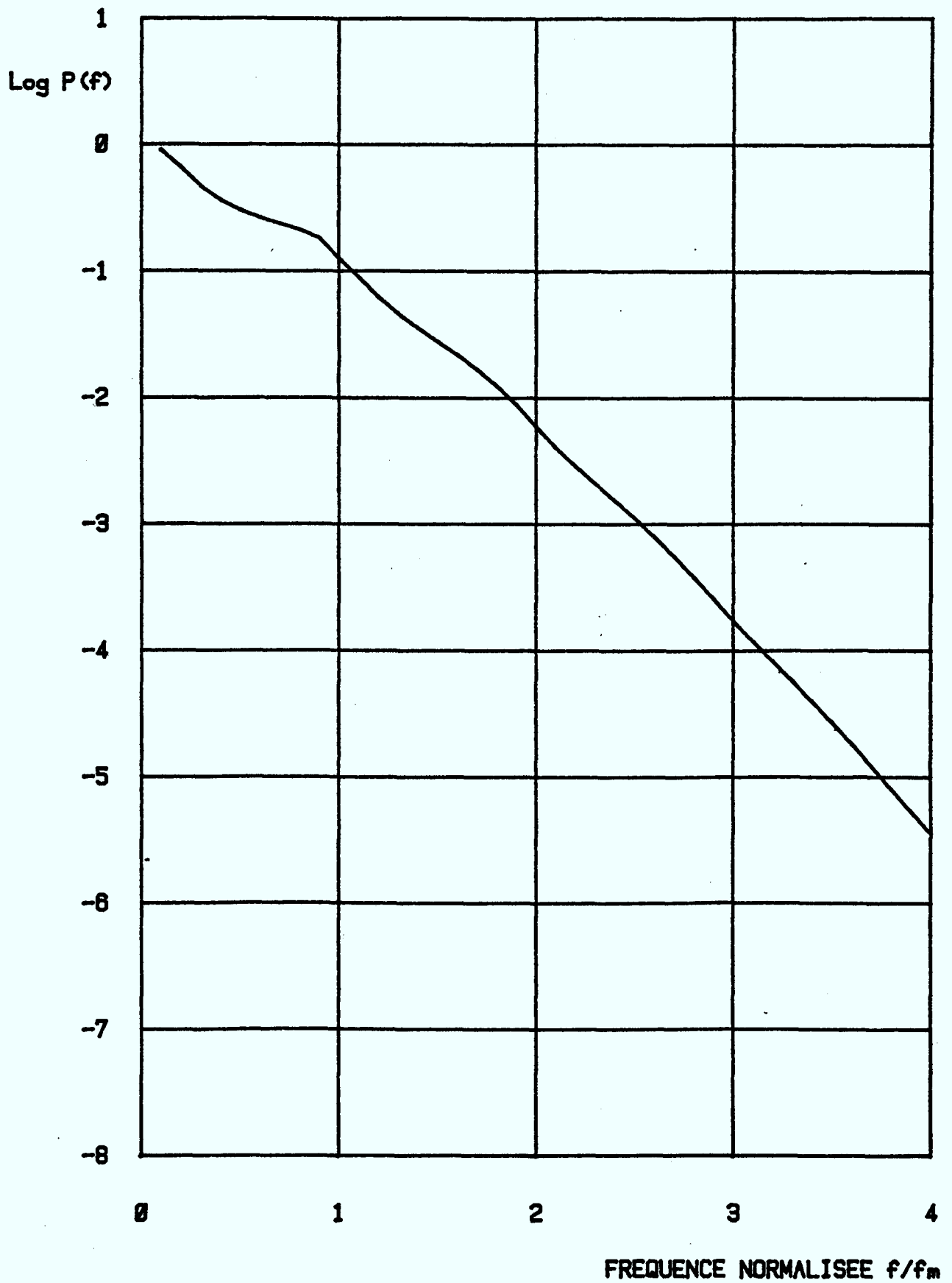


Figure 3.8

Chapitre IV

RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

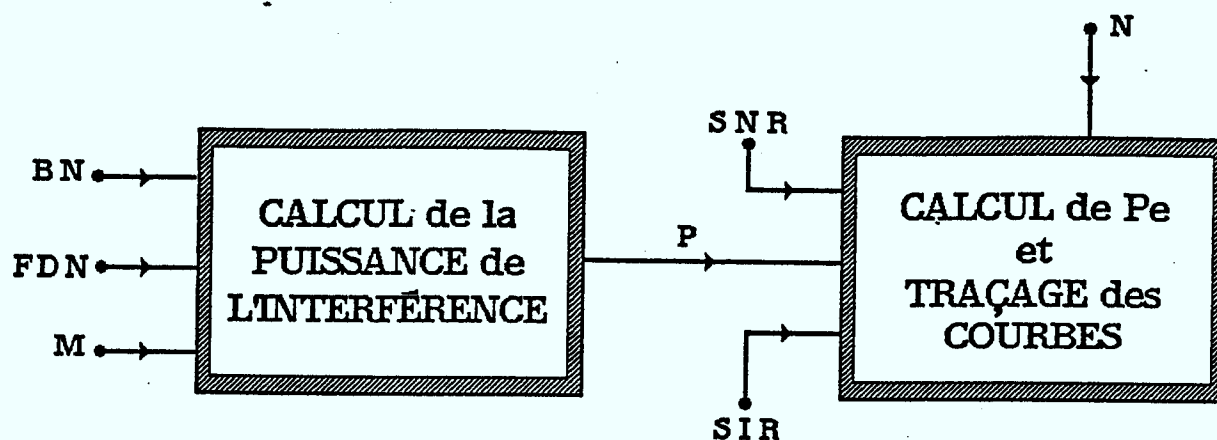
4.1 INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit en détails la démarche que nous avons entreprise dans le but de trouver une méthode de calcul efficace afin de déterminer la puissance du signal FDM-FM dans la bande du récepteur QAM. Après quelques essais et recherches, nous avons opté pour une méthode de calcul reposant sur une approche fréquentielle. Cette approche conduit inévitablement au calcul de la densité spectrale du signal interférant FDM-FM. Pour ce faire, nous avons examiné plusieurs algorithmes de calcul et avons retenu le calcul par série de convolutions multiples à cause de la rapidité de la convergence pour des indices de modulation faibles. Finalement, pour atteindre une précision suffisante et un temps de calcul raisonnable, les premiers termes de la série ont été obtenus par intégration directe des convolutions. Pour les termes d'ordre plus élevé, les convolutions multiples ont été obtenues à l'aide de la FFT. De cette façon, on peut s'assurer d'une précision d'au moins 6 décimales dans le calcul de la densité spectrale FDM-FM sans que le temps de calcul soit excessif. Il faut ensuite obtenir la puissance de l'interférence entrant dans le récepteur QAM. On y arrive facilement par intégration directe de la densité spectrale FDM-FM entre les bornes délimitées par la largeur de bande du récepteur QAM et ceci, avec une précision d'au moins 4 décimales.

Une fois ce calcul effectué, il nous faut donc trouver la probabilité d'erreur résultante au niveau du récepteur QAM. Ce calcul est relativement simple du fait que notre interférence peut être assimilée à un signal de distribution gaussienne. Les détails de la procédure de calcul de P_e sont très bien présentés dans le rapport qui a précédé celui-ci [4].

4.2 PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Nous avons donc réalisé le calcul de P_e pour les récepteurs QAM-4, 16 et 64 en fonction des paramètres SNR, SIR, FDN, BN et M. Ces courbes sont présentées en Annexe A. On remarquera que celles-ci sont toutes présentées de la même façon soit P_e en fonction de SNR pour différentes valeurs de SIR. Cette façon d'afficher les résultats nous a été imposée par différents facteurs pratiques reliés aux facilités disponibles pour les fins de calcul et de traçage des courbes. En fait, la partie la plus lourde du calcul consiste à déterminer la puissance normalisée P du signal FDM-FM entrant dans le récepteur QAM. Ceci a été réalisé en langage PASCAL sur le système de traitement par lots de l'université Laval. Sur ce système, la puissance de calcul est adéquate mais les capacités graphiques limitées. La suite du calcul, par contre, est relativement simple et peut être effectué sur un microordinateur possédant de bonnes capacités de traçage de courbes. Pour bien saisir ce qui vient d'être dit, il suffit d'examiner la figure suivante:



Système de traitement
par lots (mainframe)

micro-ordinateur
(HP-85 avec traceur de courbes)

Les valeurs de P obtenues sur le premier système doivent bien sûr être transportées d'une manière quelconque sur le second système. Les trois paramètres FDN, BN et M affichés dans le coin supérieur droit des courbes sont représentatifs de chaque valeur de P qui a été utilisée lors de traçage des courbes sur le microordinateur.

Dans toutes les courbes présentées, on a fixé la valeur de BN à 1. Ceci correspond à la situation où les deux systèmes (FDM-FM et QAM) sont de même niveau hiérarchique. Pour FDN nous avons choisi quelques valeurs un peu arbitrairement mais qui demeurent certainement très intéressantes. FDN = 0 correspond à une interférence centrée. FDN = 0,5 correspond à une interférence décentrée à l'intérieur de la bande. FDN = 1 à 2 correspond à une interférence hors bande. Pour M, l'indice de modulation FDM-FM, nous avons choisi les valeurs de 0,2, 0,3, 0,4 et 0,5. Afin de garantir une précision acceptable, nous sommes contraints, avec le nombre de termes utilisés dans le calcul de la série, de ne pas dépasser $M = 0,5$. Toutefois, il est possible de dépasser cette valeur si l'ordinateur le permet, mais il faudra augmenter le nombre de termes de la série, et par conséquent, le nombre de vecteurs calculés par FFT et gardés en mémoire.

Toutes les courbes présentées en Annexe ont la même allure et seules les échelles diffèrent. Ces résultats correspondent effectivement à ce que l'on doit s'attendre quand on modélise l'interférence par un processus gaussien. Elles sont d'ailleurs très similaires aux courbes présentées dans les travaux précédents sauf qu'elles correspondent à une situation très différente et doivent être interprétées dans les conditions imposées par le problème.

4.3 DISCUSSIONS

Si on examine les résultats présentés en Annexe A, on peut faire quelques remarques. Prenons le cas où l'interférence est centrée (FDN = 0).

On peut observer une amélioration sensible de P_e à mesure que l'on augmente M . Ceci est normal car plus M est élevé, de plus en plus de puissance de l'interférence est introduite dans les "sideband" et n'entre pas dans le récepteur QAM. On peut observer sensiblement la même chose pour $FDN = 0,5$. Pour $FDN = 1$ toutefois, la situation est inversée et on observe une détérioration de P_e à mesure que l'on augmente M . Cette détérioration s'amplifie à mesure que l'on augmente FDN , mais devient moins sensible à M . Par exemple, prenons le cas du QAM-4 et $SIR = 10$ dB pour $FDN = 1$ et $FDN = 1,5$ à $P_e = 10^{-5}$, lorsque M vaut de 0,2 à 0,5. Pour $FDN = 1$, on note une détérioration de 6 dB alors qu'à $FDN = 1,5$ la détérioration n'est que de 1 dB. Ceci signifie simplement que plus l'écart entre les porteuses FDM-FM et QAM est grand, moins sensible est P_e aux variations d'indice de modulation de l'interférence. De plus, comme on l'a observé, si l'interférence est à l'intérieur de la bande, on observe une amélioration de P_e avec M alors qu'à l'extérieur de la bande, on observe une détérioration de P_e avec M .

Aussi, on peut observer l'effet de l'interférence sur P_e en fonction de la dimension de l'espace des signaux. Prenons le cas du QAM-4 et du QAM-16 et une interférence centrée avec $SIR = 20$ dB. Si on fait passer M de 0,2 à 0,5, on obtient une amélioration du SNR de 2 dB pour le QAM-16 alors que l'effet est presque nul sur le QAM-4. Donc, on voit que plus on augmente la dimension de l'espace des signaux, plus le système QAM est sensible aux variations au niveau de l'interférence. Ceci est tout à fait conforme à ce à quoi l'on devrait s'attendre.

En ce qui concerne l'allure générale des courbes, on observe que pour $SNR \ll SIR$, P_e est une fonction décroissante en fonction de SNR . Cela signifie que l'interférence a peu d'effet sur P_e par rapport au bruit de canal. Par contre, lorsque $SIR \gg SNR$, P_e tend vers une valeur constante déterminée par le niveau de SIR . On a alors la situation inverse où le bruit de canal a un effet négligeable sur P_e par rapport à l'interférence. Ce qui explique d'une manière générale l'allure des courbes.

Chapitre V

CONCLUSION

Nous présentons dans ce rapport une méthodologie générale pour analyser les performances des récepteurs QAM en présence des interférences provenant des systèmes FDM-FM opérant dans les bandes de fréquence voisines. Cette méthodologie est basée sur une perception réaliste d'une situation pratique. En effet, dans les systèmes de détection cohérente, à la place des filtres adoptés, on trouve des filtres passe-bas suivis d'échantillonneurs qui opèrent en milieu des "bands". Avec cette technique de détection, le signal d'interférence, modélisé par une représentation en quadrature, passe au moins deux fois à travers un filtre linéaire de largeur de bande relativement faible. La sortie de ce filtre, renforcée par les caractéristiques de la modélisation, peut être raisonnablement assimilée à un processus gaussien.

Cette hypothèse gaussienne permet de calculer la probabilité d'erreur des récepteurs QAM d'une manière directe car le problème se réduit principalement à calculer la puissance de ce processus gaussien à la sortie des échantillonneurs. Pour ce faire, il suffit alors de déterminer la densité spectrale des signaux FDM-FM et évaluer ensuite la portion de sa puissance se trouvant dans la bande du récepteur principal QAM.

Pour des indices de modulation élevés, la densité spectrale FDM-FM est simplement de forme gaussienne et les résultats correspondants ont été présentés dans le rapport précédent [4]. Ce cas correspond effectivement à la situation rencontrée dans la transmission par satellite. Pour des indices proches de l'unité, ce comportement gaussien reste encore très perceptible. Toutefois, quand cet indice prend des valeurs moyennement faibles (entre 0,2 et 0,5) comme c'est le cas dans les liaisons de ligne à vue micro-onde, le calcul devient rapidement complexe. Nous avons développé une technique

numérique efficace pour traiter le problème dans de telles situations. Cette technique combine des calculs directs de convolution de faible degré, avec des calculs de convolution de degré élevé par FFT. Avec un peu d'attention, cette technique permet d'atteindre une précision très satisfaisante. Nous avons implémenté cette méthode sur le système de traitement par lot de l'université Laval par un programme écrit en langage PASCAL. Ce programme présenté en Annexe B est suffisamment documenté pour permettre à quiconque de l'employer efficacement. Ce programme est utilisé en conjugaison avec d'autres déjà développés dans le passé [4,5] pour calculer la probabilité d'erreur des récepteurs QAM.

Les résultats obtenus pour le cas d'un signal d'interférence FDM-FM de même niveau hiérarchique que celui du système QAM interféré ($BN = 1$), sont présentés sous forme de familles de courbes en fonction de paramètres universels normalisés. Ces familles de courbes peuvent être utilisées avec confiance par les ingénieurs de gestion du spectre du ministère. Plus important encore, l'ensemble des programmes présentés peuvent être utilisés pour obtenir des résultats concrets correspondant à des situations pratiques qui les concernent en choisissant pour les paramètres normalisés, des valeurs numériques précises représentant la situation en question.

Bibliographie

- [1] A. Papoulis, "Probability, Random Variables and Stochastic Process", McGraw-Hill, 2nd Edition 1984.

- [2] D. Middleton, "An Introduction to Statistical Communication Theory", McGraw-Hill, 1960.

- [3] "Methods for determining interference in terrestrial radio-relay systems and systems in the fixed-satellite service", Report 388-4.

- [4] H.T. Huynh, R. Gagnon, D. Angers, "Études des défauts systématiques et naturels dans les réseaux de communications - Phase II: Analyse de la performance des récepteurs QAM en présence d'un signal d'interférence FM", Université Laval, Québec.

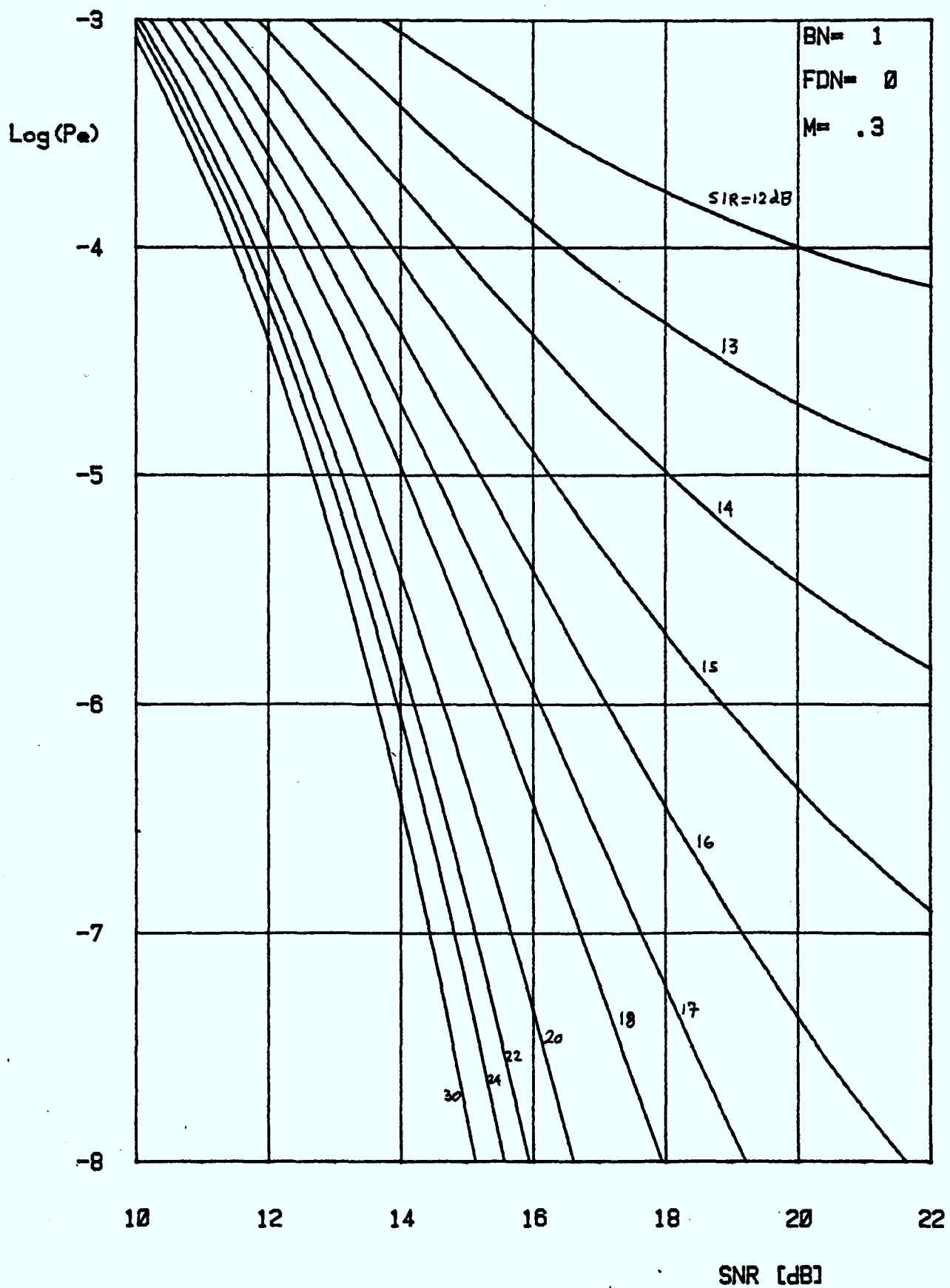
- [5] H.T. Huynh, P. Fortier, "Étude des défauts systématiques et naturels dans un réseau à micro-onde - Phase I: Synthèse bibliographique", Université Laval, Québec.

Définition des termes

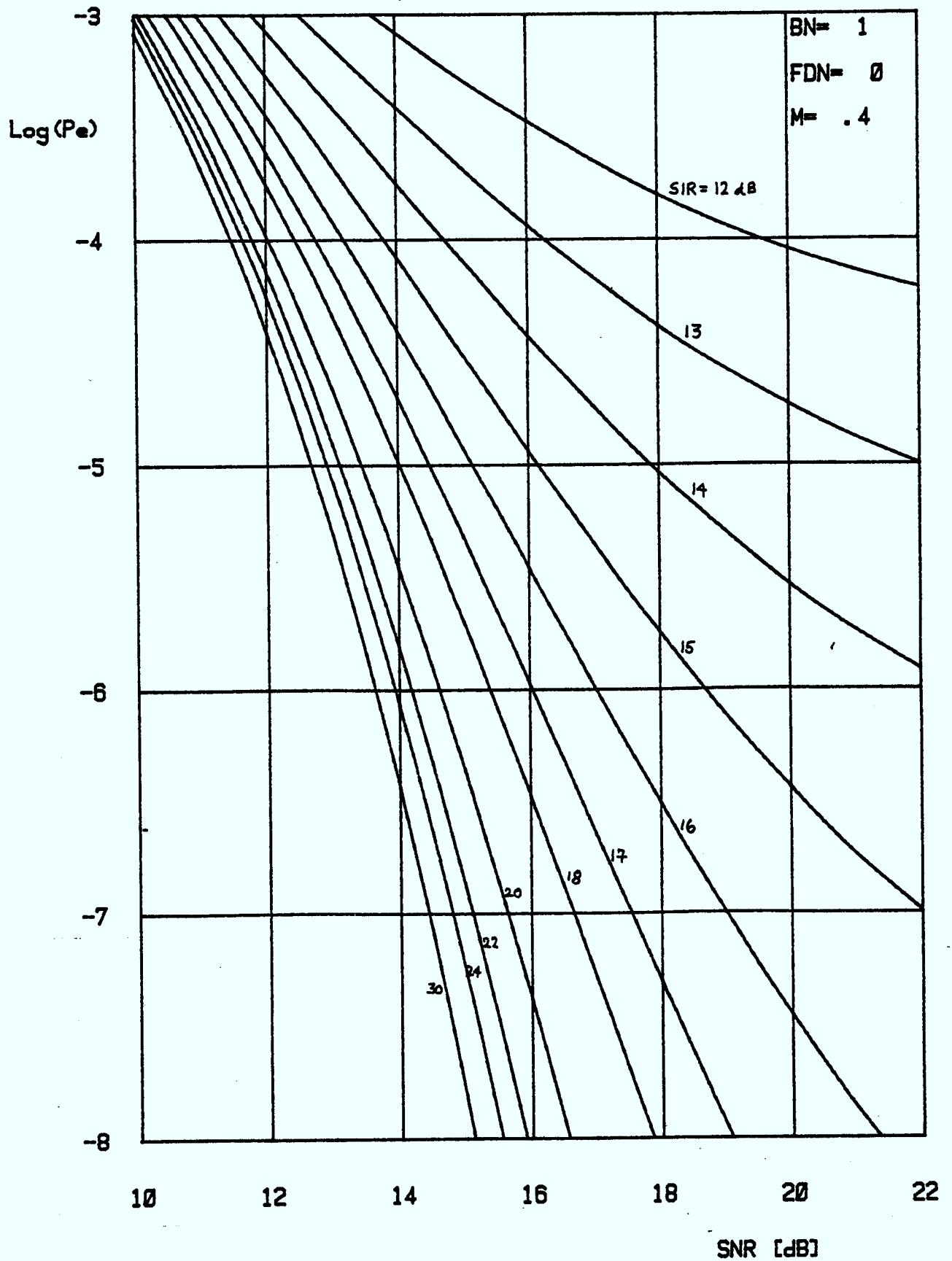
- $x(t)$: signal FDM-FM interférant à l'entrée du récepteur QAM
- $R_x(t)$: autocorrélation de $x(t)$
- $y(t)$: signal FDM-FM interférant à l'entrée du dispositif de décision du récepteur QAM
- $R_y(t)$: autocorrélation de $y(t)$
- $W_x(\omega)$: densité spectrale de $x(t)$
- $W_y(\omega)$: densité spectrale de $y(t)$
- $\Delta\omega$: écart de fréquence entre les porteuses QAM et FDM-FM
- $h(t)$: réponse impulsionnelle passe-bas du récepteur QAM
- $H(\omega)$: fonction de transfert passe-bas du récepteur QAM
- $V(t)$: signal modulant de la phase de $x(t)$
- $\dot{V}(t)$: signal modulant de la fréquence de $x(t)$
- $W_V(\omega)$: densité spectrale de la phase de $x(t)$
- $W_{\dot{V}}(\omega)$: densité spectrale de la fréquence instantanée de $x(t)$
- $R_V(t)$: autocorrélation de $V(t)$
- ω_c : fréquence de coupure à -3 dB de la densité spectrale de forme RC
- B : largeur de bande du récepteur QAM
- D_F : déviation de fréquence RMS de la porteuse FDM-FM
- μ_F : indice de modulation obtenu pour $W_{\dot{V}}(\omega)$ de type RC

ANNEXE A

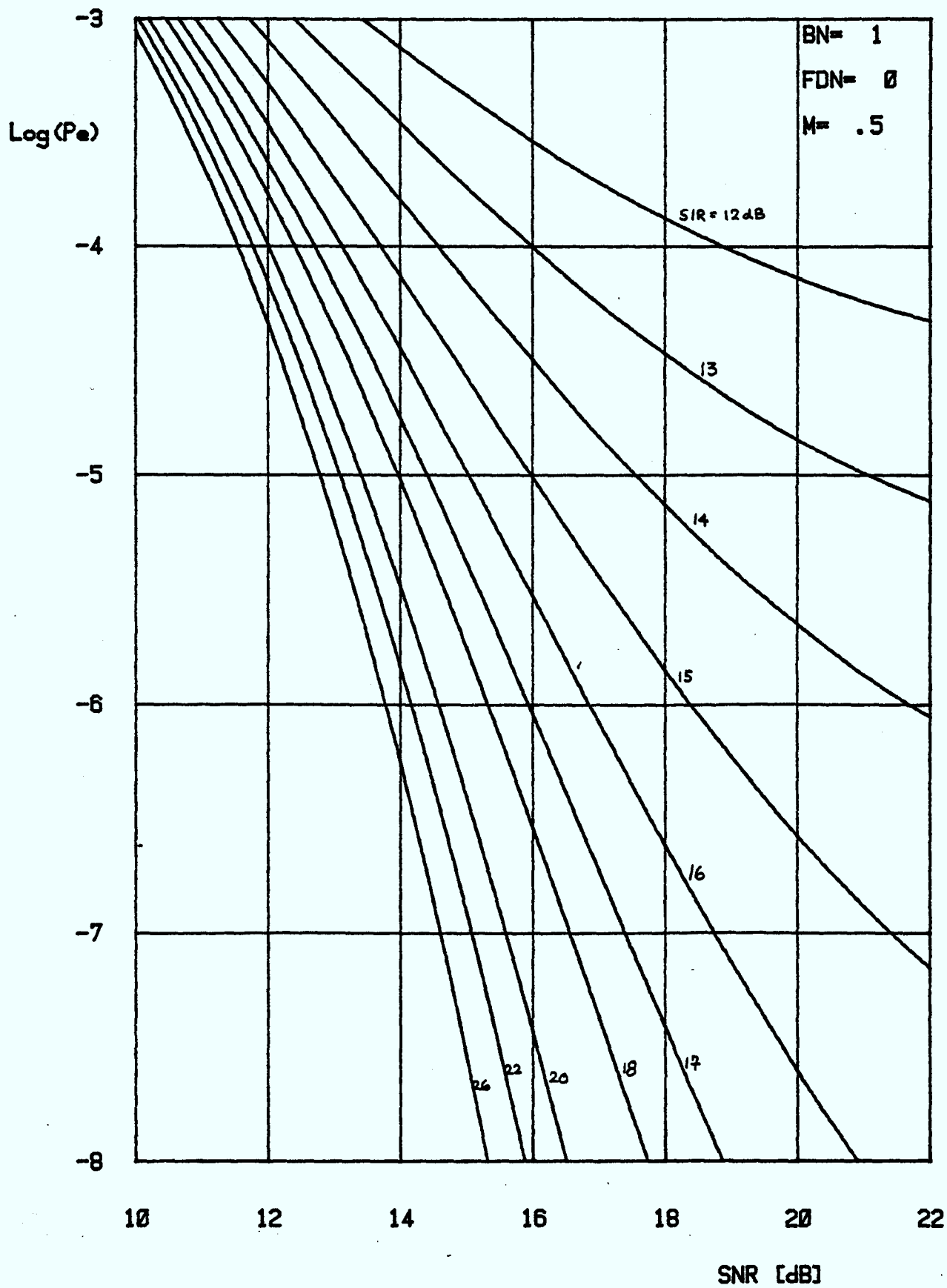
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



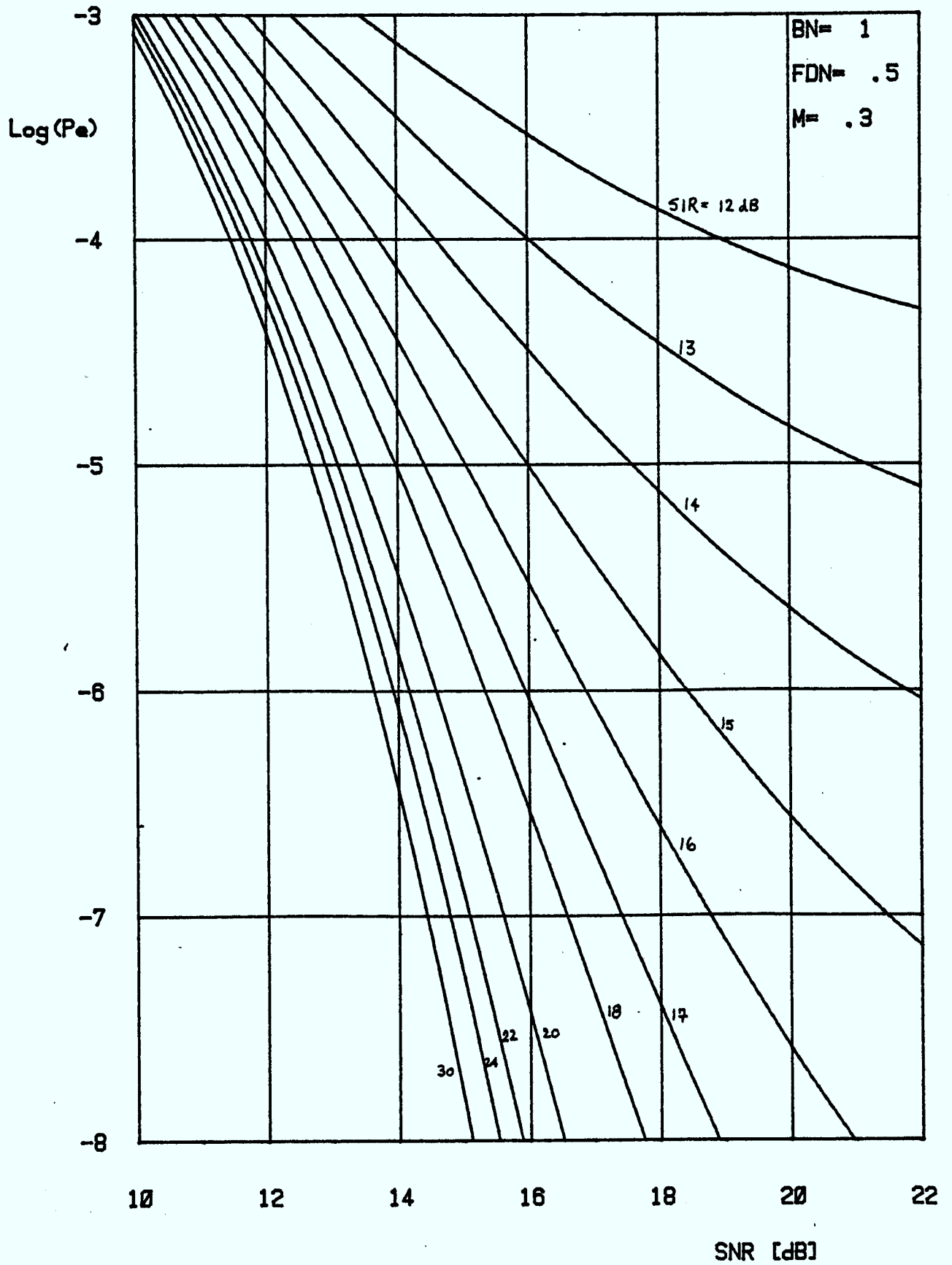
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



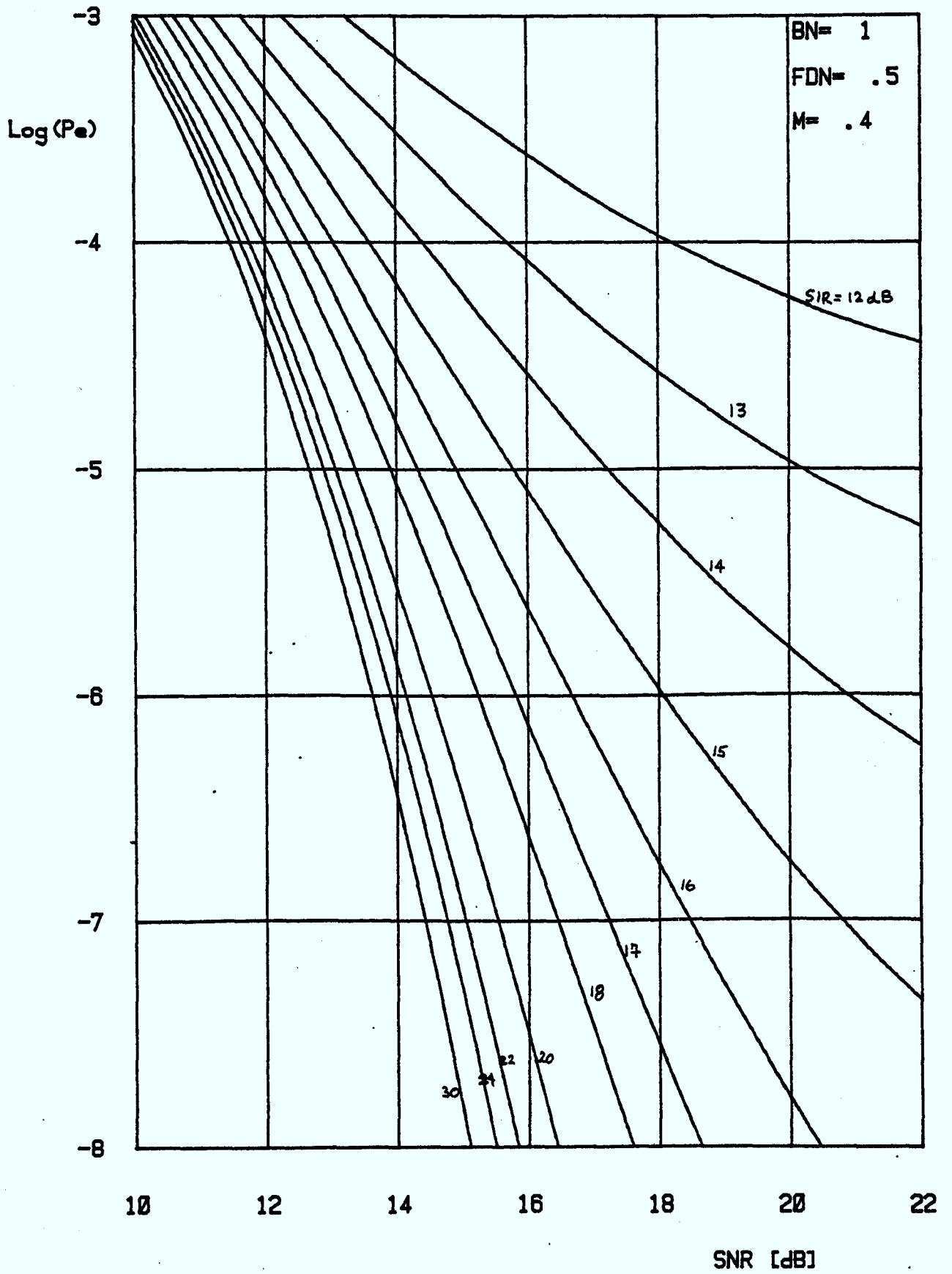
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



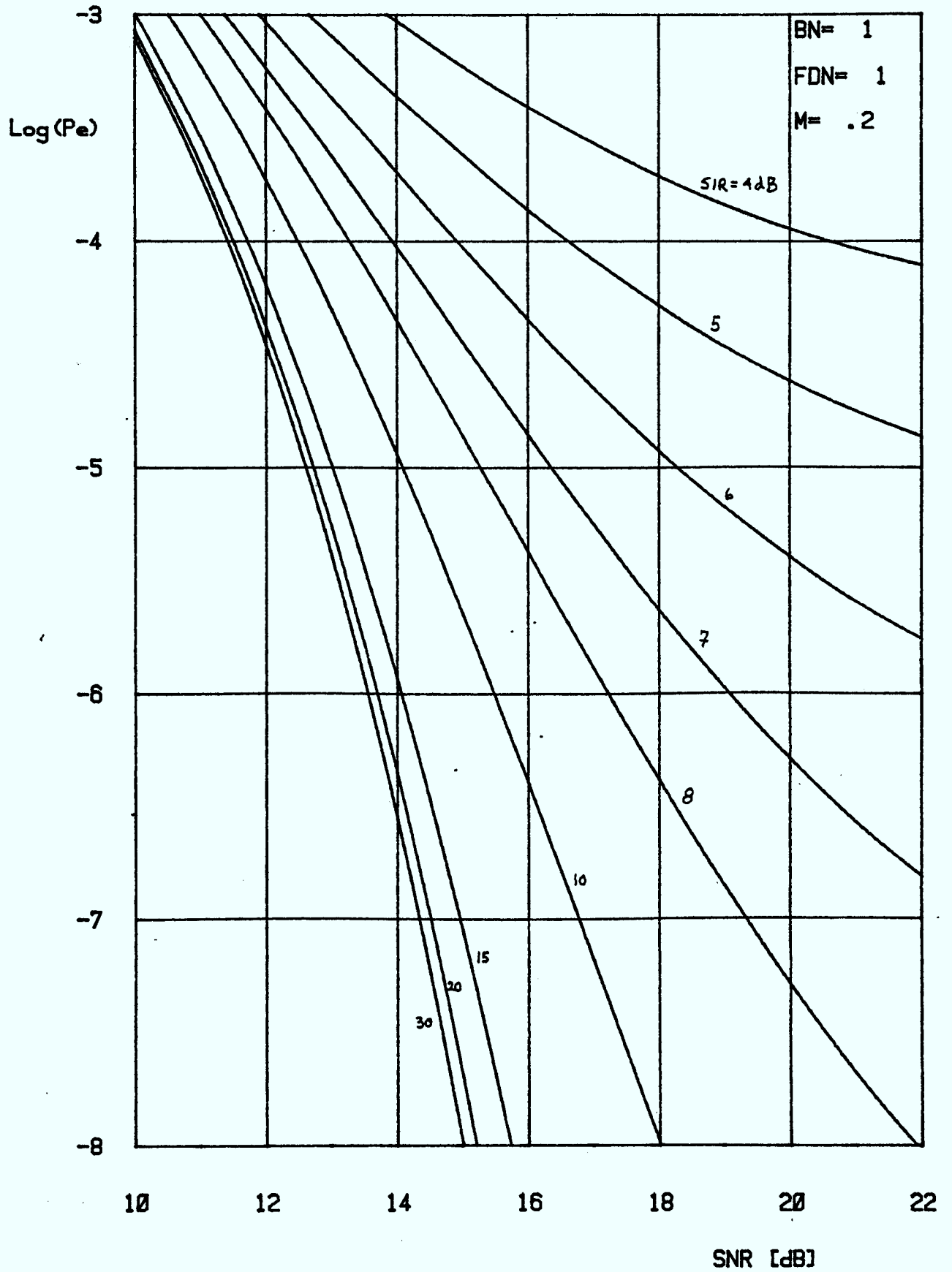
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



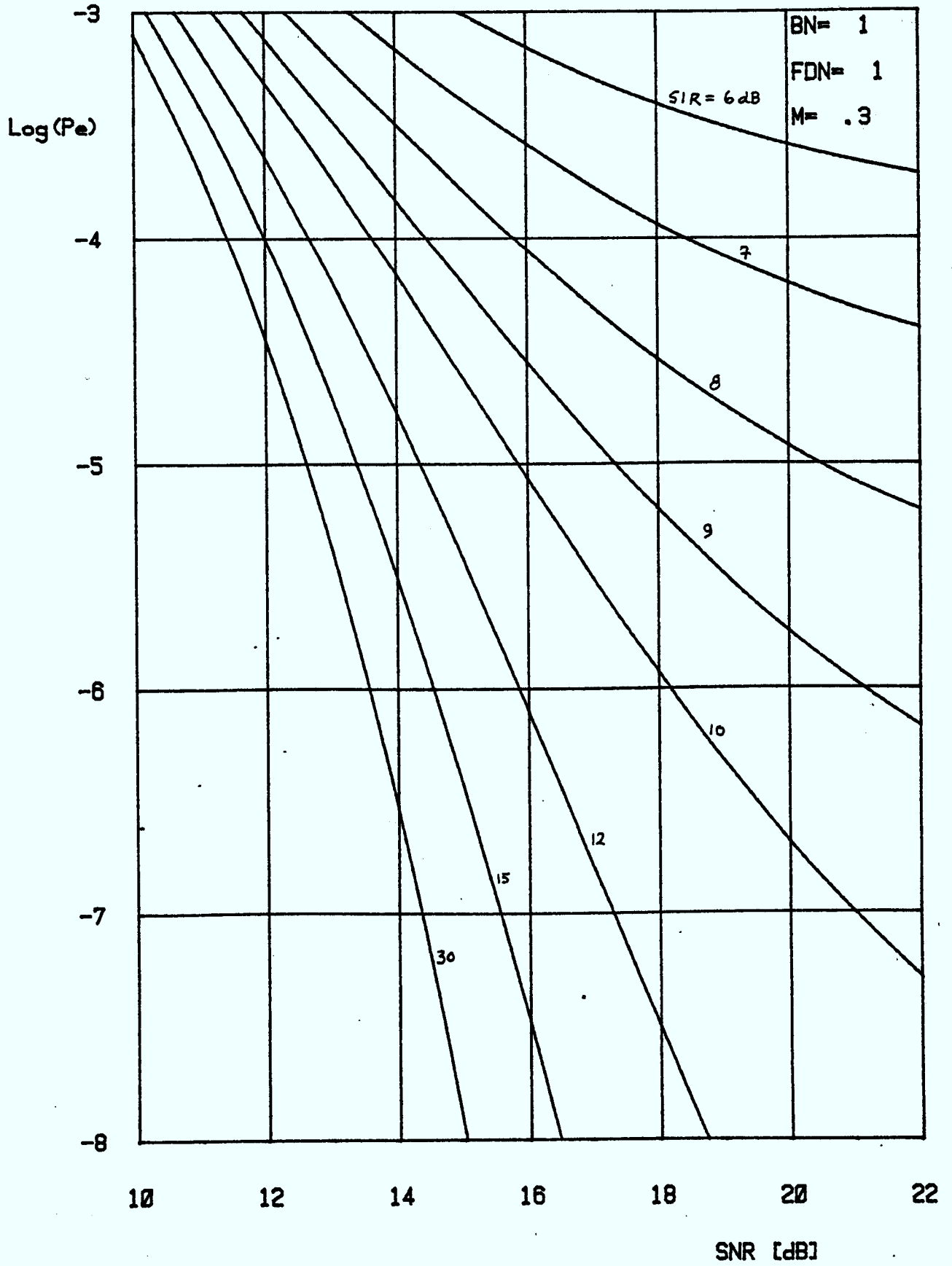
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



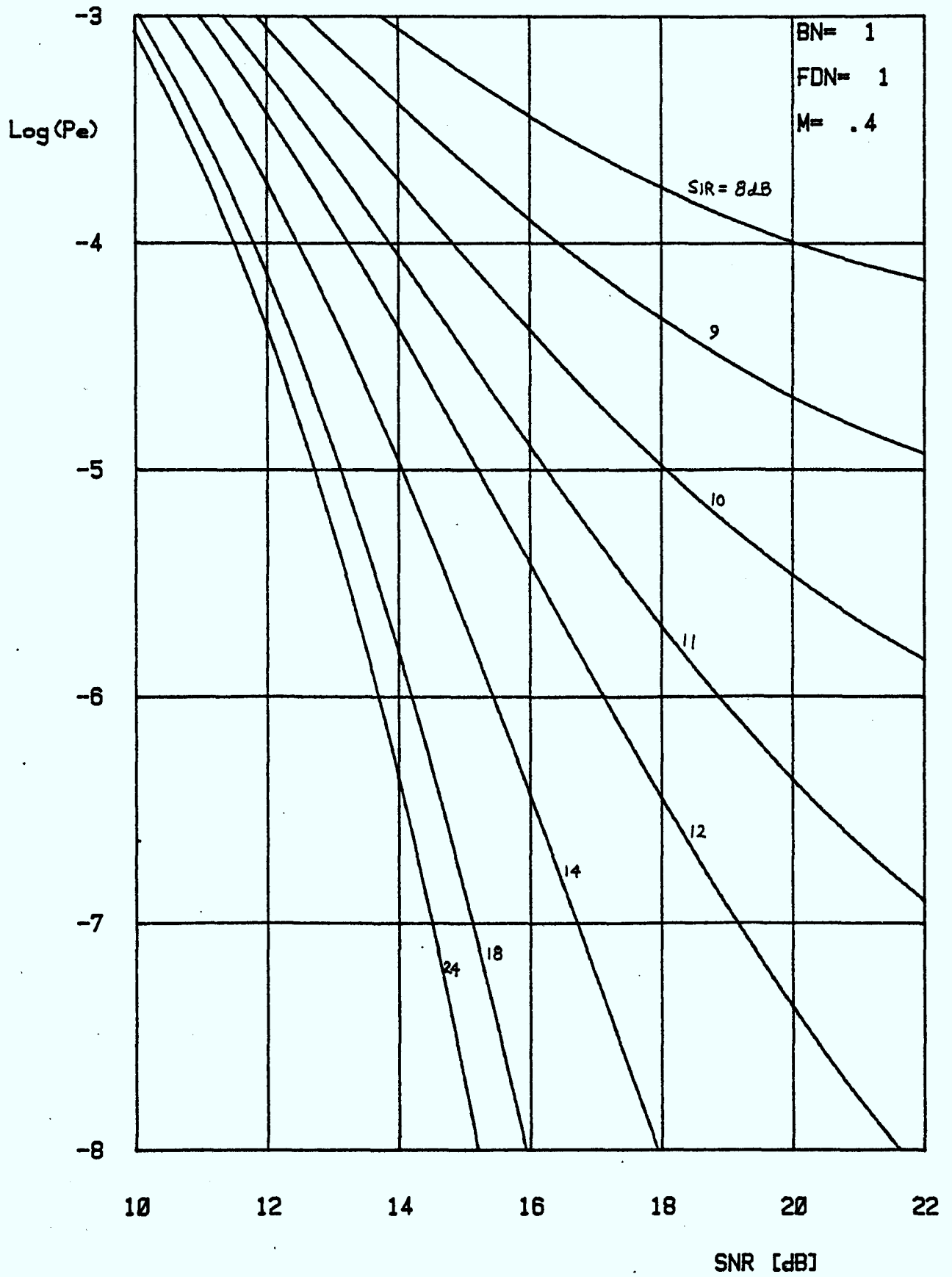
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



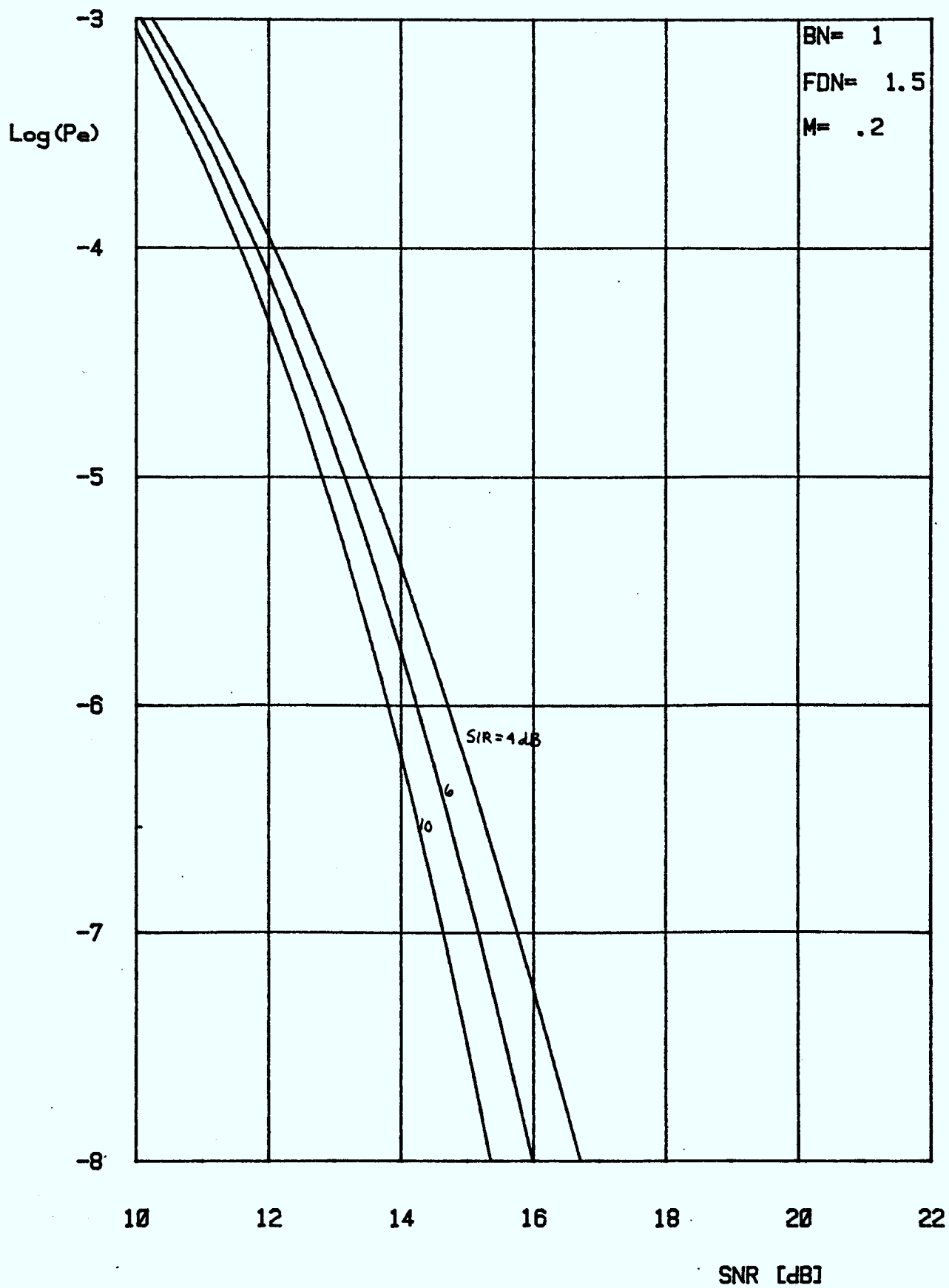
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



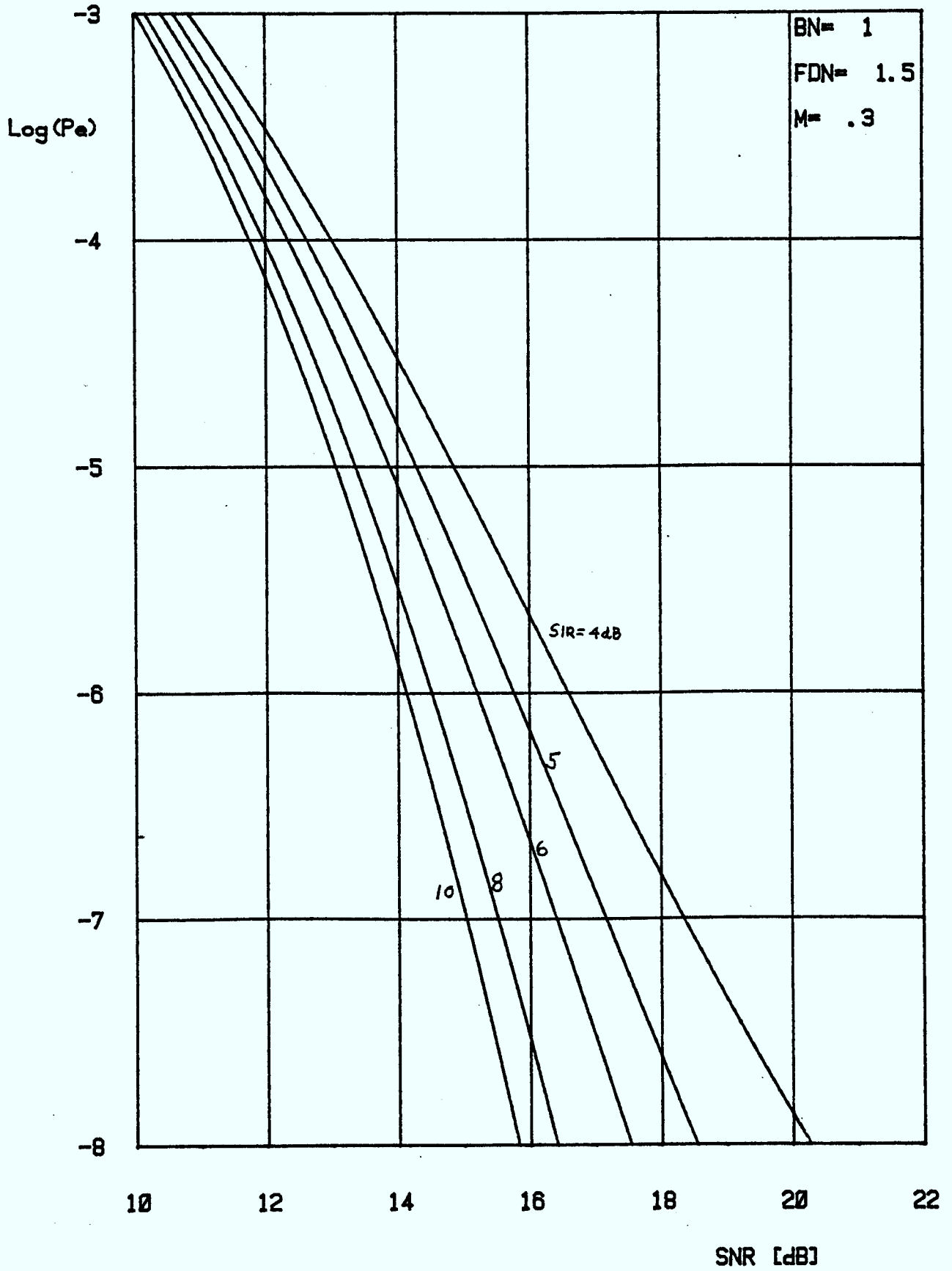
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



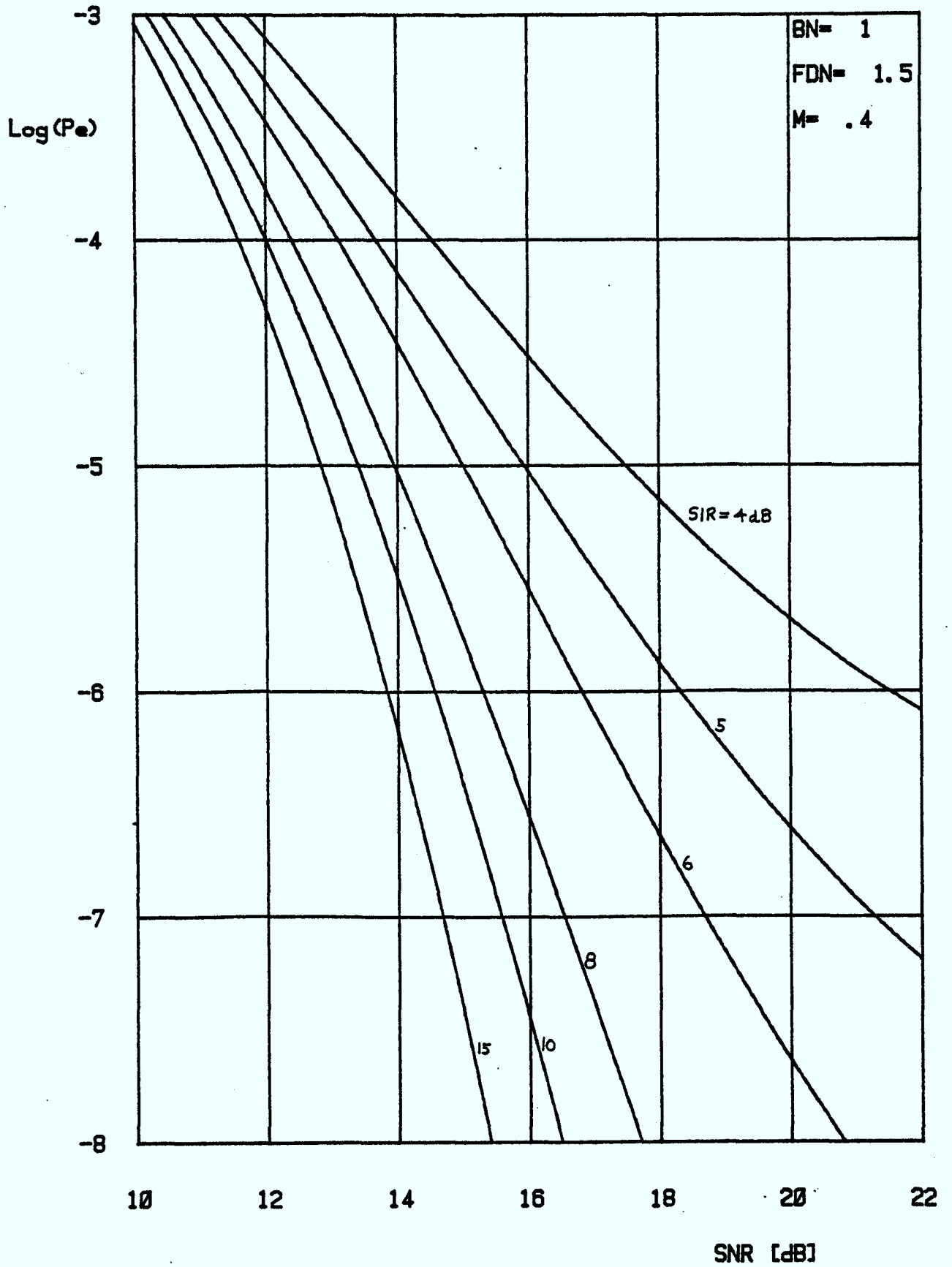
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



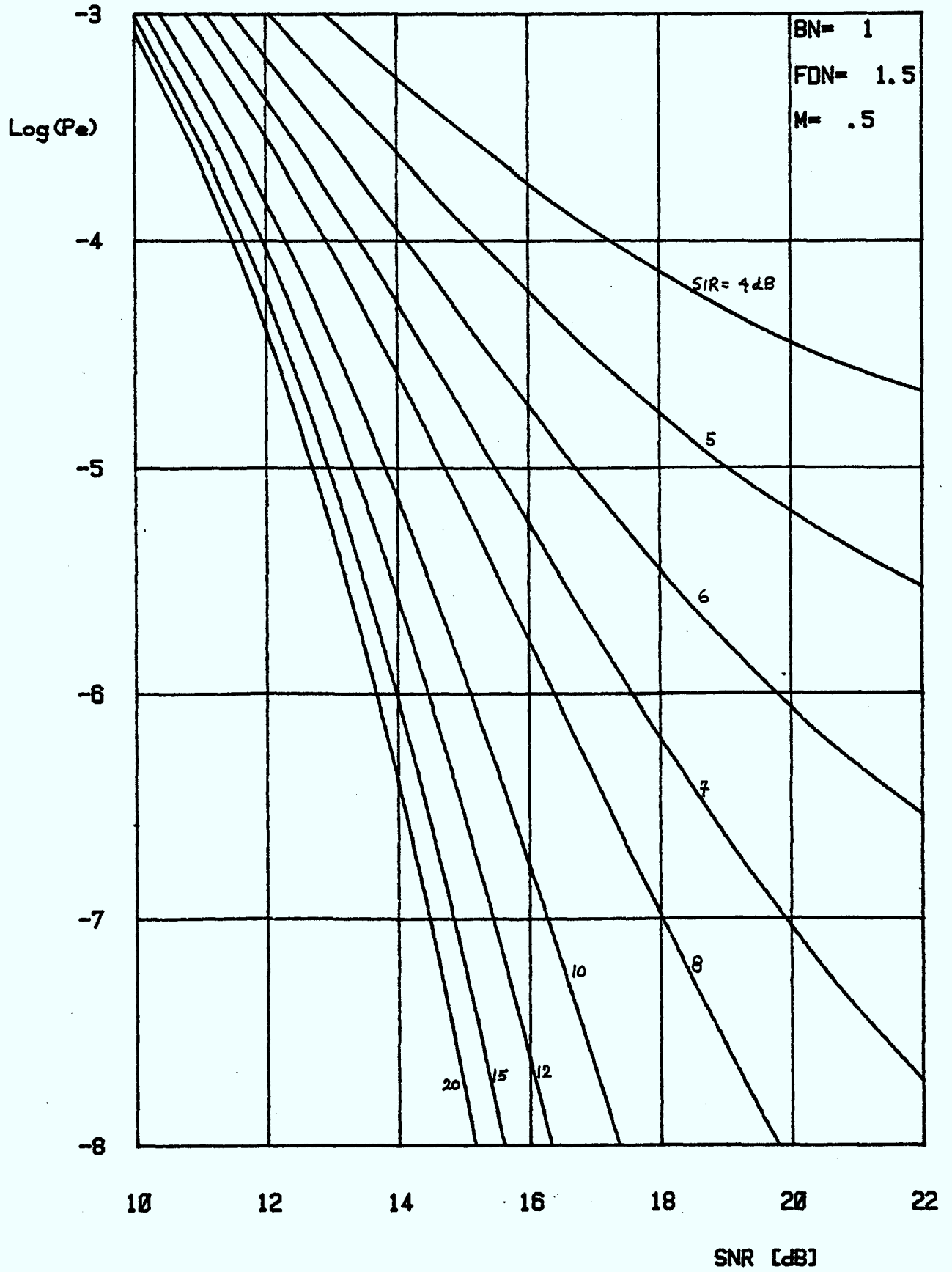
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



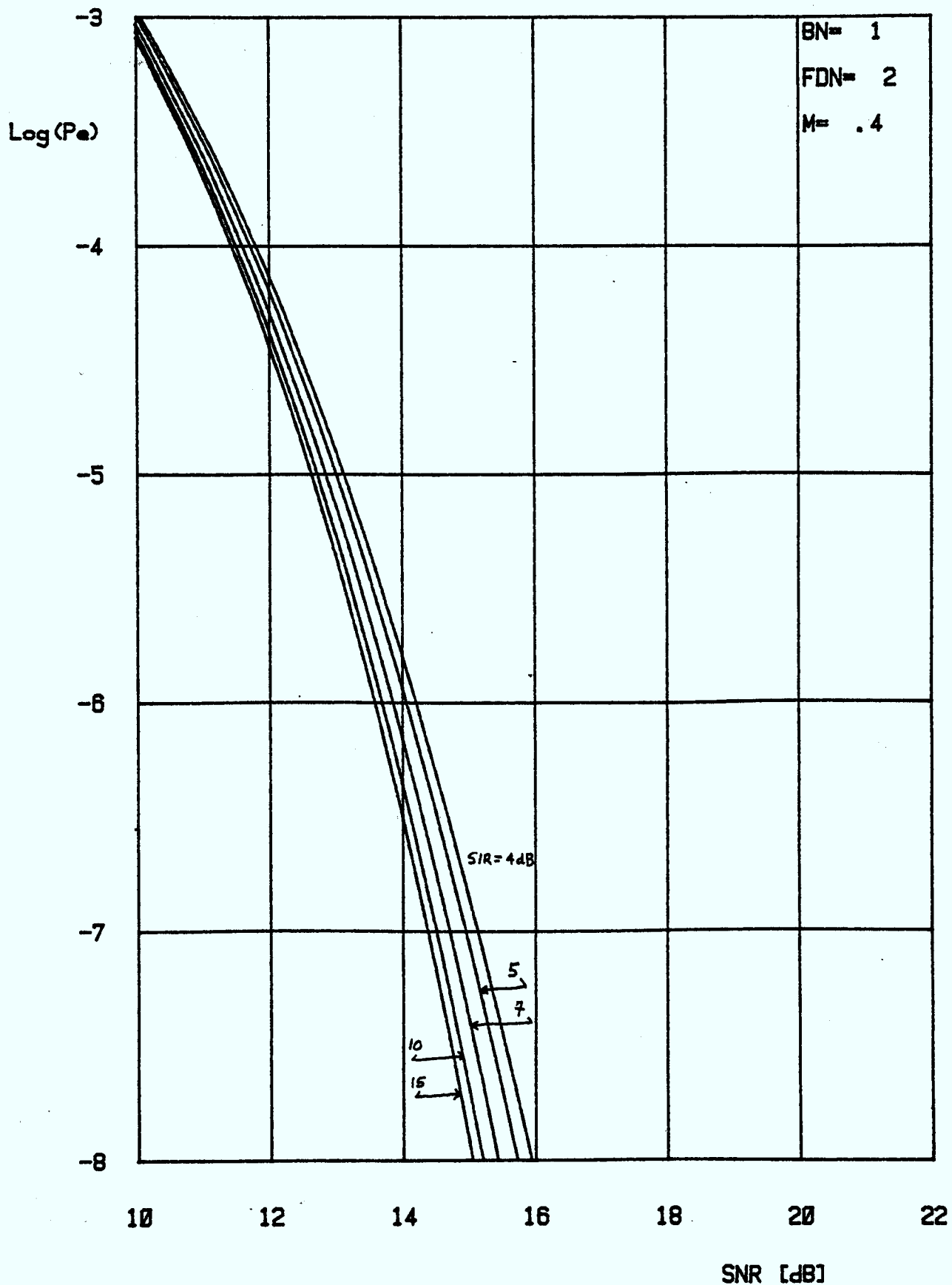
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



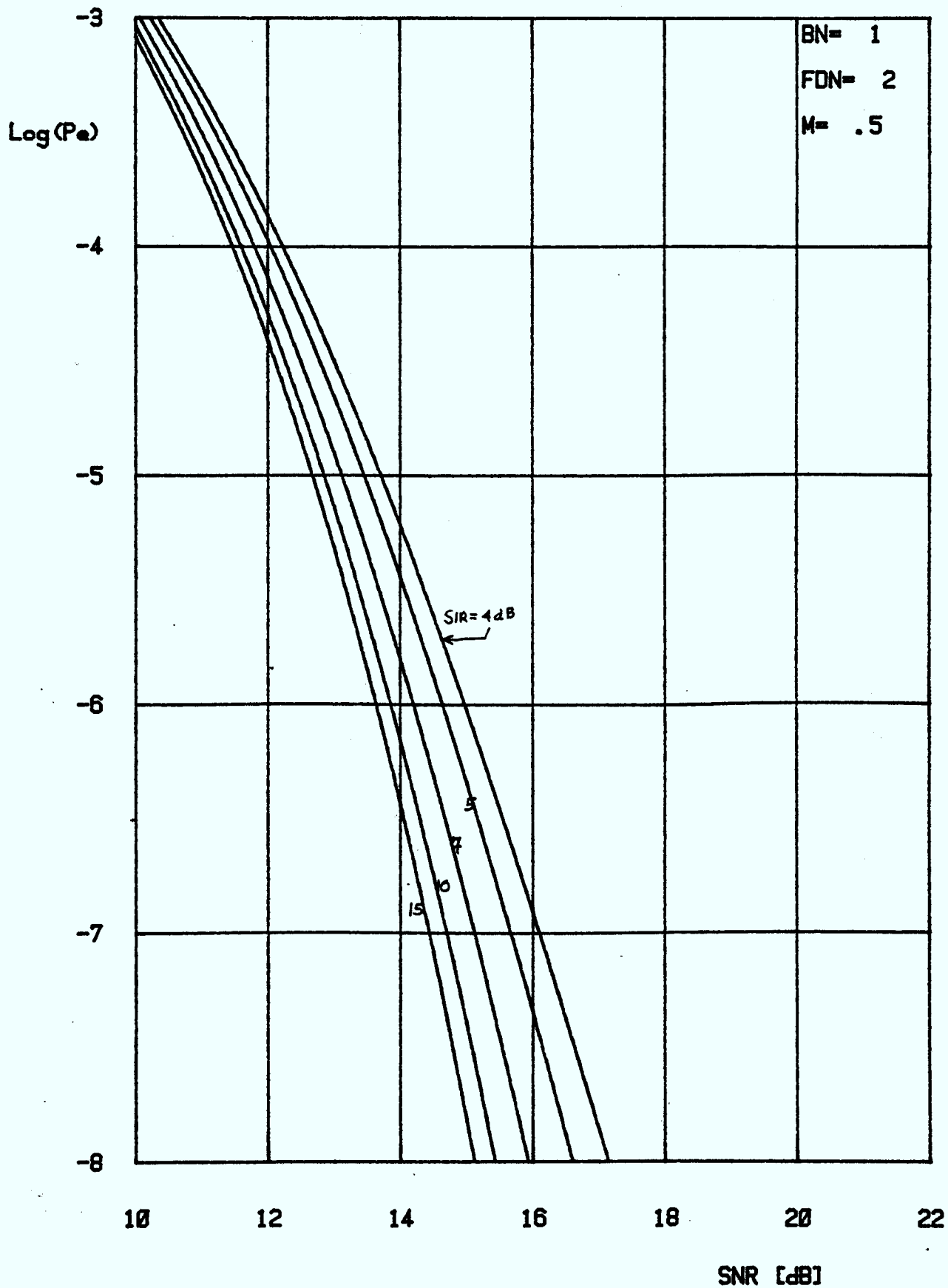
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



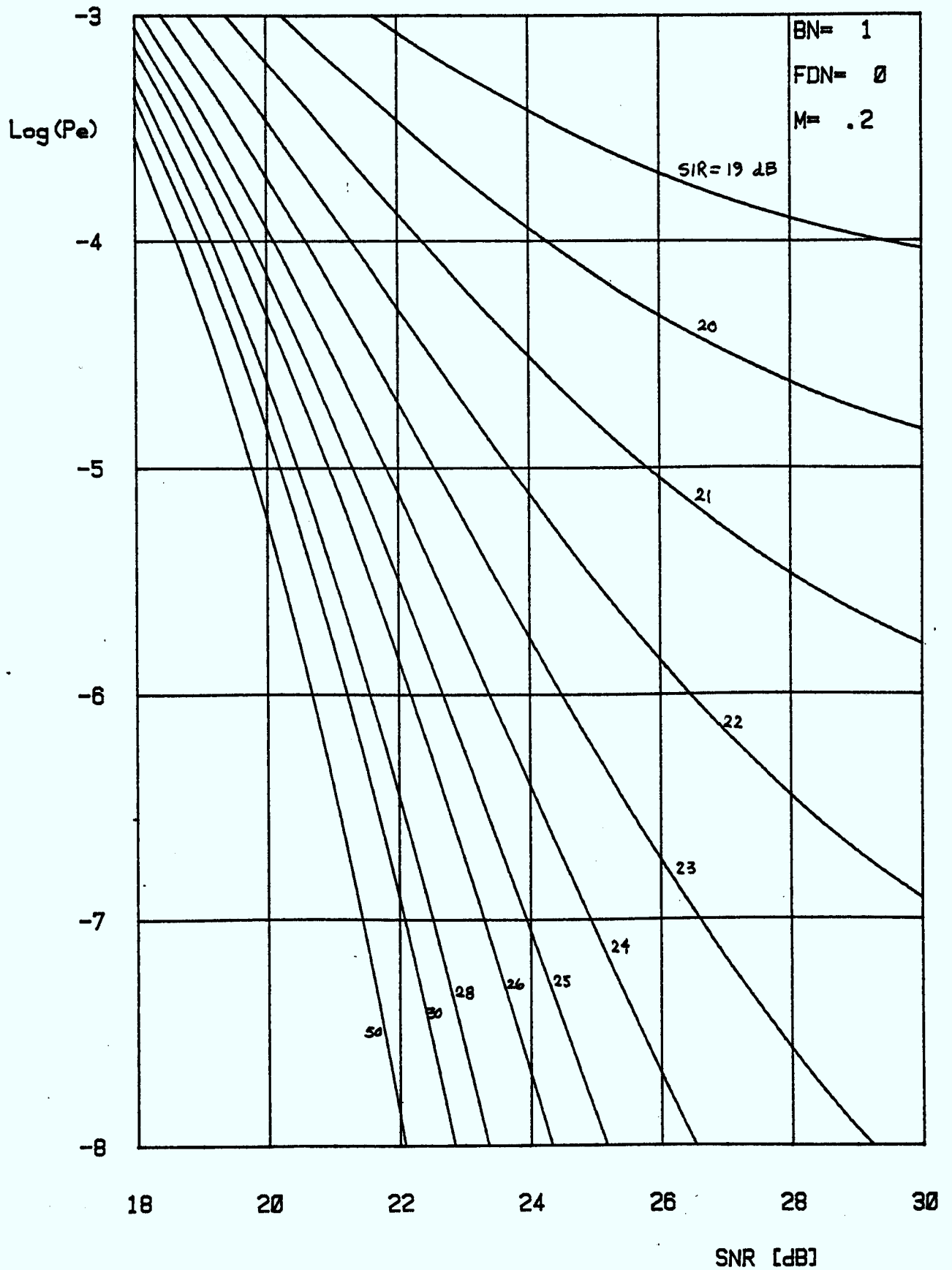
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



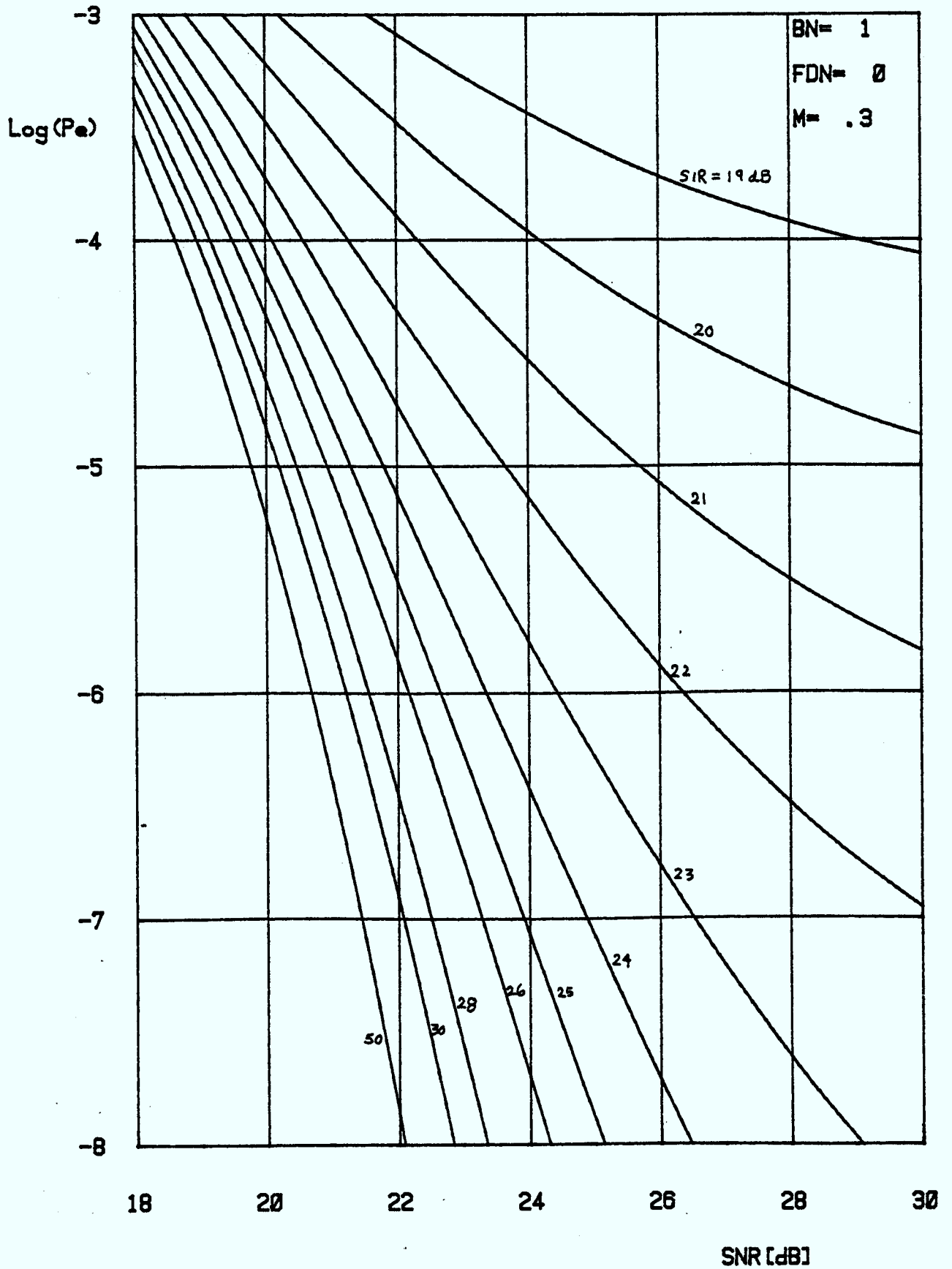
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-4 SANS IIS



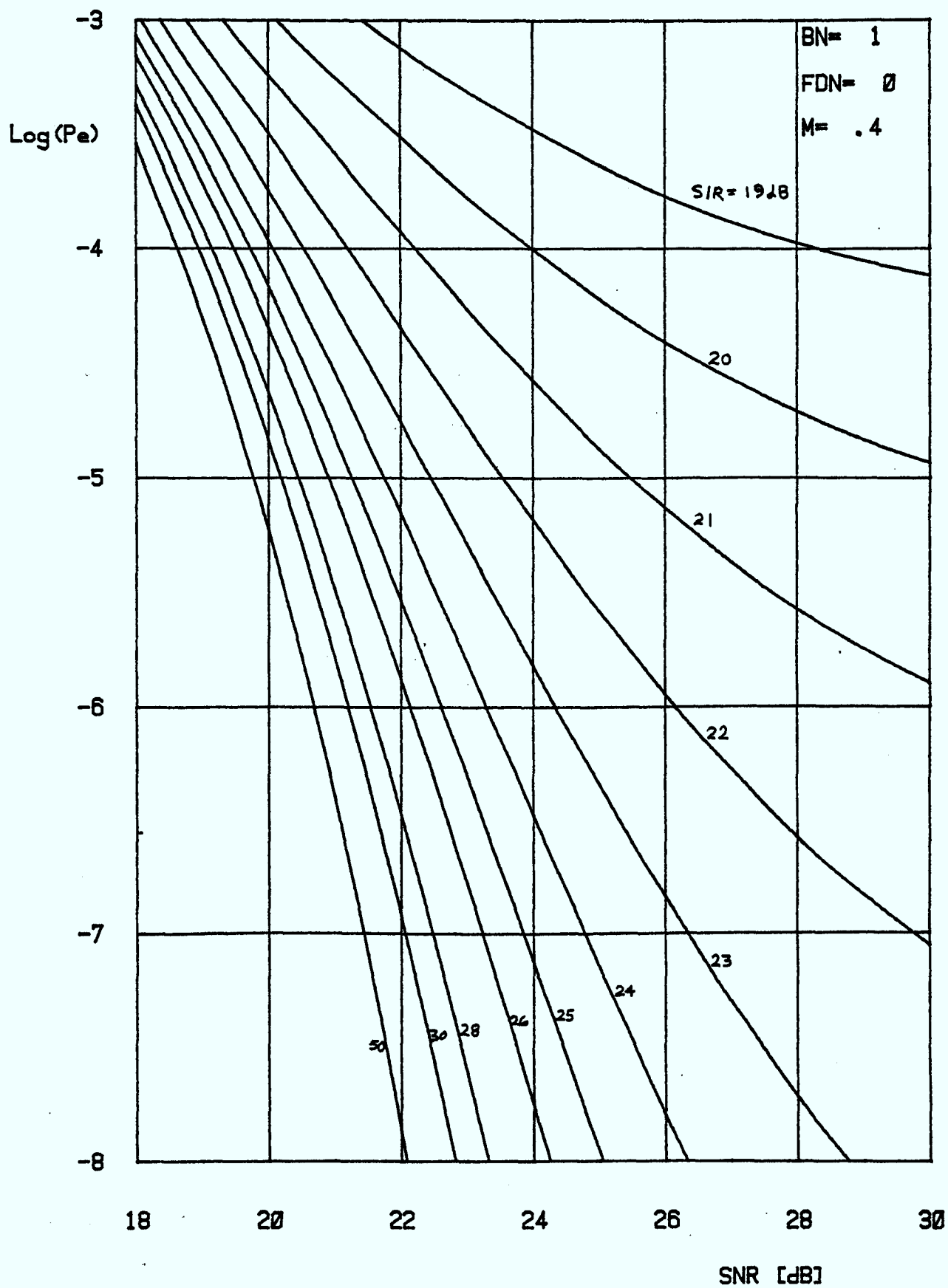
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



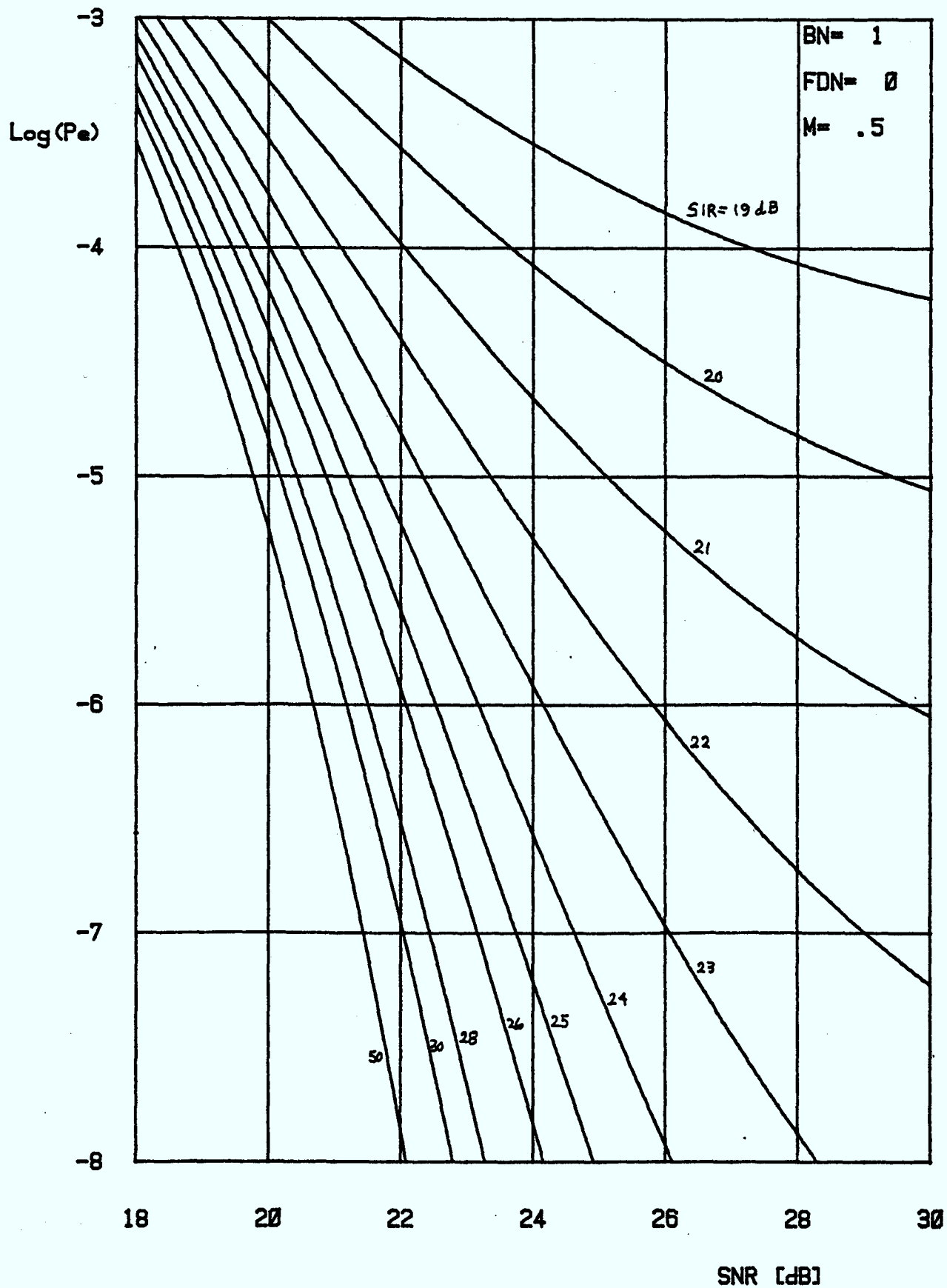
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



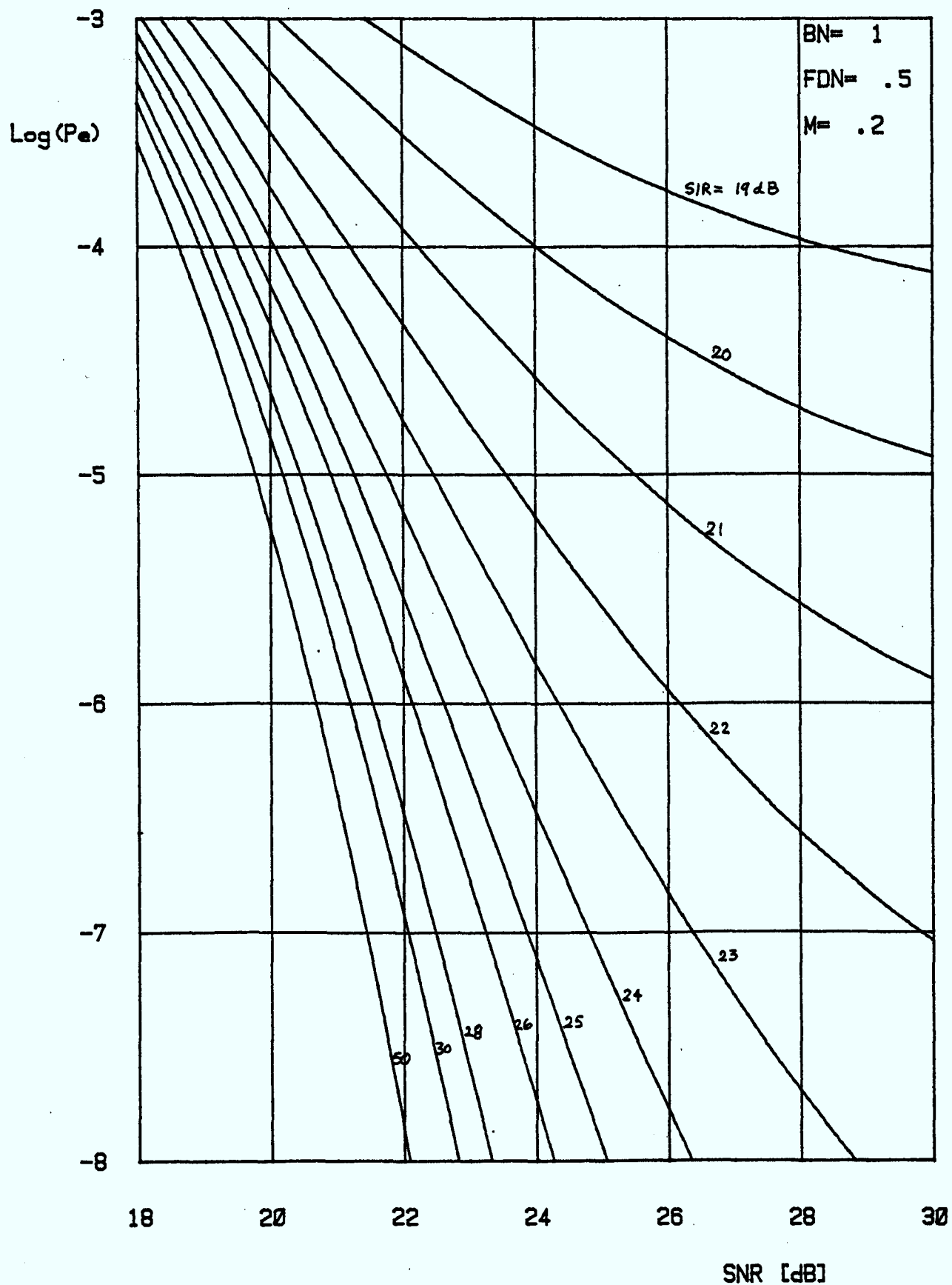
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



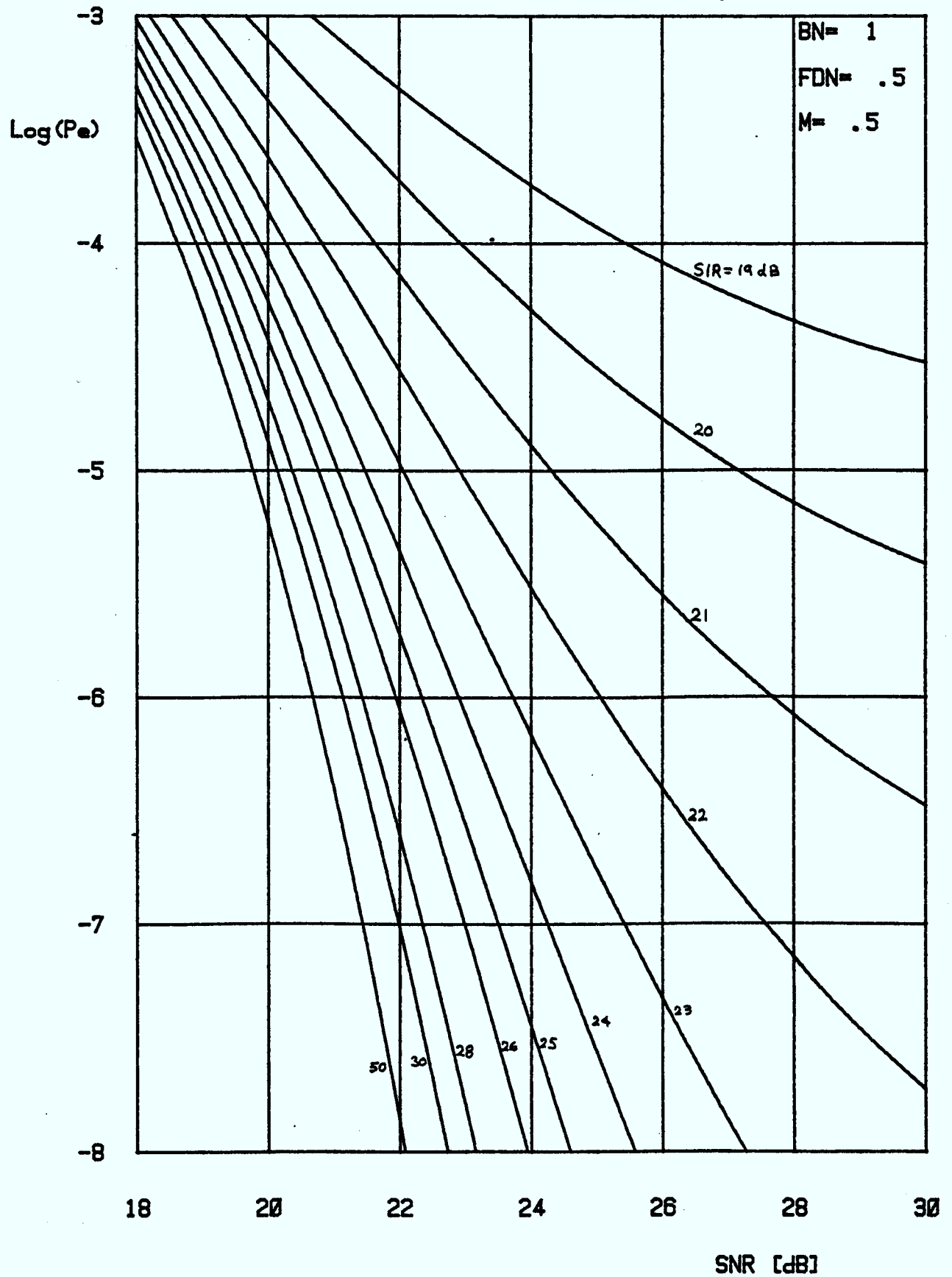
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



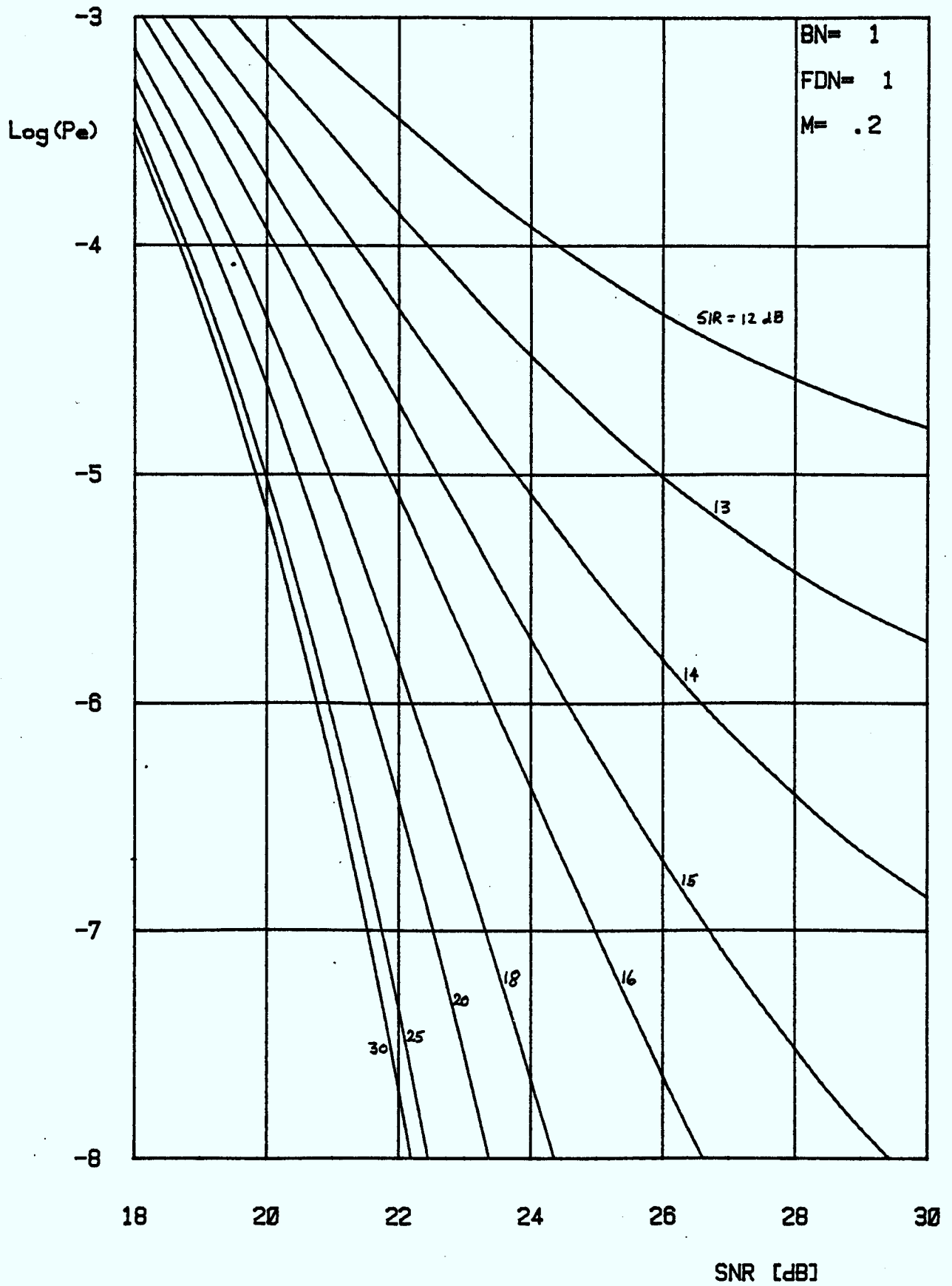
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



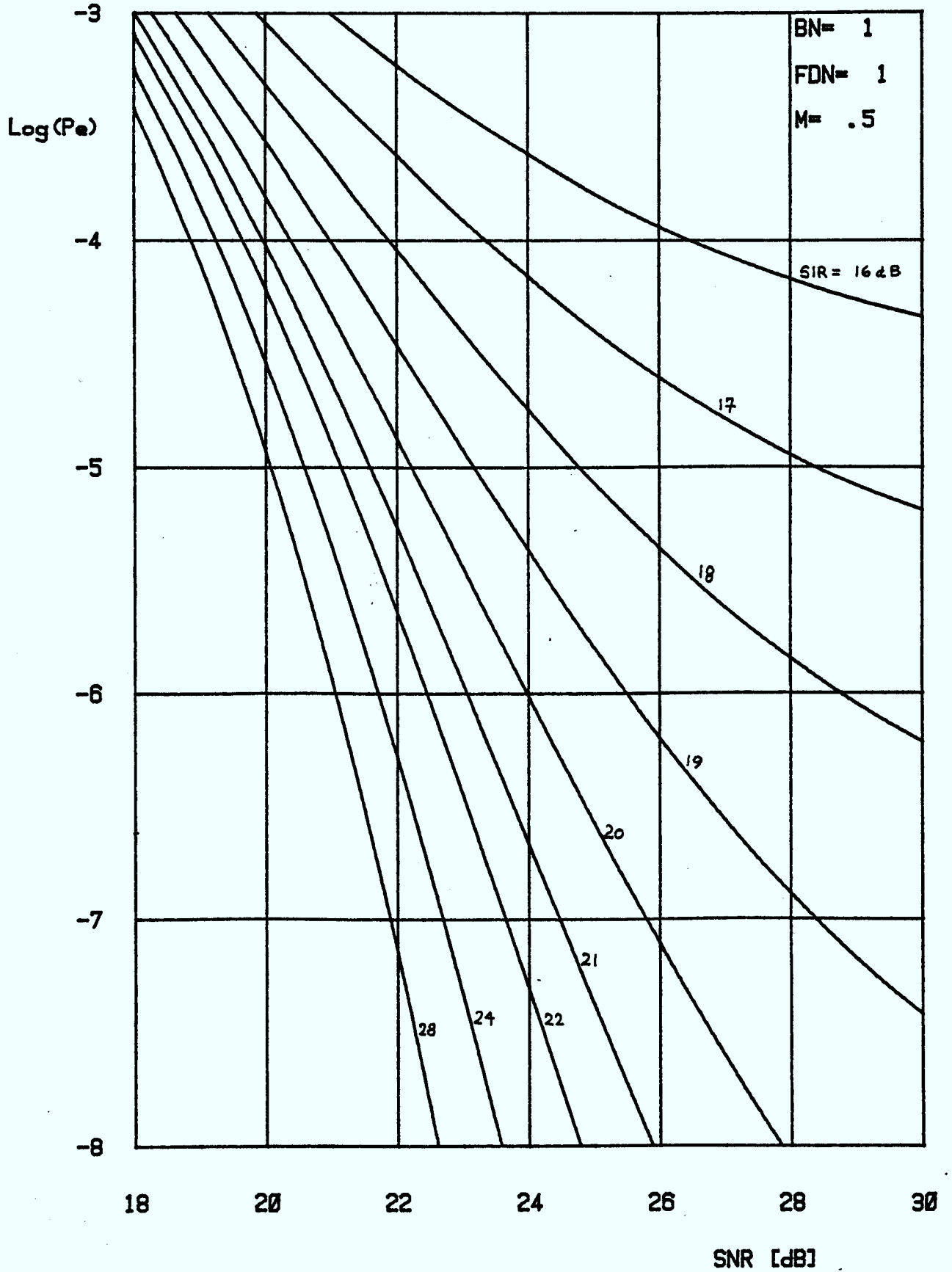
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



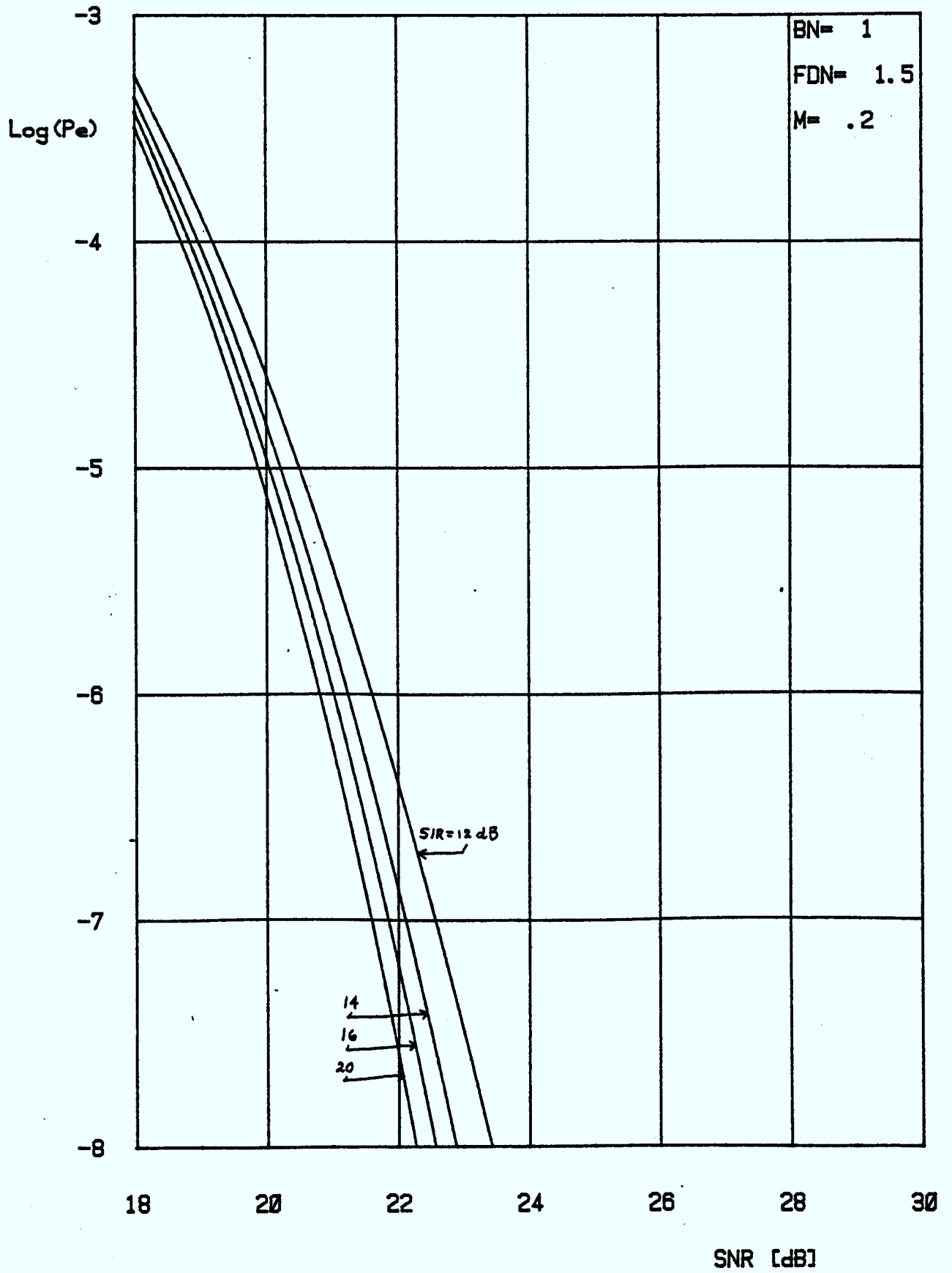
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



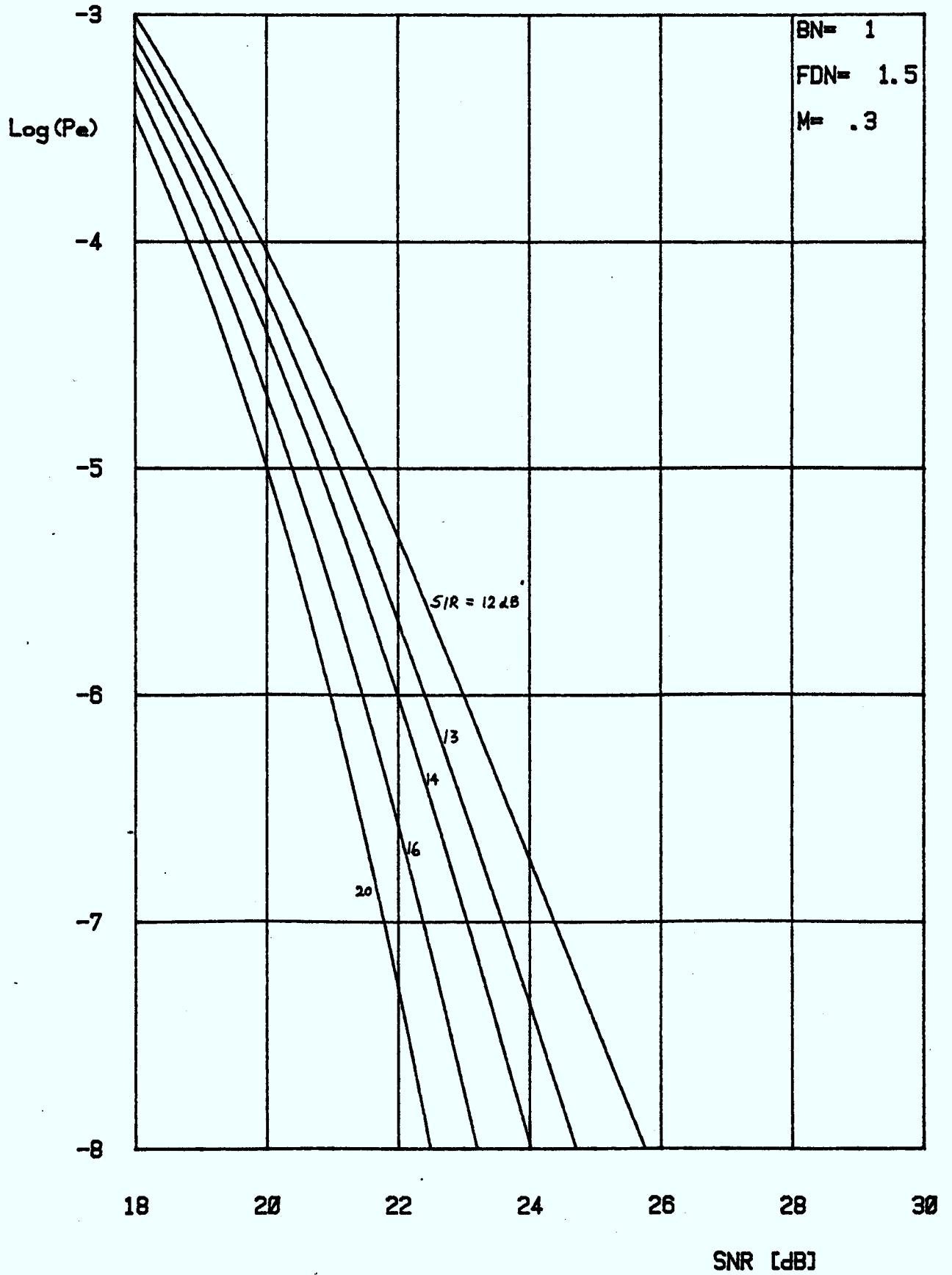
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



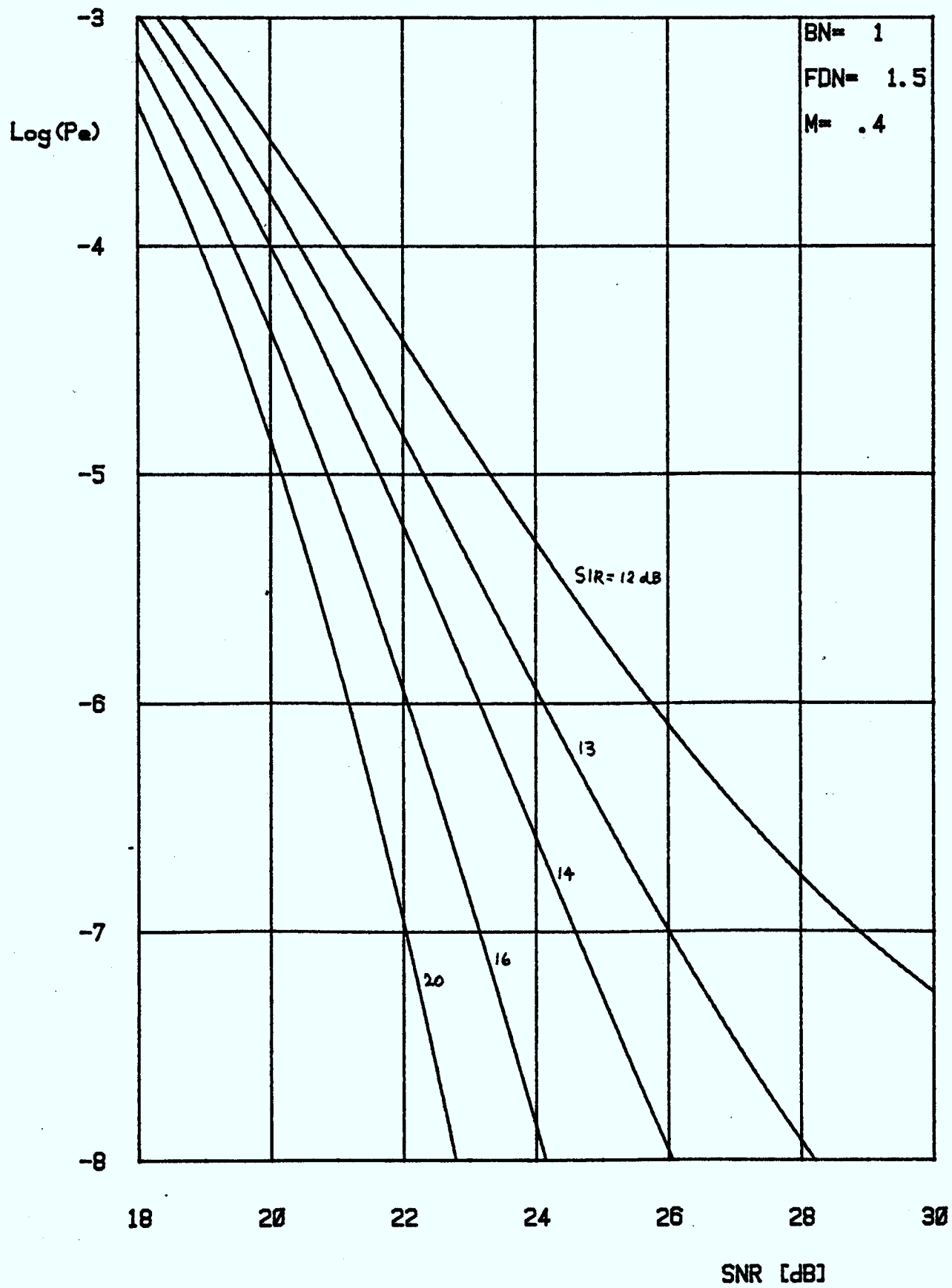
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



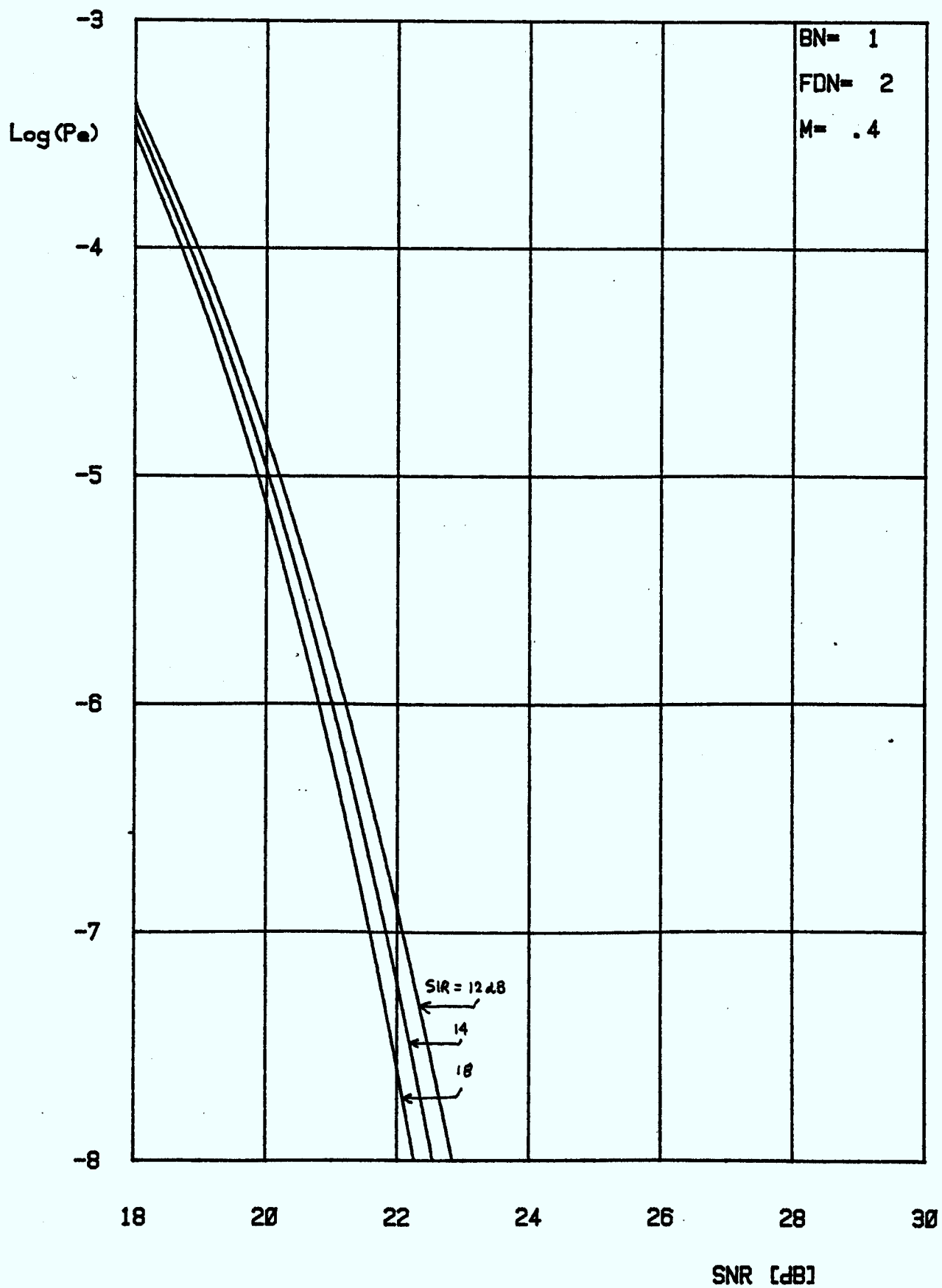
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



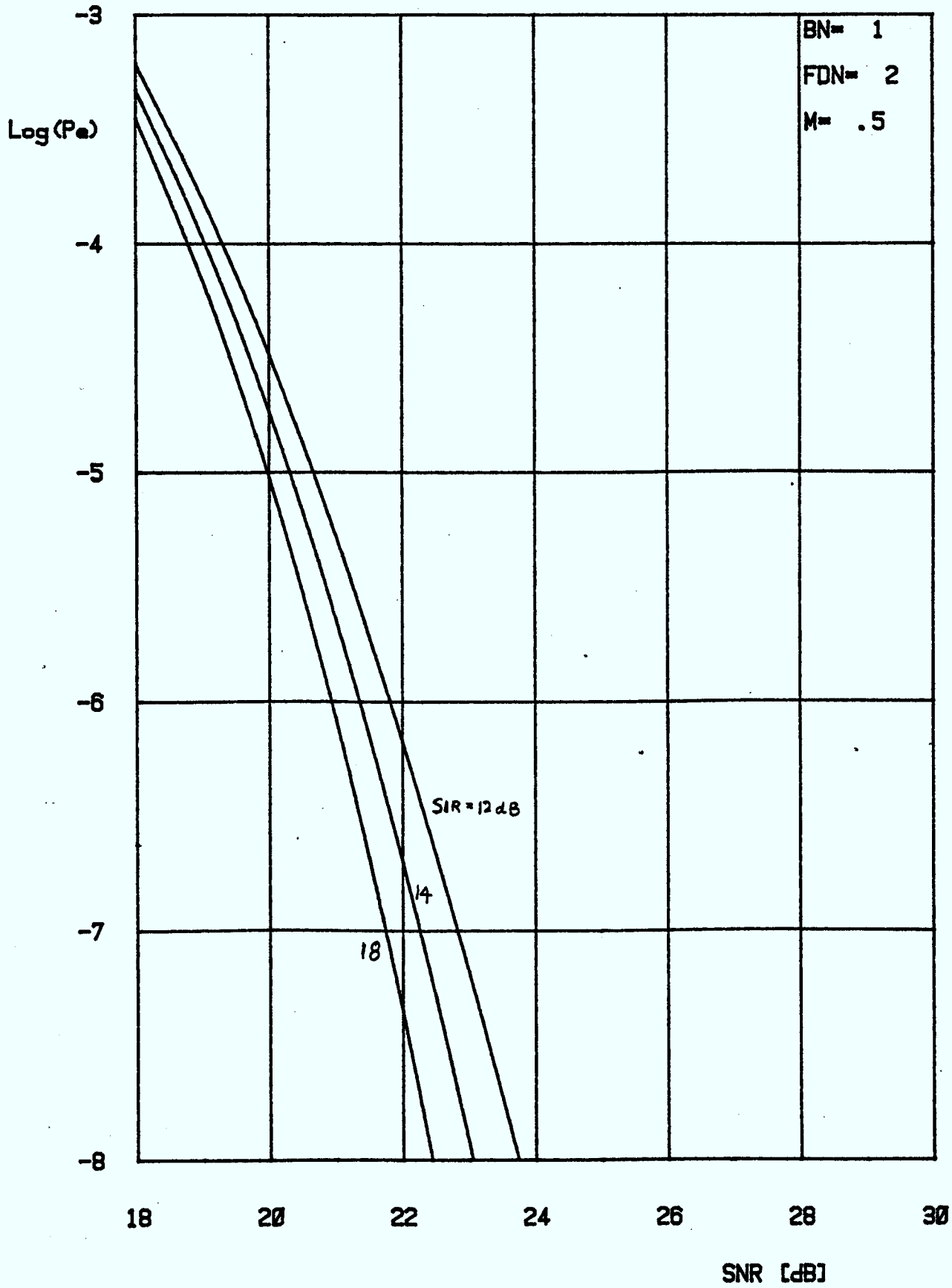
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



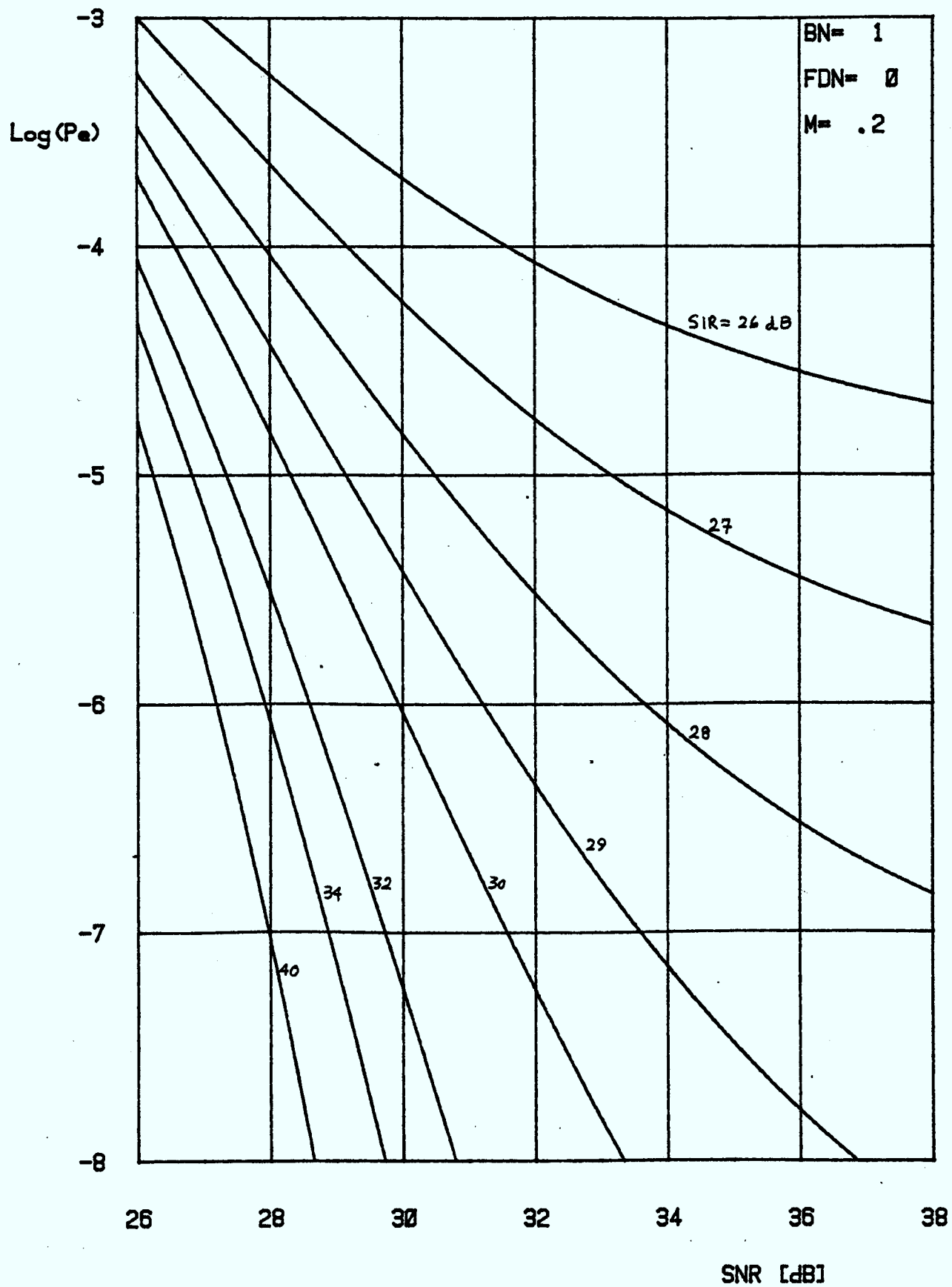
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



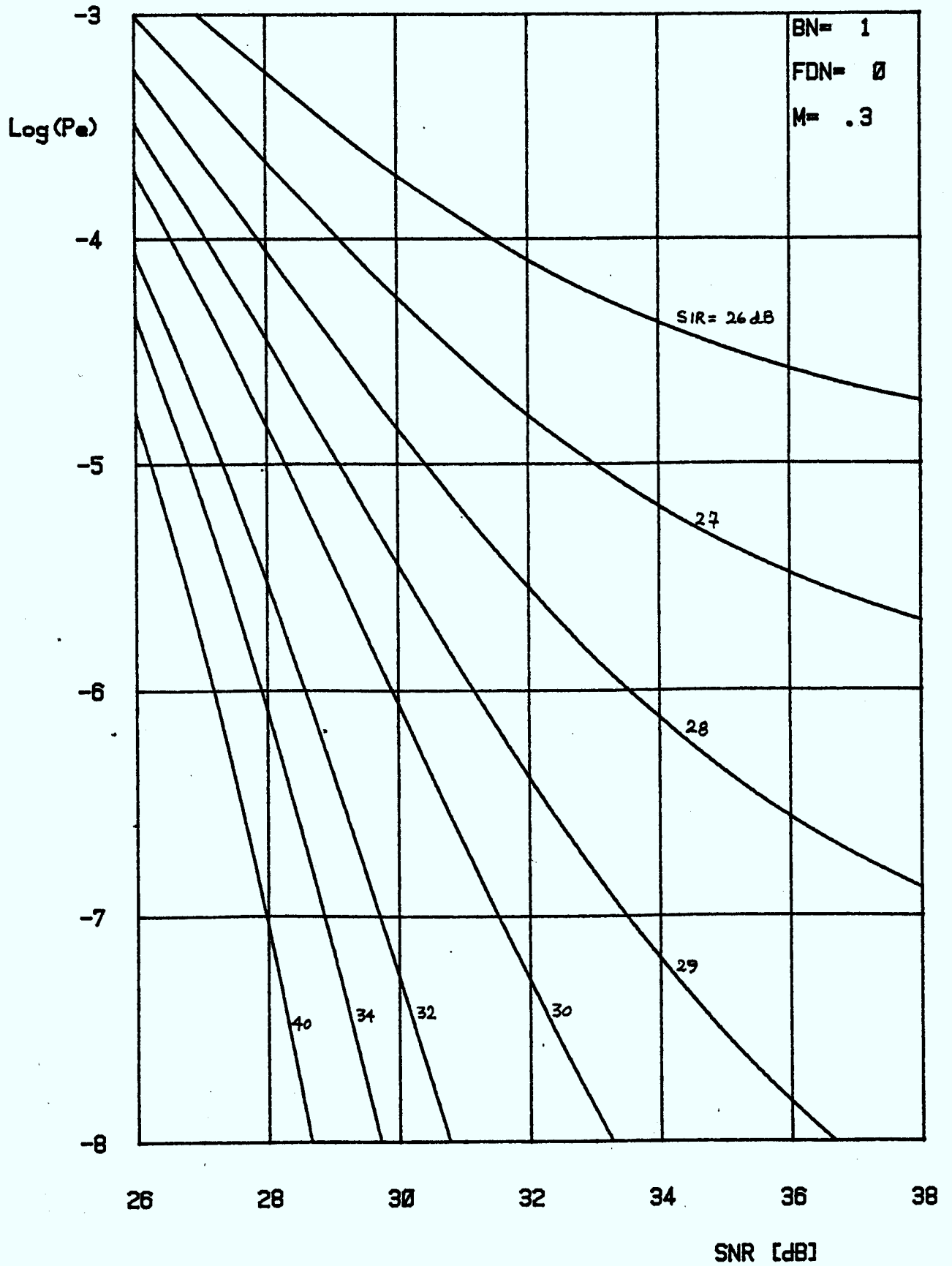
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-16 SANS IIS



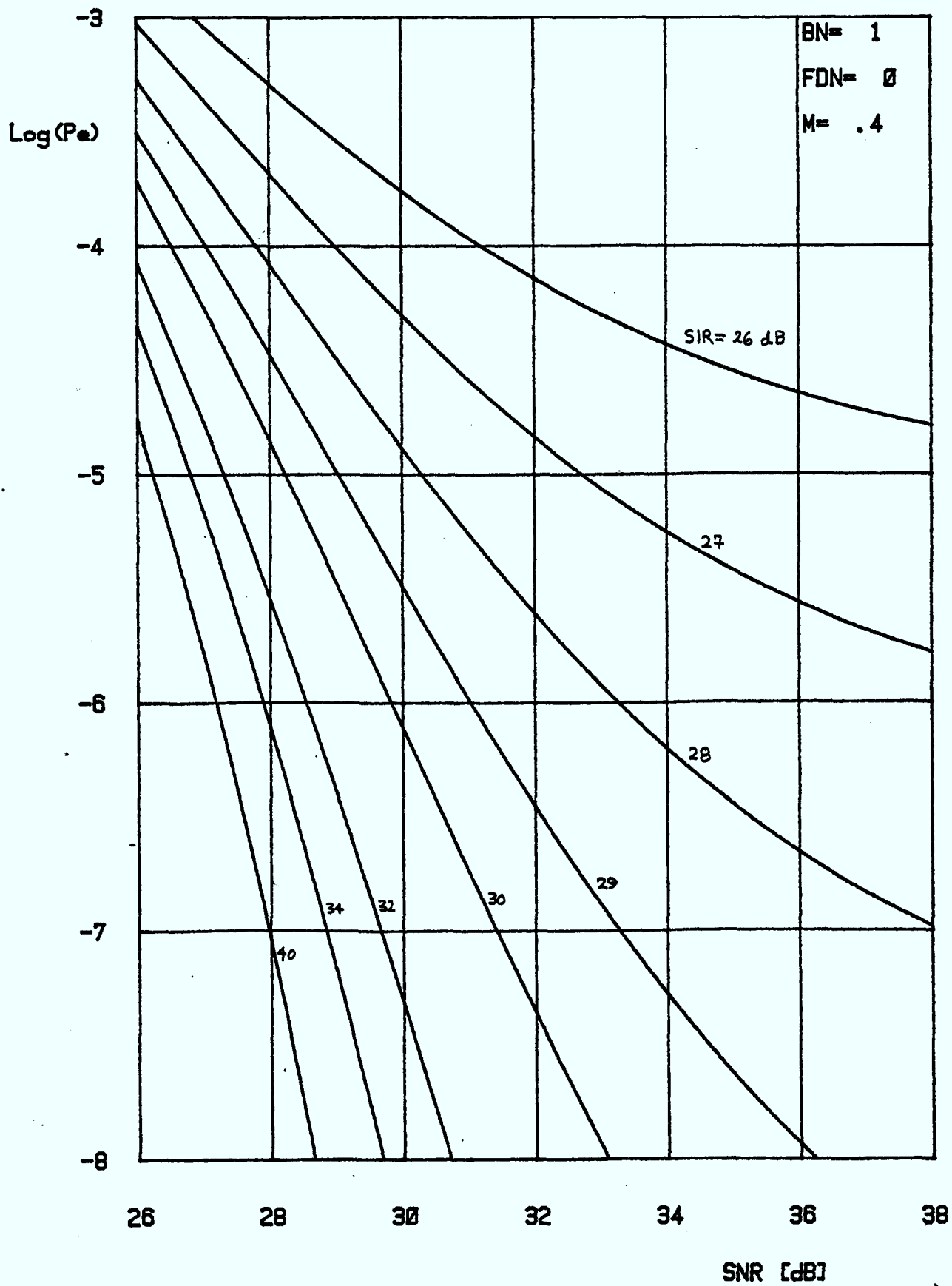
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



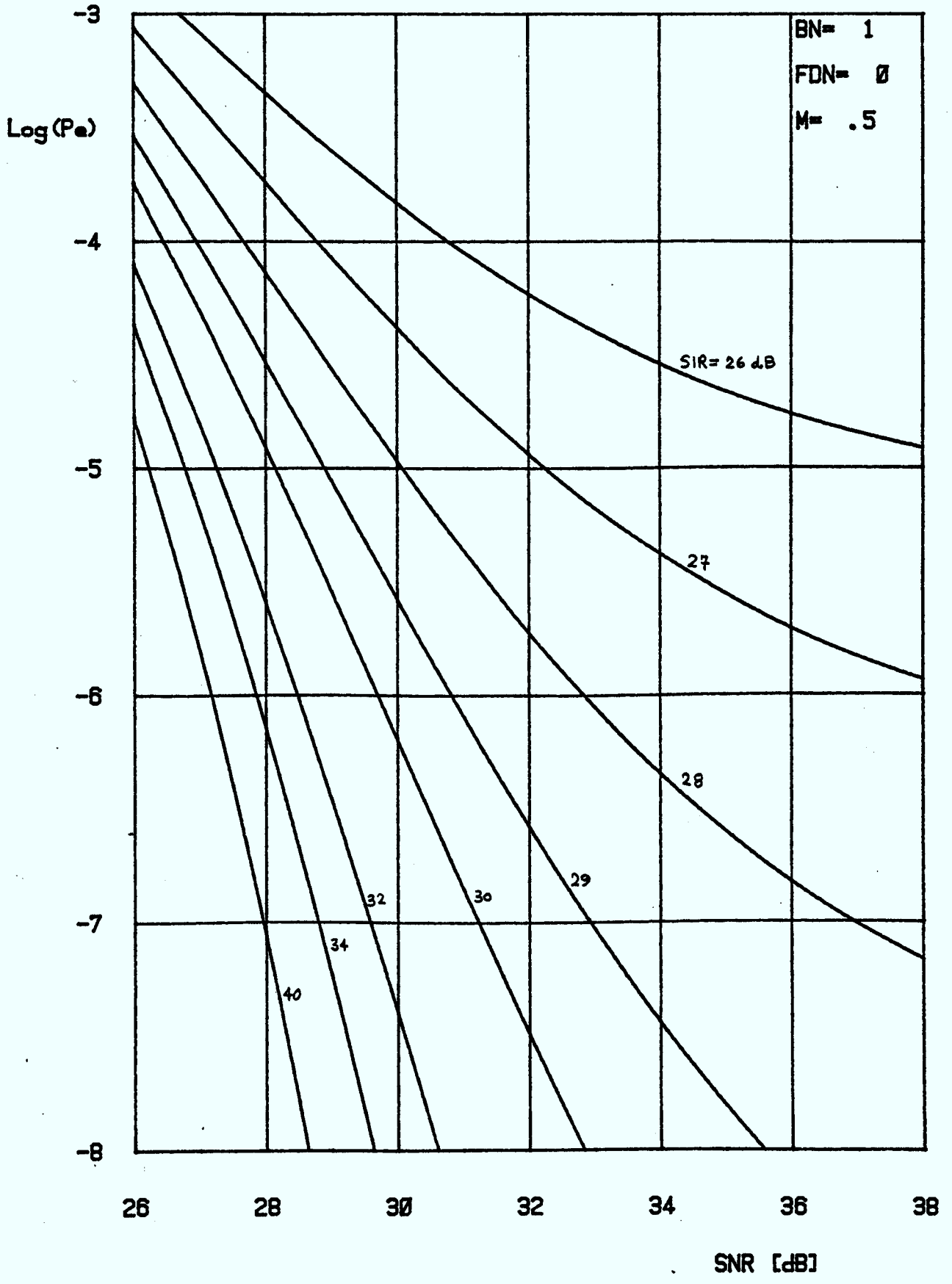
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



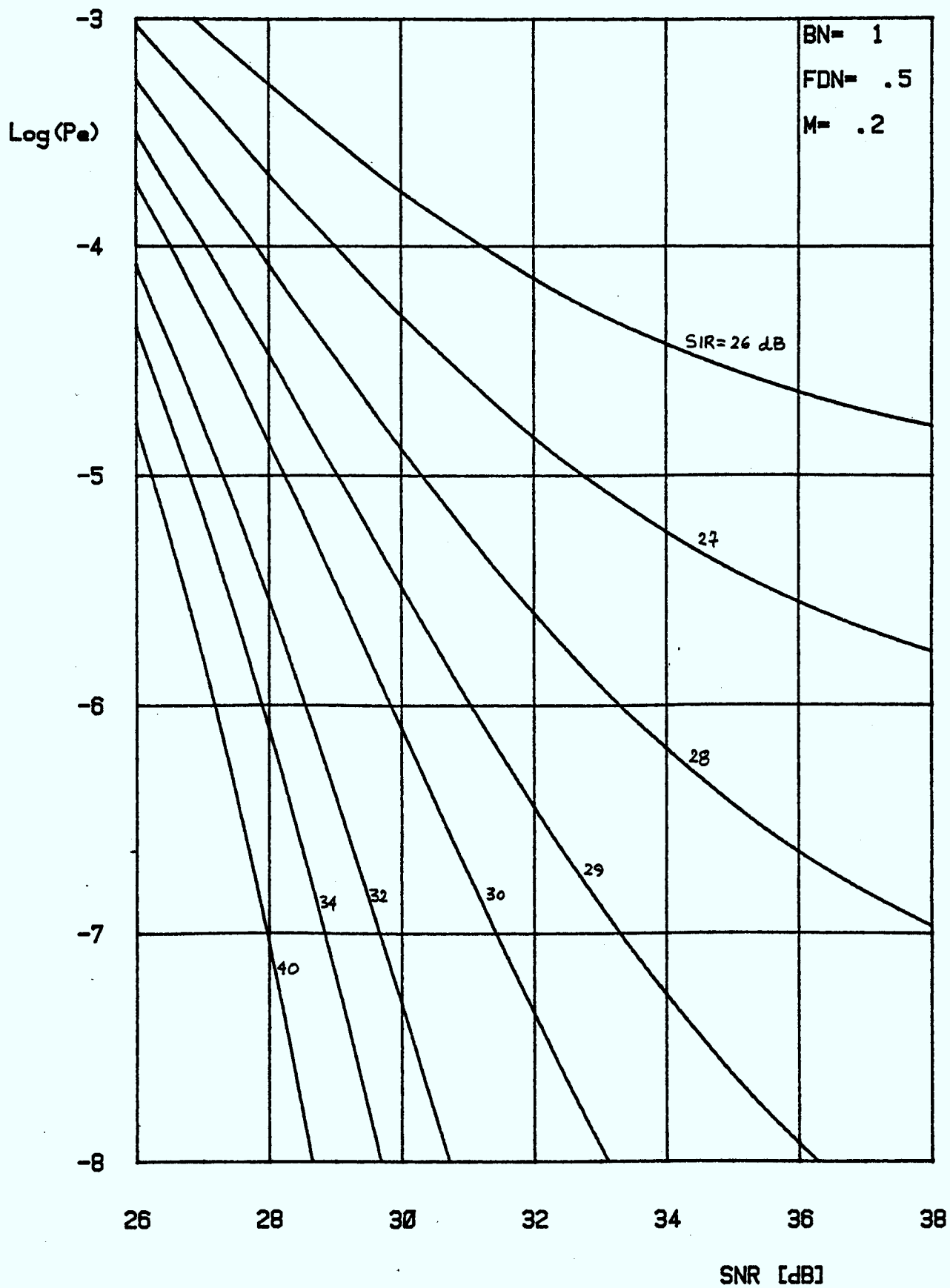
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



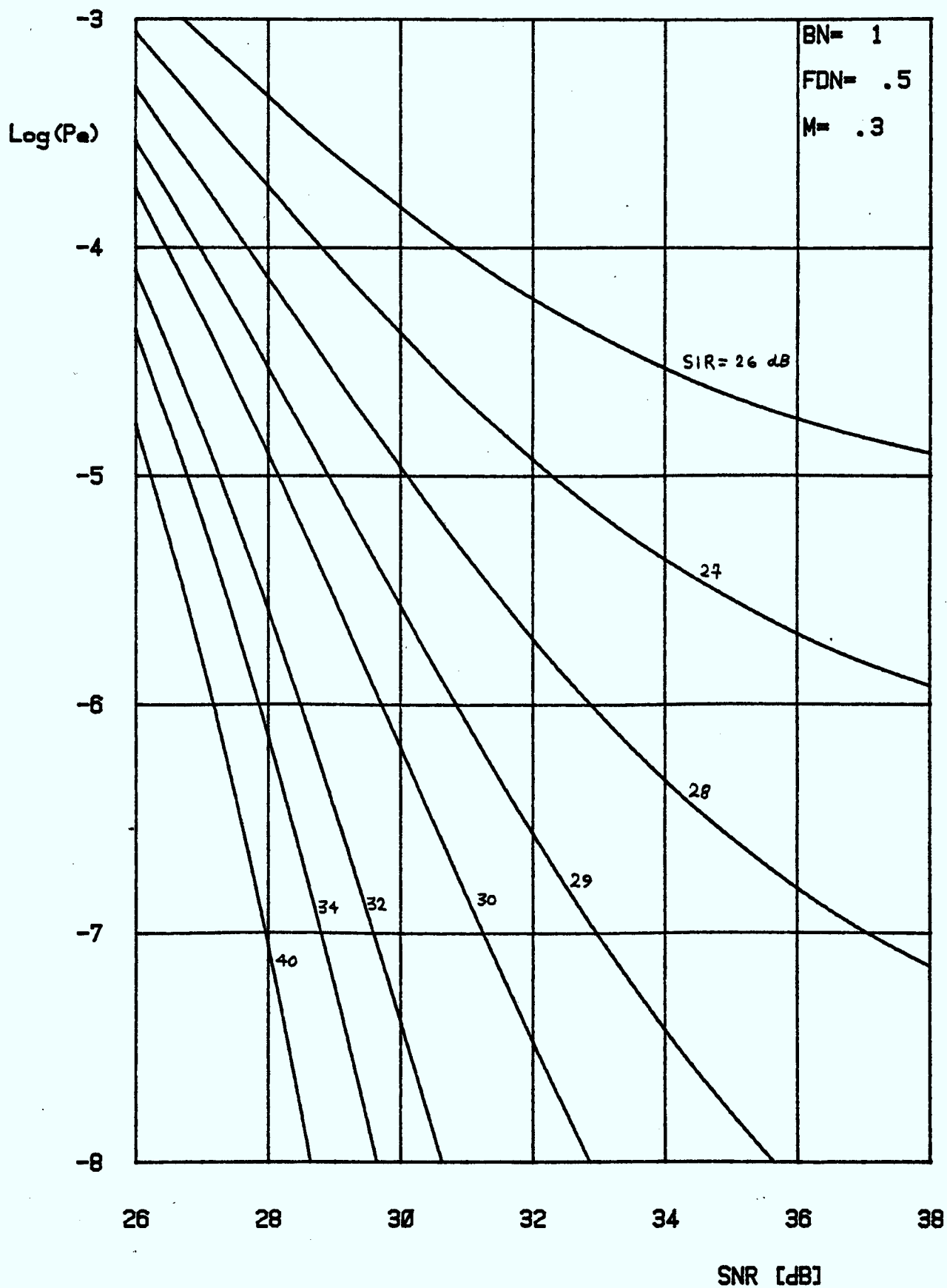
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



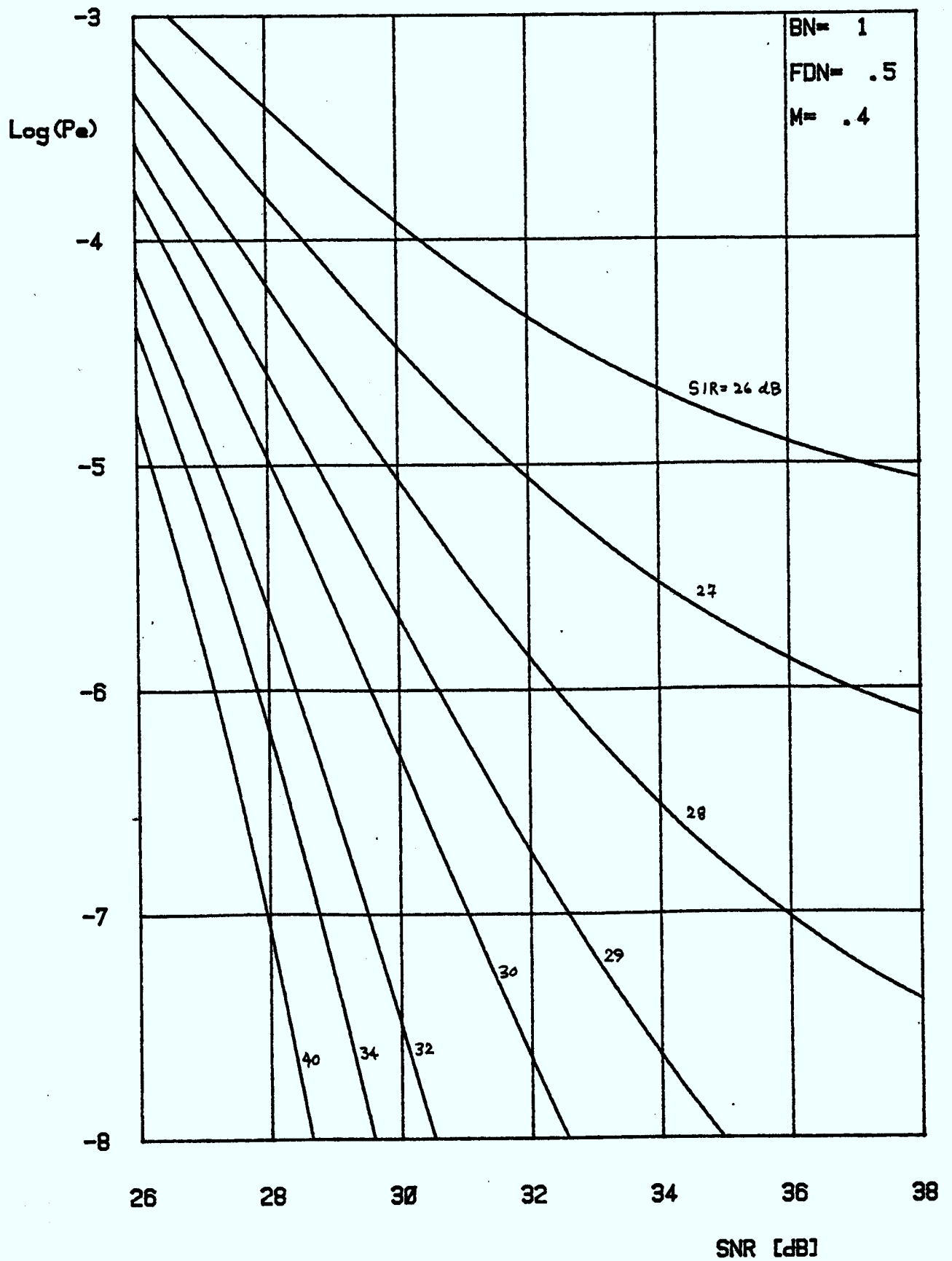
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



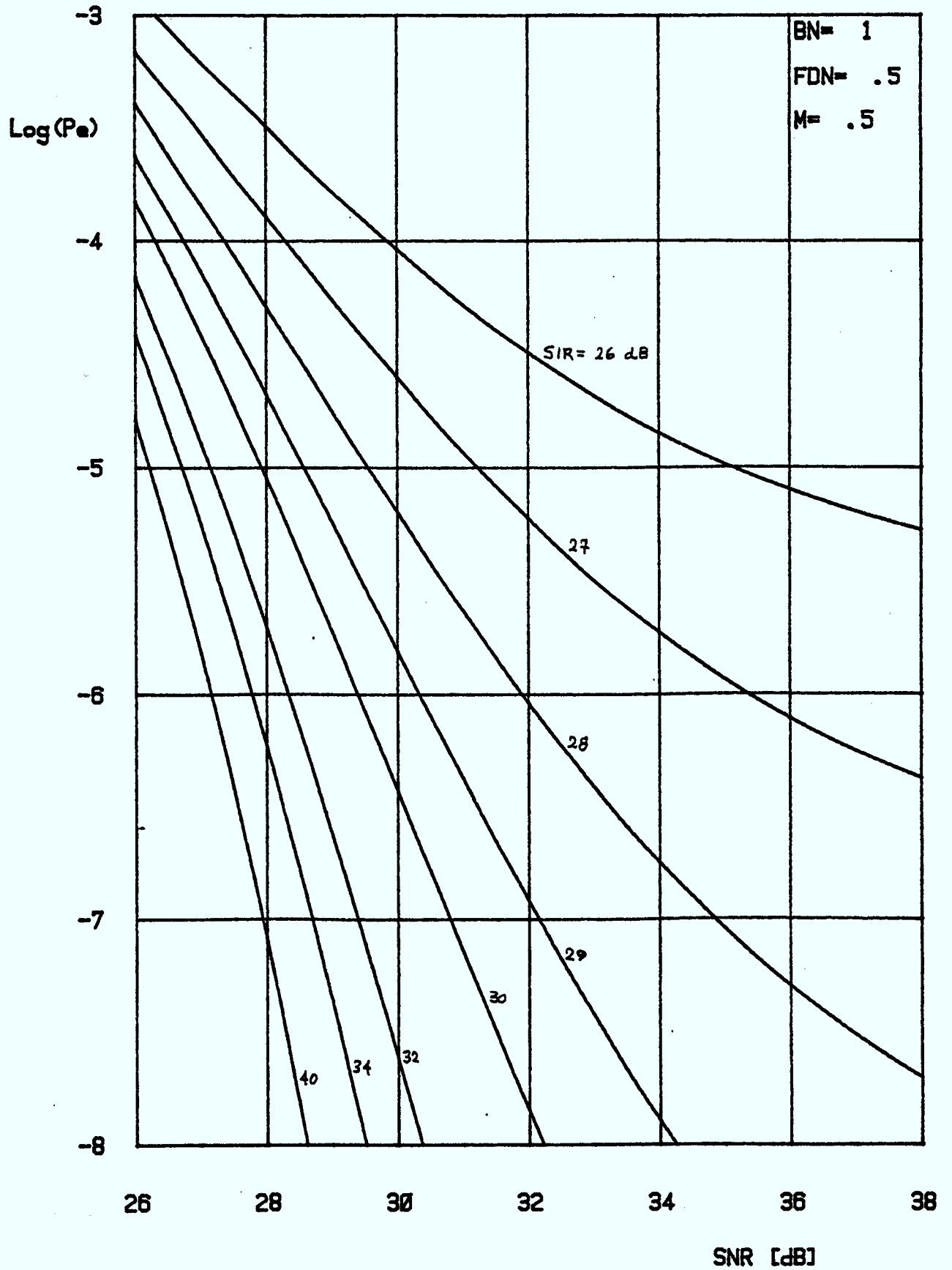
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



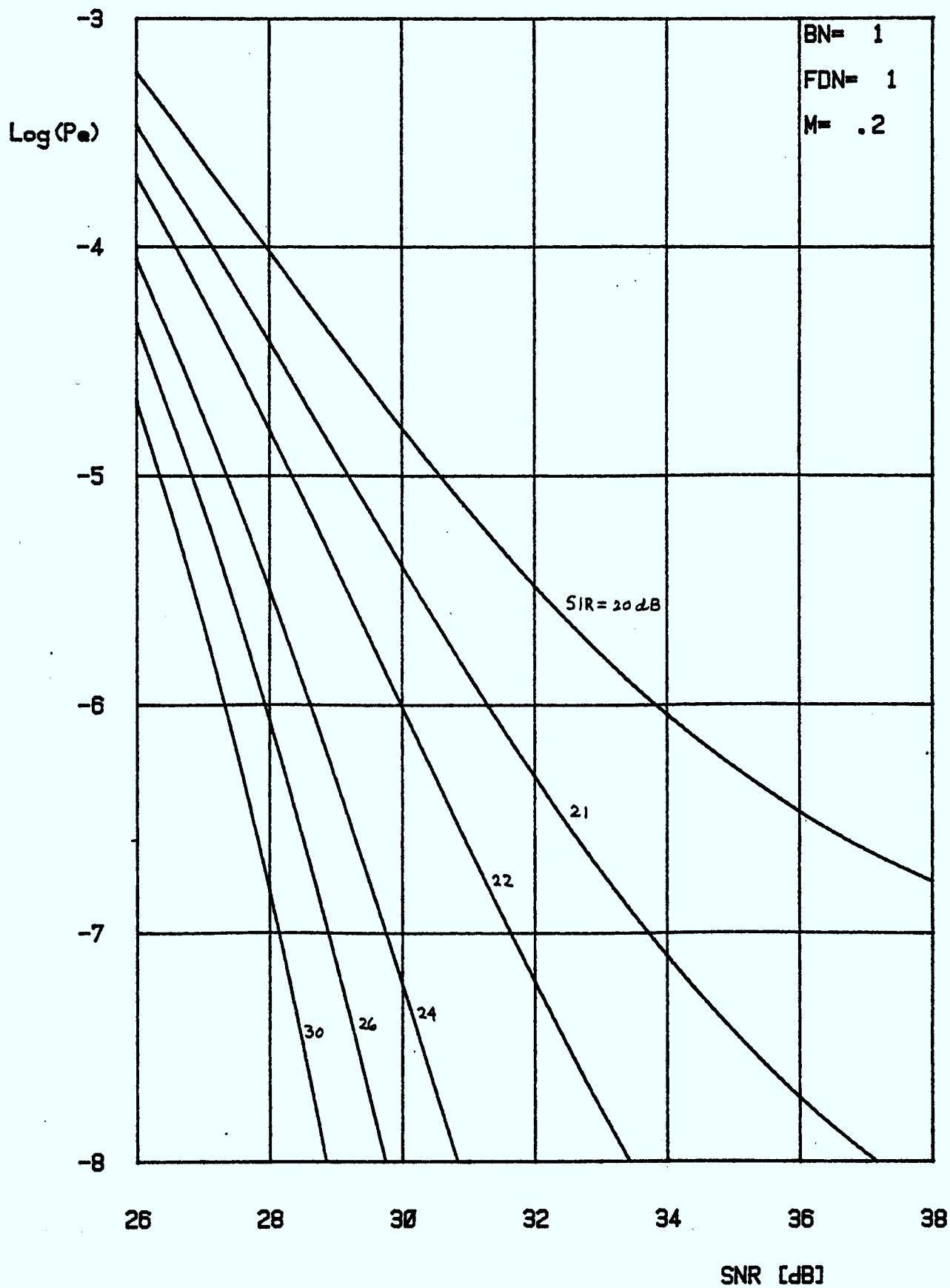
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



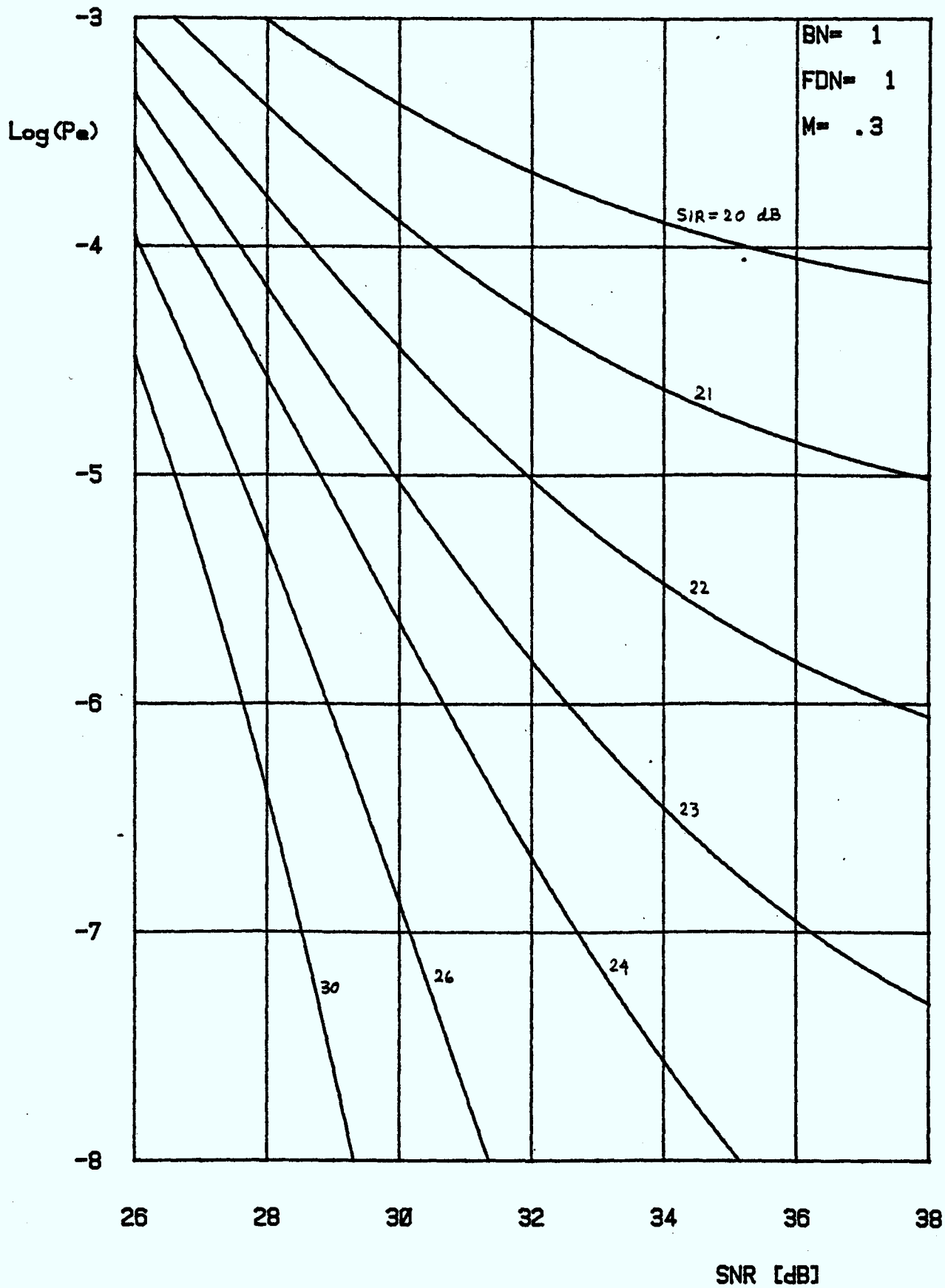
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



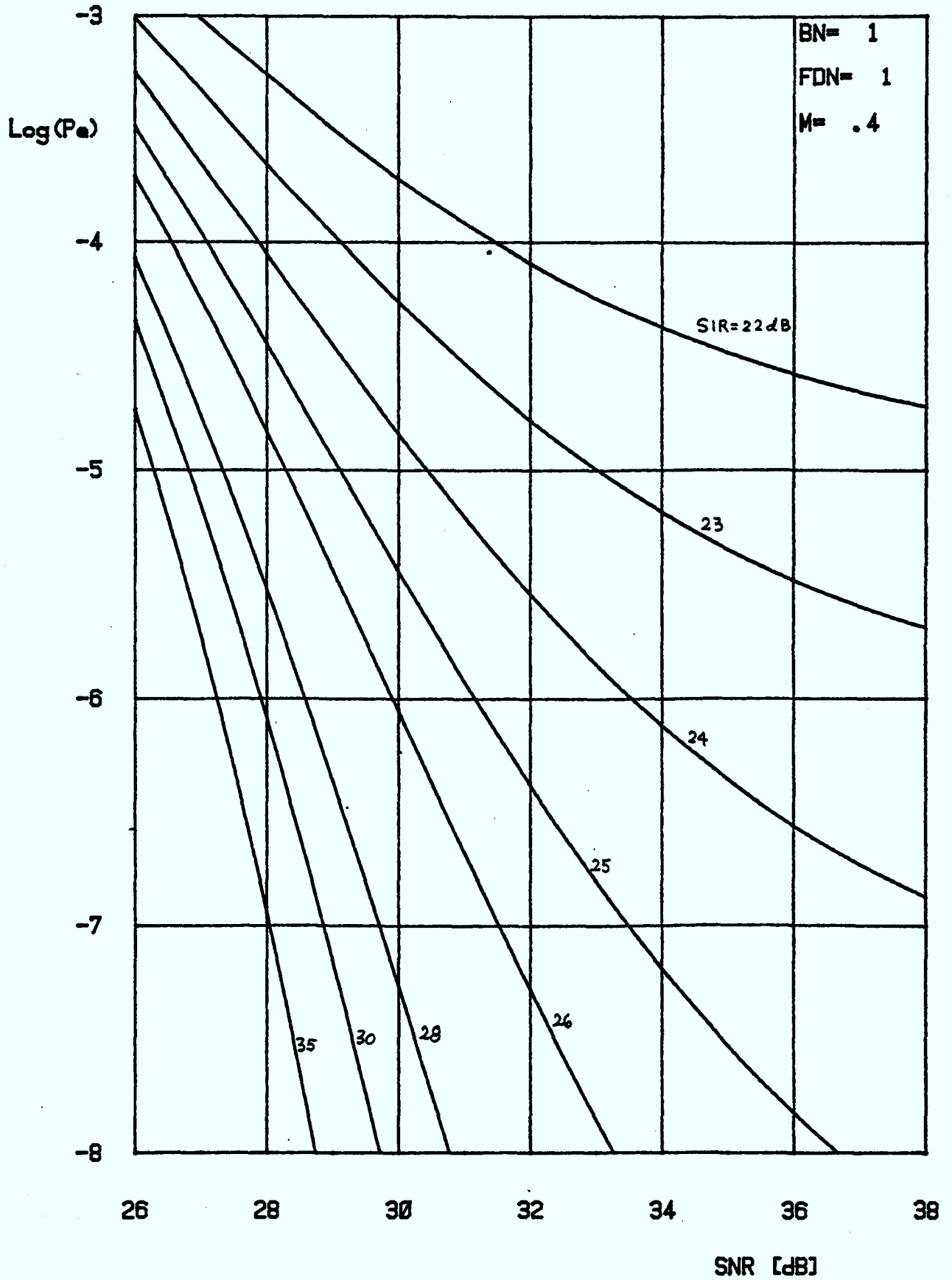
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



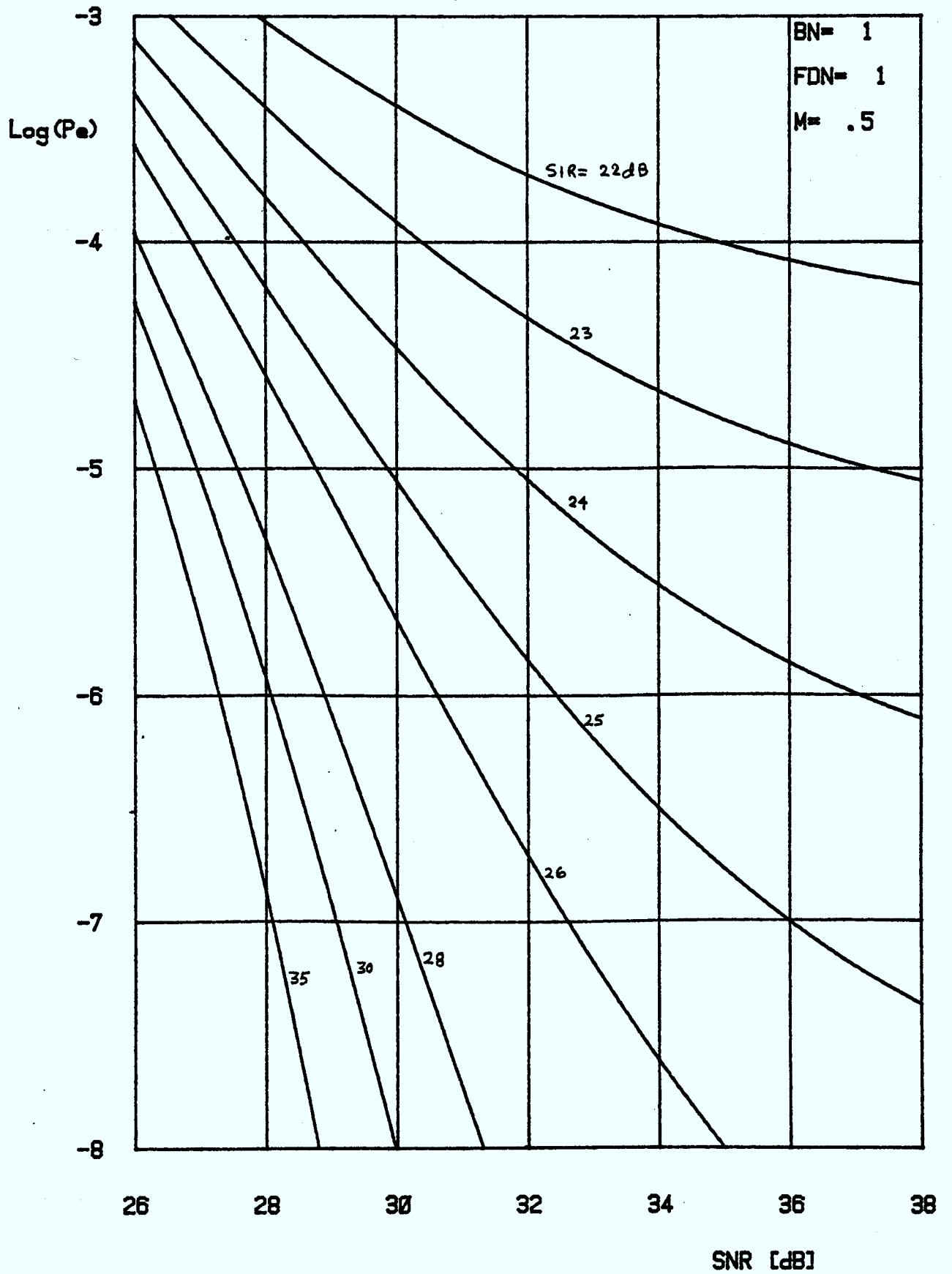
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



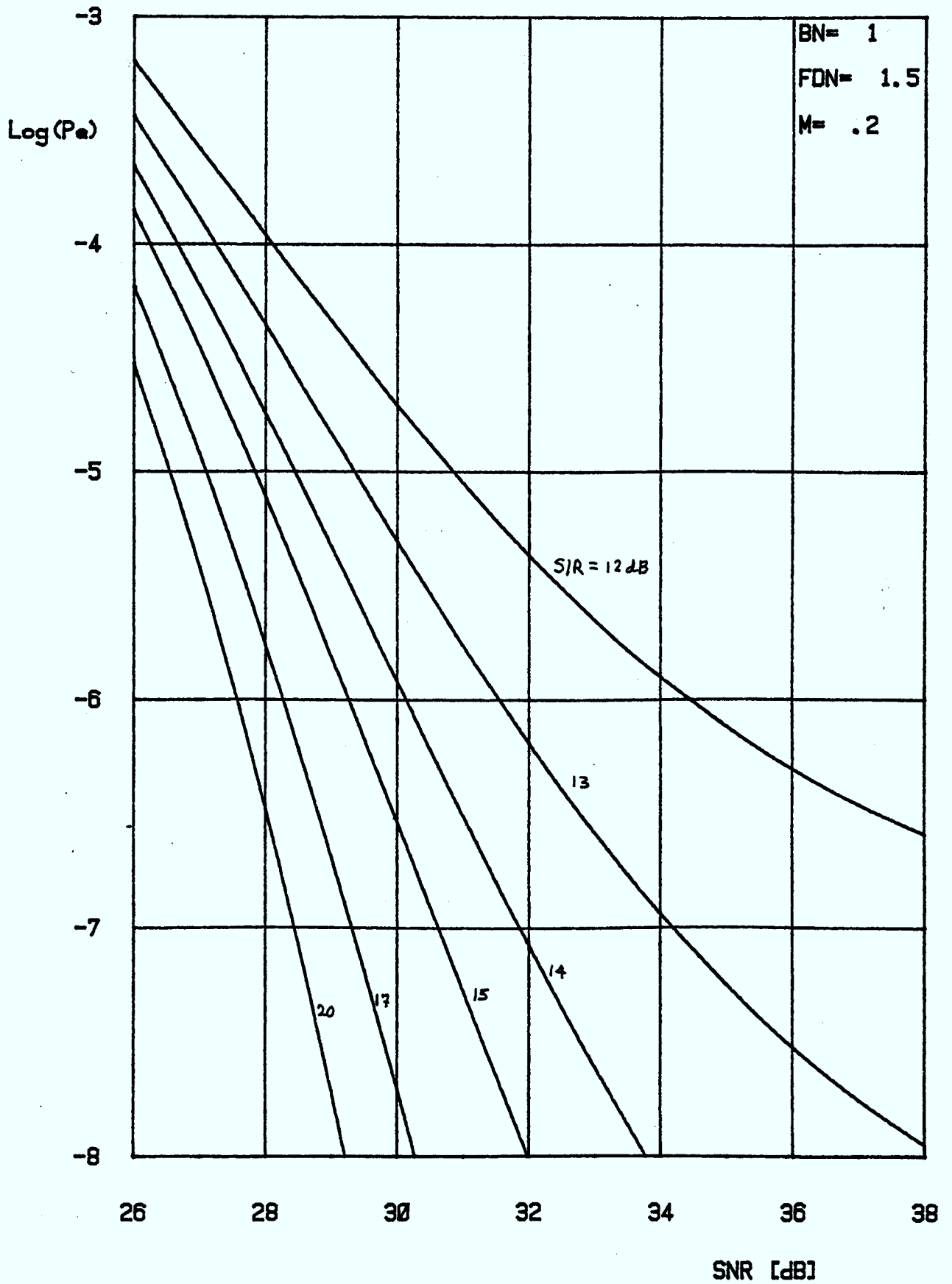
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



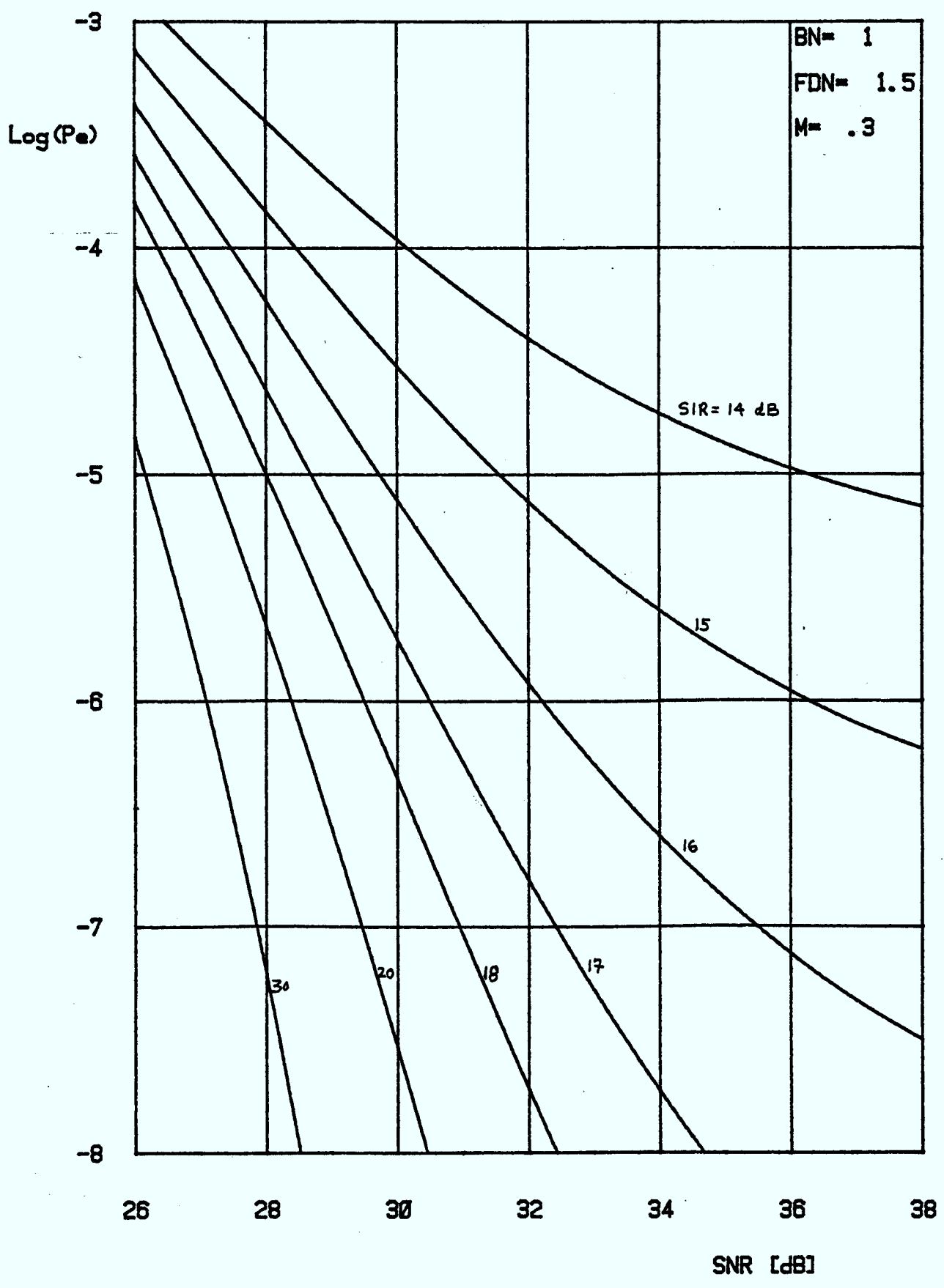
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



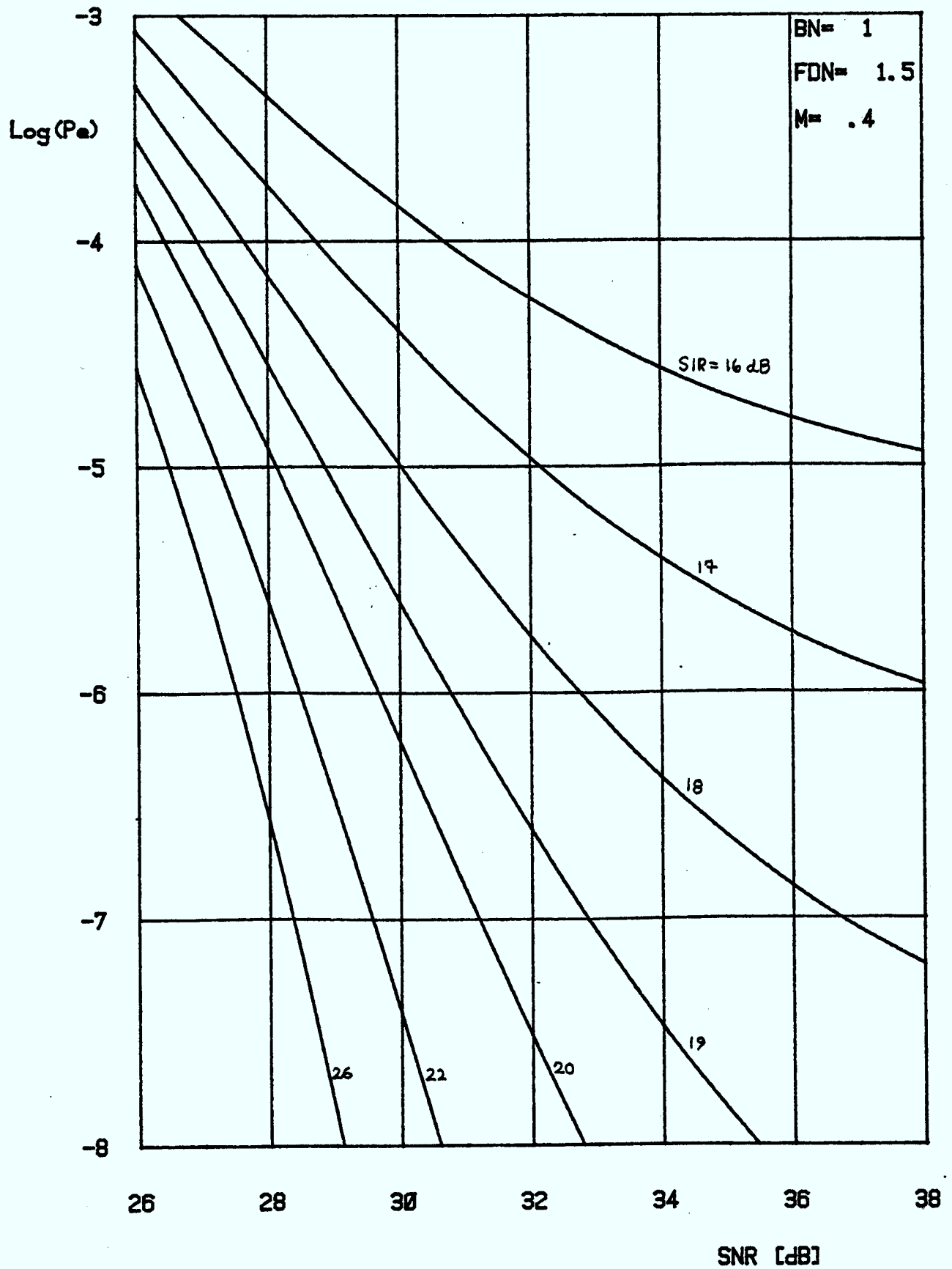
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



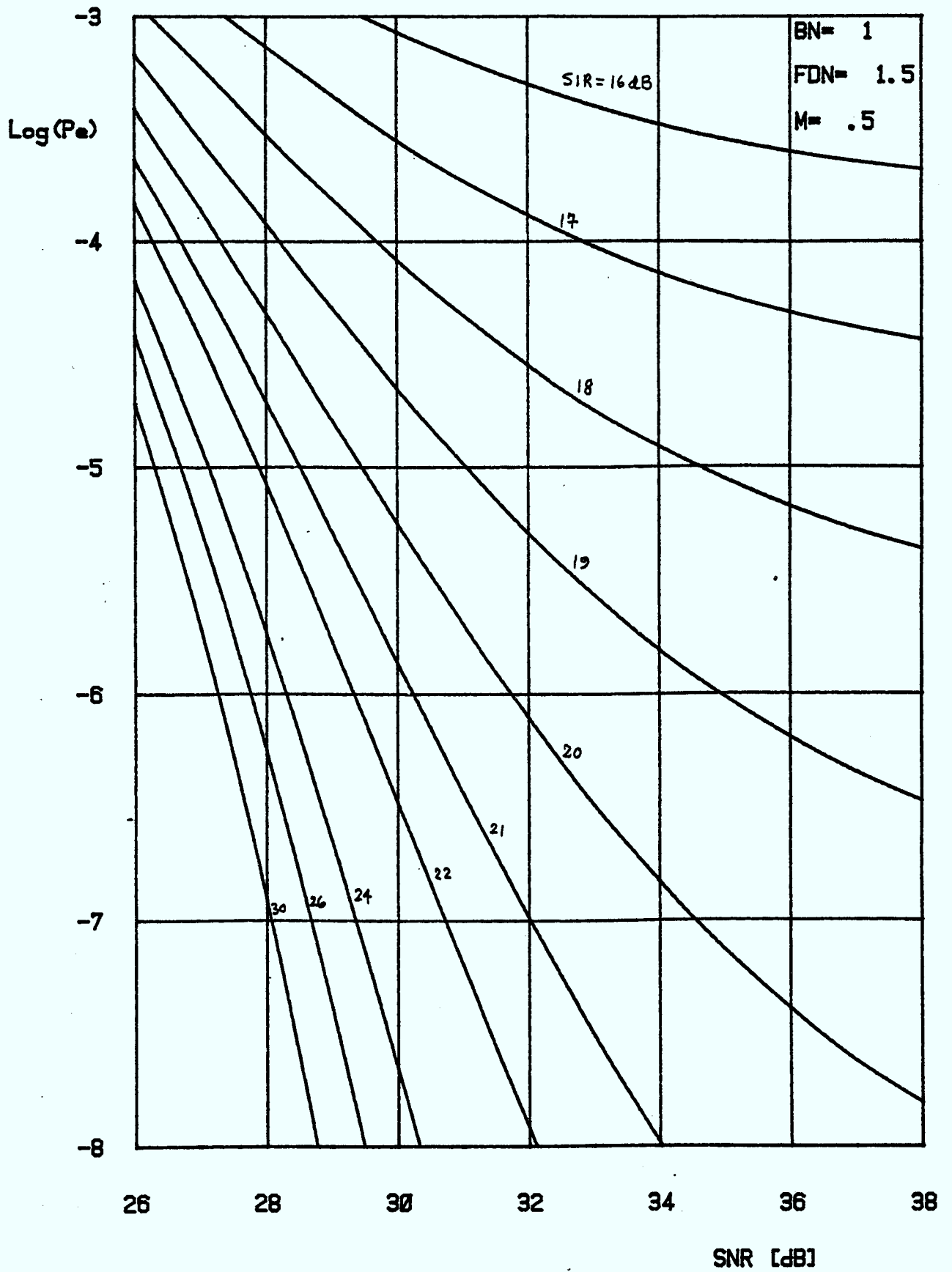
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



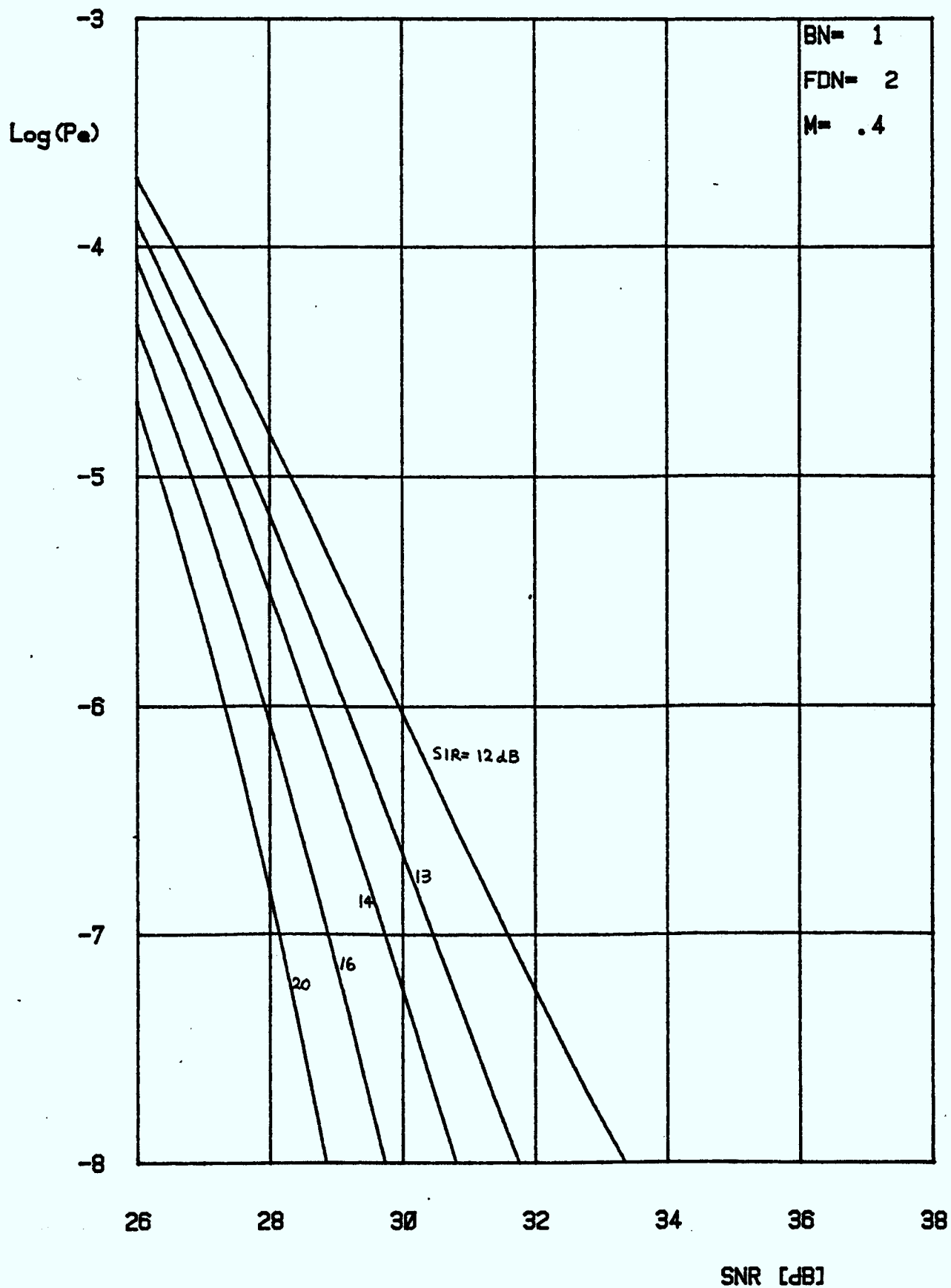
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



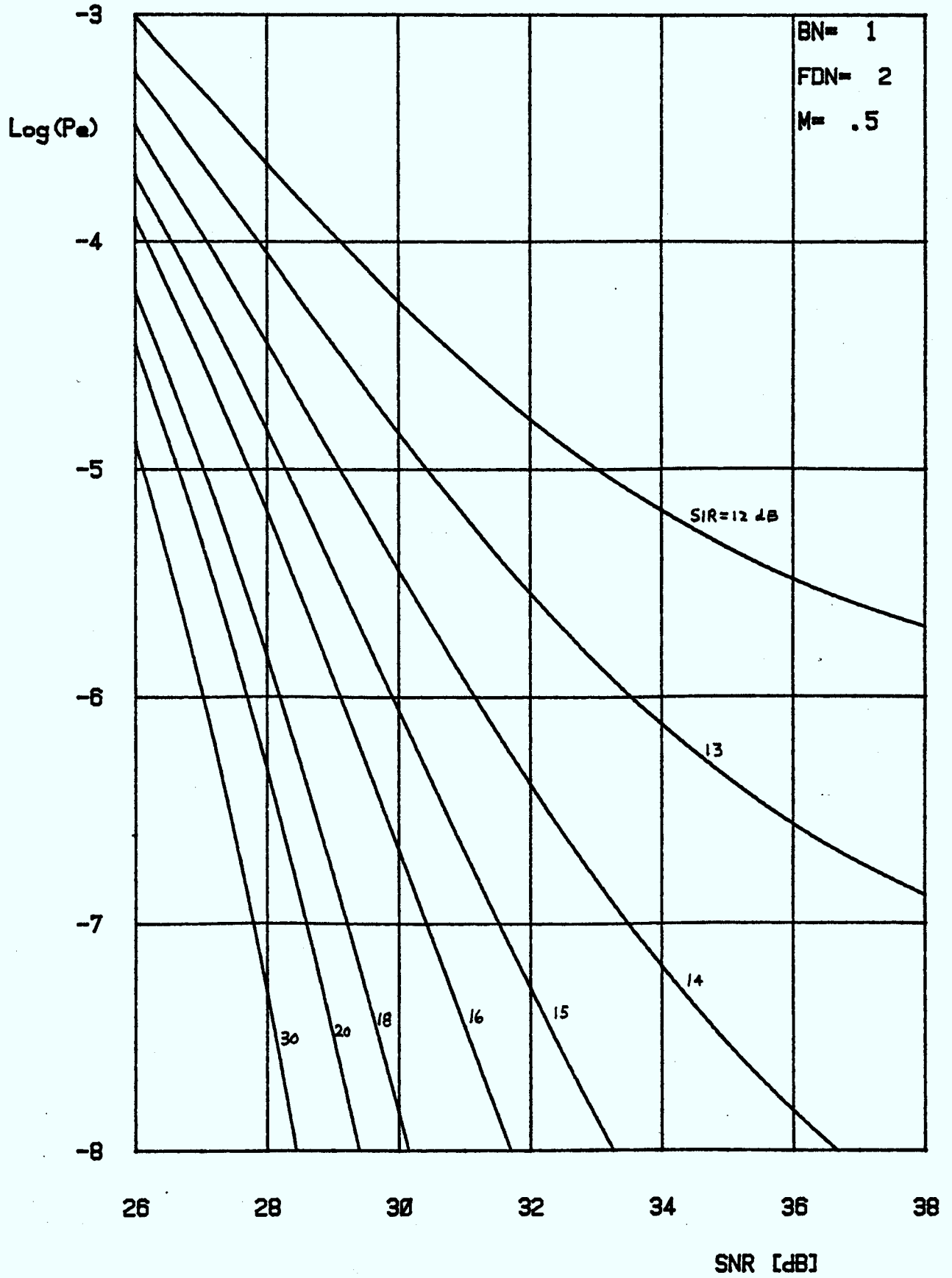
INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



INTERFERENCE FDM-FM DANS QAM-64 SANS IIS



ANNEXE B

DESCRIPTION DU PROGRAMME "DENS"

Le programme présenté ici inclus les fonctions discutées dans le rapport pour le calcul de la densité spectrale FDM-FM ainsi que le calcul de la puissance causant de l'interférence, et finalement, le calcul de la probabilité d'erreur pour un récepteur QAM.

Lignes

Commentaires

3-7

Initialisation des constantes

MAX : nombre de points de la FFT
PIZ : valeur numérique à 16 décimales de 2π
LN10 : logarithme de 10
NB : logarithme en base 2 de MAX

10-12

Définition des variables dimensionnées

Type LIMIT : vecteur servant au calcul de la FFT
Type GAUSS : vecteur servant au calcul d'intégration par la méthode de Gauss
Type VECT : vecteur servant à contenir les valeurs de $S_1(k\pi)$ pour $k = 0$ à 2000

14-19

Déclaration des variables

T,W : vecteur contenant les valeurs des abscisses et des facteurs de pondération nécessaire pour le calcul des intégrales par la méthode de Gauss
RE1, RE2, IM1, REW, IMW : vecteurs servant au calcul de la FFT
R3 à R16 : vecteurs contenant les valeurs des termes de convolution multiple de 3 à 16 résultant du calcul par FFT
V : vecteur contenant les valeurs de $S_1(k\pi)$
P,Q : sert au calcul de $R_\phi(0)$ avec pré-accentuation
M : valeur de l'indice de modulation

- A : valeur normalisée de la fréquence inférieure du signal FDM
- B : valeur normalisée de la fréquence supérieure du signal FDM
- Y : contient la puissance du signal FDM-FM interférant
- PI : contient la valeur de π
- PP : paramètre servant au contrôle de la convergence dans le calcul de la fonction SPECTRE
- BN : une demi largeur de bande normalisée (à la fréquence maximale du signal FDM) du récepteur QAM
- FDN : écart de fréquence normalisée (à la fréquence maximum du signal FDM) entre les porteuses FDM-FM et QAM
- N : type de QAM (ex.: QAM-16 \rightarrow N = 2)
- I,J : variable de contrôle de boucle
- CNOB : valeur de base du rapport signal à bruit
- CNO : valeur du rapport signal à bruit
- SIGMA: valeur de l'argument de la fonction ERFC
- SIR : rapport signal à interférence à l'entrée du récepteur QAM
- SIRC : rapport signal à interférence à l'entrée du dispositif de décision du récepteur QAM
- PE1,PE2 : respectivement, contient la probabilité d'erreur en présence de bruit gaussien avec et sans interférence FDM-FM
- 24-27 H : fonction servant au calcul de la pré-accentuation où Y est la valeur de la fréquence normalisée
- 32-51 SOM : routine d'intégration simple par la méthode de Gauss (ordre 20) servant au calcul de convolution multiple. La fonction G(z) peut être une fonction quelconque y compris la fonction SOM
Fonction F : fonction à intégrer par SOM
Variable Q : valeur de $R_{\phi}(0)$ avec pré-accentuation
- 56-59 CO1 : fonction servant au calcul de la densité spectrale FDM avec pré-accentuation dans la fonction CO

- 63-79 C11,C12 : fonctions servant au calcul de la première convolution par la méthode directe. Ces fonctions sont utilisées par C1
- 83-103 C21,C22 : fonctions servant au calcul de la deuxième convolution par la méthode directe. Ces fonctions sont utilisées par C2
- 107-140 C31,C32,C33 : fonctions servant au calcul de la troisième convolution par la méthode directe. Ces fonctions sont utilisées par C3
- 144-169 C0,C1,C2,C3 : fonctions calculant les quatres premiers termes de la sévi de convolution par la méthode directe
- 173-176 F : calcule la valeur de $\sin(x)/x$
- 180-192 SUM : routine d'intégration simple servant au calcul de $S_1(x)$ par la méthode de Gauss d'ordre 20
- 196-204 VAL : procédure permettant le calcul de $S_1(k\pi)$ pour $k = 0$ à 2000. Le résultat est gardé dans le vecteur V
- 208-216 SI : calcule la fonction $S_1(x)$. La plage des valeurs de x est de 0 à 2000 π et la précision est au moins de 16 décimales
- 220-232 KN : calcule la fonction d'autocorrélation du signal FDM à la puissance N et avec pré-accentuation. L'intégration nécessaire pour ce calcul a été réalisée analytiquement. Seul le calcul numérique de $S_1(x)$ demeure nécessaire. La connaissance de cette fonction est essentielle pour le calcul des termes de la série par FFT
- 236-244 FACTEUR : procédure permettant le calcul des facteurs trigonométriques nécessaires pour le calcul de la FFT

- 248-326 FFT : calcul de la FFT
 IBITR : sert pour le calcul des indices en bits inversées
 ORDRE : permet de mettre en ordre les éléments du vecteur pour le calcul de la FFT
 TRANSFORM : algorithme de transformée de Fourier rapide
- 330-348 FNTER: fonction réalisant une interpolation linéaire simple des valeurs discrètes obtenues par FFT
- 352-365 TERM : calcul des termes de convolution d'ordre élevé par FFT. le résultat est gardé dans RE
 PT : contient le pas d'échantillonnage de KN
- 369-382 INPR : permet l'impression des valeurs obtenues dans le calcul des termes de convolution par FFT
- 386-393 FACT : calcul de la factorielle
- 397-424 SPECTRE : permet le calcul complet de la densité spectrale FDM-FM utilisant les deux méthodes présentées. On calcule seulement les termes de 1 à 16. La puissance de la porteuse n'est pas incluse. On l'ajoute dans la fonction POWER
- 428-431 G : fonction permettant le calcul de l'intégrale de SPECTRE par la fonction POWER
- 435-476 INT10,INT20 : routines d'intégration simple par la méthode de Gauss d'ordre 10 et 20 utilisées par la fonction POWER et appelant la fonction G
- 480-521 POWER: permet le calcul de la puissance du signal FDM-FM dans la bande du récepteur QAM. Comme on utilise un filtre idéal, le calcul se résume à une intégration simple entre les bornes FDN-BN et FDN+BN. La fonction permet d'optimiser la précision en détectant la position des possibles discontinuités dans la densité spectrale FDM-FM

- 525-550 ERFC : calcul de la fonction d'erreur complémentaire pour x entre -12 et 12
- 554-559 PRT : permet l'impression des résultats du calcul de différentes valeurs de SPECTRE en dB
- 563-630 Programme principal
- 563-597 Initialisation des variables, calcul des termes par FFT et calcul des valeurs de $S_1(k\pi)$
- 598-607 Impression des différents paramètres utiles
- 608 Calcul de la puissance du signal FDM-FM à l'entrée du dispositif de décision en fonction de A, B, M, BN et FDN
- 609-630 Calcul de la probabilité d'erreur en fonction de SNR, SIR et N

ANNEXE B

DESCRIPTION DU PROGRAMME "DENS"

Le programme présenté ici inclus les fonctions discutées dans le rapport pour le calcul de la densité spectrale FDM-FM ainsi que le calcul de la puissance causant de l'interférence, et finalement, le calcul de la probabilité d'erreur pour un récepteur QAM.

Lignes

Commentaires

3-7	<u>Initialisation des constantes</u> MAX : nombre de points de la FFT PIZ : valeur numérique à 16 décimales de 2π LN10 : logarithme de 10 NB : logarithme en base 2 de MAX
10-12	<u>Définition des variables dimensionnées</u> Type LIMIT : vecteur servant au calcul de la FFT Type GAUSS : vecteur servant au calcul d'intégration par la méthode de Gauss Type VECT : vecteur servant à contenir les valeurs de $S_i(k\pi)$ pour $k = 0$ à 2000
14-19	<u>Déclaration des variables</u> T,W : vecteur contenant les valeurs des abscisses et des facteurs de pondération nécessaire pour le calcul des intégrales par la méthode de Gauss RE1, RE2, IM1, REW, IMW : vecteurs servant au calcul de la FFT R3 à R16 : vecteurs contenant les valeurs des termes de convolution multiple de 3 à 16 résultant du calcul par FFT V : vecteur contenant les valeurs de $S_i(k\pi)$ P,Q : sert au calcul de $R_\phi(0)$ avec pré-accentuation M : valeur de l'indice de modulation

- A : valeur normalisée de la fréquence inférieure du signal FDM
- B : valeur normalisée de la fréquence supérieure du signal FDM
- Y : contient la puissance du signal FDM-FM interférant
- PI : contient la valeur de π
- PP : paramètre servant au contrôle de la convergence dans le calcul de la fonction SPECTRE
- BN : une demi largeur de bande normalisée (à la fréquence maximale du signal FDM) du récepteur QAM
- FDN : écart de fréquence normalisée (à la fréquence maximum du signal FDM) entre les porteuses FDM-FM et QAM
- N : type de QAM (ex.: QAM-16 \rightarrow N = 2)
- I,J : variable de contrôle de boucle
- CNOB : valeur de base du rapport signal à bruit
- CNO : valeur du rapport signal à bruit
- SIGMA: valeur de l'argument de la fonction ERFIC
- SIR : rapport signal à interférence à l'entrée du récepteur QAM
- SIRC : rapport signal à interférence à l'entrée du dispositif de décision du récepteur QAM
- PE1,PE2 : respectivement, contient la probabilité d'erreur en présence de bruit gaussien avec et sans interférence FDM-FM
- 24-27 H : fonction servant au calcul de la pré-accentuation où Y est la valeur de la fréquence normalisée
- 32-51 SOM : routine d'intégration simple par la méthode de Gauss (ordre 20) servant au calcul de convolution multiple. La fonction G(z) peut être une fonction quelconque y compris la fonction SOM
Fonction F : fonction à intégrer par SOM
Variable Q : valeur de $R_{\phi}(0)$ avec pré-accentuation
- 56-59 CO1 : fonction servant au calcul de la densité spectrale FDM avec pré-accentuation dans la fonction CO

- 63-79 C11,C12 : fonctions servant au calcul de la première convolution par la méthode directe. Ces fonctions sont utilisées par C1
- 83-103 C21,C22 : fonctions servant au calcul de la deuxième convolution par la méthode directe. Ces fonctions sont utilisées par C2
- 107-140 C31,C32,C33 : fonctions servant au calcul de la troisième convolution par la méthode directe. Ces fonctions sont utilisées par C3
- 144-169 C0,C1,C2,C3 : fonctions calculant les quatres premiers termes de la sévi de convolution par la méthode directe
- 173-176 F : calcule la valeur de $\sin(x)/x$
- 180-192 SUM : routine d'intégration simple servant au calcul de $S_1(x)$ par la méthode de Gauss d'ordre 20
- 196-204 VAL : procédure permettant le calcul de $S_1(k\pi)$ pour $k = 0$ à 2000. Le résultat est gardé dans le vecteur V
- 208-216 SI : calcule la fonction $S_1(x)$. La plage des valeurs de x est de 0 à 2000 π et la précision est au moins de 16 décimales
- 220-232 KN : calcule la fonction d'autocorrélation du signal FDM à la puissance N et avec pré-accentuation. L'intégration nécessaire pour ce calcul a été réalisée analytiquement. Seul le calcul numérique de $S_1(x)$ demeure nécessaire. La connaissance de cette fonction est essentielle pour le calcul des termes de la série par FFT
- 236-244 FACTEUR : procédure permettant le calcul des facteurs trigonométriques nécessaires pour le calcul de la FFT

- 248-326 FFT : calcul de la FFT
 IBITR : sert pour le calcul des indices en bits inversées
 ORDRE : permet de mettre en ordre les éléments du vecteur pour le calcul de la FFT
 TRANSFORM : algorithme de transformée de Fourier rapide
- 330-348 FNTER: fonction réalisant une interpolation linéaire simple des valeurs discrètes obtenues par FFT
- 352-365 TERM : calcul des termes de convolution d'ordre élevé par FFT. le résultat est gardé dans RE
 PT : contient le pas d'échantillonnage de KN
- 369-382 INPR : permet l'impression des valeurs obtenues dans le calcul des termes de convolution par FFT
- 386-393 FACT : calcul de la factorielle
- 397-424 SPECTRE : permet le calcul complet de la densité spectrale FDM-FM utilisant les deux méthodes présentées. On calcule seulement les termes de 1 à 16. La puissance de la porteuse n'est pas incluse. On l'ajoute dans la fonction POWER
- 428-431 G : fonction permettant le calcul de l'intégrale de SPECTRE par la fonction POWER
- 435-476 INT10,INT20 : routines d'intégration simple par la méthode de Gauss d'ordre 10 et 20 utilisées par la fonction POWER et appelant la fonction G
- 480-521 POWER: permet le calcul de la puissance du signal FDM-FM dans la bande du récepteur QAM. Comme on utilise un filtre idéal, le calcul se résume à une intégration simple entre les bornes FDN-BN et FDN+BN. La fonction permet d'optimiser la précision en détectant la position des possibles discontinuités dans la densité spectrale FDM-FM

- 525-550 ERFC : calcul de la fonction d'erreur complémentaire pour x entre -12 et 12
- 554-559 PRT : permet l'impression des résultats du calcul de différentes valeurs de SPECTRE en dB
- 563-630 Programme principal
- 563-597 Initialisation des variables, calcul des termes par FFT et calcul des valeurs de $S_i(k\pi)$
- 598-607 Impression des différents paramètres utiles
- 608 Calcul de la puissance du signal FDM-FM à l'entrée du dispositif de décision en fonction de A, B, M, BN et FDN
- 609-630 Calcul de la probabilité d'erreur en fonction de SNR, SIR et N

```

1 0680 -- (*SL+*)
2 0680 -- PROGRAM DENS(OUTPUT)
3 0694 -- CONST
4 0694 -- MAX=1024
5 0694 -- PI2=6.2831853071795862
6 0694 -- LN10=2.3025850929940456
7 0694 -- NR=10
8 0694 -- LABEL 5
9 0694 -- TYPE
10 0694 -- LIMIT=ARRAY(.1.,MAX.) OF REAL
11 0694 -- GAUSS=ARRAY(.1.,10.) OF REAL
12 0694 -- VECT=ARRAY(.0.,2000.) OF REAL
13 0694 -- VAR
14 0694 -- T,W:GAUSS
15 0738 -- RE1,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9,R10,R11,R12,R13,R14,R15,RE2,IM1,REW,IMW,LIMIT
16 24738 -- V:VECT
17 285C0 -- P,Q,M,A,B,Y,PI,PP,BN,FDN:REAL
18 28610 -- I,J,N:INTEGER
19 2861C -- CNOB,CND,SIGMA,SIR,SIRC,PE1,PE2:REAL
20 28658 --
21 28658 --
22 28658 -- (*****
23 28658 --
24 28658 -- A FUNCTION H(Y:REAL):REAL
25 0000 0= A BEGIN
26 0018 -- H:=0.4+1.35*Y*Y+0.75*SQR(Y*Y)
27 0068 =0 A END
28 009C --
29 009C -- (*****
30 009C --
31 009C -- A FUNCTION SOM(Y:REAL:FUNCTION G(Z:REAL):REAL:BI,BS:REAL):REAL
32 **WARNING** 1340
33 0068 --
34 0068 -- VAR
35 0068 -- U,V,R:REAL
36 0080 -- I:INTEGER
37 0084 --
38 0084 --
39 0084 -- B FUNCTION F(Y,X:REAL):REAL
40 0000 0= B BEGIN
41 0018 -- F:=Q*H(Y-X)*G(X)/(2*SQR(Y-X))
42 00D4 =0 B END
43 00F0 --
44 0000 0= A BEGIN
45 0018 -- U:=(BS-BI)/2
46 0050 -- V:=(BS+BI)/2
47 0088 -- R:=0
48 009E -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(Y,V+U*T(.I.))
49 017E -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(Y,V-U*T(.I.))
50 025E -- SOM:=R*U
51 0280 =0 A END
52 02A0 --
53 02A0 -- (*****
54 02A0 --
55 02A0 --
56 02A0 -- A FUNCTION CO1(Y:REAL):REAL
57 0000 0= A BEGIN

```

```

58 0018 ==          IF (Y<B) AND (Y>A) THEN C011:=0*(H(Y)/(2*Y*Y) ELSE C011=01
59 0106 ==0 A  ENDI
60 0124 ==
61 0124 ==  (*****
62 0124 ==
63 0124 == A  FUNCTION C11(Y:REAL)REALI
64 0000 0= A  BEGIN
65 0018 ==          IF (Y<(A+B)) AND (Y>(2*A)) THEN C11:=SOM(Y,C01,A,Y=A)
66 0106 ==          ELSE
67 0116 ==          IF (Y<(2*B)) AND (Y>=(A+B)) THEN C11:=SOM(Y,C01,Y=B,B)
68 0204 ==          ELSE C11:=01
69 022A ==0 A  ENDI
70 0248 ==
71 0248 ==  (*****
72 0248 ==
73 0248 == A  FUNCTION C12(Y:REAL)REALI
74 0000 0= A  BEGIN
75 0018 ==          IF (Y<0) AND (Y>(A=B)) THEN C12:=SOM(Y,C01,A,Y+B)
76 00FE ==          ELSE
77 00FE ==          IF (Y<(B=A)) AND (Y>=0) THEN C12:=SOM(Y,C01,Y+A,B)
78 01D4 ==          ELSE C12:=01
79 01FA ==0 A  ENDI
80 0218 ==
81 0218 ==  (*****
82 0218 ==
83 0218 == A  FUNCTION C21(Y:REAL)REALI
84 0000 0= A  BEGIN
85 0018 ==          IF (Y>(3*A)) AND (Y<(2*A+B)) THEN C21:=SOM(Y,C11,2*A,Y=A)
86 0132 ==          ELSE
87 0142 ==          IF (Y>=(2*A+B)) AND (Y<(2*B+A)) THEN C21:=SOM(Y,C11,Y=B,Y=A)
88 026C ==          ELSE
89 027C ==          IF (Y>=(2*B+A)) AND (Y<(3*B)) THEN C21:=SOM(Y,C11,Y=B,2*B)
90 0396 ==          ELSE C21:=01
91 038C ==0 A  ENDI
92 03D8 ==
93 03D8 ==  (*****
94 03D8 ==
95 03D8 == A  FUNCTION C22(Y:REAL)REALI
96 0000 0= A  BEGIN
97 0018 ==          IF (Y>(2*A=B)) AND (Y<A) THEN C22:=SOM(Y,C12,A=B,Y=A)
98 011C ==          ELSE
99 012C ==          IF (Y>=A) AND (Y<B) THEN C22:=SOM(Y,C12,Y=B,0)+SOM(Y,C12,0,Y=A)
100 0250 ==          ELSE
101 0268 ==          IF (Y>=B) AND (Y<(2*B=A)) THEN C22:=SOM(Y,C12,Y=B,B=A)
102 036C ==          ELSE C22:=01
103 0392 ==0 A  ENDI
104 03B0 ==
105 03B0 ==  (*****
106 03B0 ==
107 03B0 == A  FUNCTION C31(Y:REAL)REALI
108 0000 0= A  BEGIN
109 0018 ==          IF (Y>(4*A)) AND (Y<(3*A+B)) THEN C31:=SOM(Y,C21,3*A,Y=A)
110 0132 ==          ELSE
111 0142 ==          IF (Y>=(3*A+B)) AND (Y<(3*B+A)) THEN C31:=SOM(Y,C21,Y=B,Y=A)
112 026C ==          ELSE
113 027C ==          IF (Y>=(3*B+A)) AND (Y<(4*B)) THEN C31:=SOM(Y,C21,Y=B,3*B)
114 0396 ==          ELSE C31:=01
115 03BC ==0 A  ENDI

```

```

116 03D8 ==
117 03D8 == (*****
118 03D8 ==
119 03D8 == A FUNCTION C32(Y:REAL):REAL;
120 0000 0= A BEGIN
121 0018 == IF (Y>(3*A=B)) AND (Y<(2*A)) THEN C32:=SOM(Y,C22,2*A=B,Y=A)
122 0148 == ELSE
123 0158 == IF (Y>=(2*A)) AND (Y<(2*B)) THEN C32:=SOM(Y,C22,Y=B,Y=A)
124 0256 == ELSE
125 0266 == IF (Y>=(2*B)) AND (Y<(3*B=A)) THEN C32:=SOM(Y,C22,Y=B,2*B=A)
126 0396 == ELSE
127 03A6 == C32:=0;
128 038C == A END;
129 03D8 ==
130 03D8 == (*****
131 03D8 ==
132 03D8 == A FUNCTION C33(Y:REAL):REAL;
133 0000 0= A BEGIN
134 0018 == IF (Y>(2*A=2*B)) AND (Y<(A=B)) THEN C33:=SOM(Y,C22,2*A=B,Y+B)
135 015E == ELSE
136 016E == IF (Y>=(A=B)) AND (Y<(B=A)) THEN C33:=SOM(Y,C22,Y+A,Y+B)
137 026C == ELSE
138 027C == IF (Y>=(B=A)) AND (Y<(2*B=2*A)) THEN C33:=SOM(Y,C22,Y+A,2*B=A)
139 03C2 == ELSE C33:=0;
140 03E8 == A END;
141 0404 ==
142 0404 == (*****
143 0404 ==
144 0404 == A FUNCTION C0(Y:REAL):REAL;
145 0000 0= A BEGIN
146 0018 == C0:=C01(Y)+C01(-Y);
147 005A == A END;
148 0074 ==
149 0074 == (*****
150 0074 ==
151 0074 == A FUNCTION C1(Y:REAL):REAL;
152 0000 0= A BEGIN
153 0018 == C1:=C11(Y)+2*C12(Y)+C11(-Y);
154 0092 == A END;
155 00AC ==
156 00AC == (*****
157 00AC ==
158 00AC == A FUNCTION C2(Y:REAL):REAL;
159 0000 0= A BEGIN
160 0018 == C2:=C21(Y)+3*C22(Y)+3*C22(-Y)+C21(-Y);
161 00CC == A END;
162 00E4 ==
163 00E4 == (*****
164 00E4 ==
165 00E4 ==
166 00E4 == A FUNCTION C3(Y:REAL):REAL;
167 0000 0= A BEGIN
168 0018 == C3:=C31(Y)+4*C32(Y)+6*C33(Y)+4*C32(-Y)+C31(-Y);
169 0104 == A END;
170 011C ==
171 011C == (*****
172 011C ==
173 011C == A FUNCTION F(X:REAL):REAL;

```

```

174 0000 0= A BEGIN
175 0018 -- F:=SIN(X)/X
176 0042 =0 A ENDI
177 005C --
178 005C -- (*****
179 005C --
180 005C -- A FUNCTION SUM( BI,BSIREAL)IREAL;
181 0058 -- VAR
182 0058 -- U,V,RIREAL;
183 0070 -- I:INTEGER;
184 0074 --
185 0000 0= A BEGIN
186 0018 -- U:=(BS-BI)/2;
187 0050 -- V:=(BS+BI)/2;
188 0088 -- R:=0;
189 009E -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(V+U*T(.I.));
190 016C -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(V-U*T(.I.));
191 023A -- SUM:=R*U;
192 025C =0 A ENDI
193 027C --
194 027C -- (*****
195 027C --
196 027C -- A PROCEDURE VAL(VAR VIVECT);
197 0044 -- VAR
198 0044 -- I:INTEGER;
199 0048 -- PI:REAL;
200 0000 0= A BEGIN
201 0012 -- PI:=PI2/2;
202 0030 -- V(.0.):=0;
203 004A -- FOR I:=1 TO 2000 DO V(.I.):=SUM((I-1)*PI,I*PI)+V(.I-1.);
204 012A =0 A ENDI
205 0144 --
206 0144 -- (*****
207 0144 --
208 0144 -- A FUNCTION SI(XIREAL)IREAL;
209 0050 -- VAR
210 0050 -- I:INTEGER;
211 0054 -- PI:REAL;
212 0000 0= A BEGIN
213 0018 -- PI:=PI2/2;
214 0036 -- I:=TRUNC(X/PI);
215 0076 -- IF X=0 THEN SI:=0 ELSE SI:=SUM(I*PI,X)+V(.I.);
216 012A =0 A ENDI
217 0154 --
218 0154 -- (*****
219 0154 --
220 0154 -- A FUNCTION KN(XIREAL;N:INTEGER)IREAL;
221 0054 -- VAR RIREAL;
222 0000 0= A BEGIN
223 0018 -- IF X=0 THEN KN:=1 ELSE
224 005A -- BEGIN
225 005A -- R:=((0.4/A)=(1.5*A)/(X*X))*COS(A*X);
226 00E2 -- R:=R+((1.5/(X*X*X)-(0.75*A*A+1.35)/X)*SIN(A*X));
227 019E -- R:=R+((1.5*B/(X*X)-(0.4/R))*COS(B*X));
228 0236 -- R:=R+(((1.35+0.75*B*B)/X-1.5/(X*X*X))*SIN(B*X));
229 02F2 -- R:=R+0.4*X*(SI(A*X)-SI(B*X));
230 0390 -- KN:=(R*Q)**N;
231 03CC -- ENDI

```

```

232 03CC =0 A  ENDI
233 0408 --
234 0408 --  (*****
235 0408 --
236 0408 -- A  PROCEDURE FACTEURI
237 0040 -- VAR I:INTEGERI
238 0000 0= A  BEGIN
239 0012 -- FOR I:=0 TO MAX-1 DO
240 003A 1= BEGIN
241 003A -- REW(.I+1.):=COS(PI2*I/MAX)I
242 0090 -- IMW(.I+1.):=SIN(PI2*I/MAX)I
243 00E0 -1 ENDI
244 0102 =0 A  ENDI
245 0120 --
246 0120 --  (*****
247 0120 --
248 0120 -- A  PROCEDURE FFT(VAR RE1,IM1:LIMIT)I
249 0048 -- VAR
250 0048 -- I:INTEGERI
251 004C -- RE2,IM2:LIMITI
252 4050 --
253 4050 -- B  FUNCTION IBITR(J,NB:INTEGER)IINTEGERI
254 0050 -- VAR
255 0050 -- I,J2,IBI:INTEGERI
256 0000 0= B  BEGIN
257 0018 -- IBI:=0I
258 001E -- FOR I:=1 TO NB DO
259 004A 1= BEGIN
260 004A -- J2:=J DIV 2I
261 0060 -- IBI:=IB*2+(J-2*J2)I
262 009A -- J:=J2I
263 00A8 -1 ENDI
264 00CA -- IBITR:=IBI
265 00DB =0 B  ENDI
266 00F8 --
267 00F8 -- B  PROCEDURE ORDRE(VAR X:LIMIT)I
268 0044 -- VAR
269 0044 -- I,K:INTEGERI
270 004C -- TRANS:REALI
271 0000 0= B  BEGIN
272 0012 -- FOR I:=1 TO MAX DO
273 0030 1= BEGIN
274 0030 -- KI:=IBITR(I-1,NB)+1I
275 0054 -- IF I>K THEN
276 0066 2= BEGIN
277 0066 -- TRANS:=X(.I.)I
278 0092 -- X(.I.):=X(.K.)I
279 00DB -- X(.K.):=TRANSI
280 0104 -2 ENDI
281 0104 -1 ENDI
282 0126 =0 B  ENDI
283 013C --
284 013C -- B  PROCEDURE TRANSFORMI
285 0040 -- VAR
286 0040 -- DIST,DISTCEL,PASCEL,CELNB,NBDFT,NBPAIRE,N1,N2,I,J:INTEGERI
287 0068 -- REELSIN,REELCOS,IMAGSIN,IMAGCOS:REALI
288 0000 0= B  BEGIN
289 0012 -- NBDFT:=MAX DIV 2I

```

```

290 0022 -- NRPAIRE:=11
291 002A -- DIST:=11
292 0032 -- DISTCEL:=21
293 003A -- FOR I:=1 TO NB DO
294 0058 1- BEGIN
295 0058 -- FOR CELNBM:=0 TO NBDFT-1 DO
296 0086 2- BEGIN
297 0086 -- PASCEL:=11
298 008E -- FOR J:=1 TO NBPAIRE DO
299 008A 3- BEGIN
300 008A -- N1:=J+DISTCEL*CELNBM
301 00D6 -- N2:=N1+DIST
302 00F0 -- REELCOS:=RE1(,N2,)*REW(,PASCEL,);
303 0144 -- REELSIN:=RE1(,N2,)*IMW(,PASCEL,);
304 0192 -- IMAGCOS:=IM1(,N2,)*REW(,PASCEL,);
305 01E6 -- IMAGSIN:=IM1(,N2,)*IMW(,PASCEL,);
306 0234 -- PASCEL:=PASCEL+NBDFT
307 024E -- RE2(,N1,):=RE1(,N1,)+REELCOS-IMAGSIN
308 0282 -- RE2(,N1+DIST,):=RE1(,N1,)-REELCOS+IMAGSIN
309 0328 -- IM2(,N1,):=IM1(,N1,)+REELSIN+IMAGCOS
310 0386 -- IM2(,N1+DIST,):=IM1(,N1,)-REELSIN-IMAGCOS
311 03F6 -3 END
312 0418 -2 END
313 043A -- DIST:=DIST*21
314 0452 -- DISTCEL:=DISTCEL*21
315 046A -- NBPAIRE:=NBPAIRE*21
316 0482 -- NBDFT:=NBDFT DIV 21
317 0498 -- RE1:=RE2
318 04AC -- IM1:=IM2
319 04BE =1 END
320 04E0 =0 B END
321 0504 --
322 0000 0- A BEGIN
323 0012 -- ORDRE(RE1);
324 001E -- ORDRE(IM1);
325 002A -- TRANSFORM;
326 002E =0 A END
327 0038 --
328 0038 -- (*****
329 0038 --
330 0038 -- A FUNCTION INTER(VAR RE:LIMITIN:INTEGER;X:REAL)IREAL;
331 0058 -- VAR
332 0058 -- P,PF,X2,X1,Y2,Y1:REAL;
333 0088 -- I,M:INTEGER;
334 0000 0- A BEGIN
335 0018 -- IF ABS(X)>=(N*B) THEN INTER:=0 ELSE
336 0078 1- BEGIN
337 0078 -- M:=TRUNC((MAX*A)/(B*2*N));
338 010C -- IF M=0 THEN M:=1;
339 0126 -- PF:=A/M;
340 015A -- I:=TRUNC(ABS(X)/PF);
341 019C -- X2:=(I+1)*PF;
342 01CE -- X1:=I*PF;
343 01FC -- Y2:=RE(,I+2,);
344 0232 -- Y1:=RE(,I+1,);
345 0268 -- PI:=(Y2-Y1)/(X2-X1);
346 02AA -- INTER:=ABS(Y1+P*(ABS(X)-X1));
347 02F0 =1 END

```

```

348 02F0 =0 A  ENDI
349 031C =0
350 031C =0  (*****
351 031C =0
352 031C =0 A  PROCEDURE TERM(VAR REILIMITINI:INTEGER) I
353 0048 =0 VAR I,M:INTEGER I
354 0050 =0 REI,IM1:LIMIT I
355 4050 =0 PT:REAL I
356 0000 0= A  BEGIN
357 0012 =0 M:=TRUNC((MAX*A)/(B*2*N)) I
358 00AC =0 IF M=0 THEN M:=1 I
359 00C6 =0 PT:=(M*PI2)/(A*MAX) I
360 011A =0 FOR I:=1 TO MAX DO REI(.I.):=PT*KN((I-1)*PT,N)/PI I
361 0208 =0 FOR I:=1 TO MAX DO IM1(.I.):=0 I
362 027C =0 REI(.1.):=PT/(2*PI) I
363 02C6 =0 FFT(REI,IM1) I
364 02DC =0 REI:=REI I
365 02F0 =0 A  ENDI
366 0320 =0
367 0320 =0  (*****
368 0320 =0
369 0320 =0 A  PROCEDURE INPR(VAR REILIMITINI:INTEGER) I
370 0048 =0 VAR
371 0048 =0 I:INTEGER I
372 004C =0 Y:REAL I
373 0000 0= A  BEGIN
374 0012 =0 WRITELN(' CALCUL DE C1,(N=1) I 2, I PAR FFT) I
375 005E =0 WRITELN I
376 006A =0 FOR I:=0 TO A*N DO
377 009E 1= BEGIN
378 009E =0 Y:=INTER(RE,N,B*I/4) I
379 0104 =0 WRITELN(' I,(B*I/4) I 10 I 5, Y I 25 I 15) I
380 0194 =0 ENDI
381 0186 =0 WRITELN I WRITELN I
382 01CE =0 A  ENDI
383 0210 =0
384 0210 =0  (*****
385 0210 =0
386 0210 =0 A  FUNCTION FACT(N:INTEGER):REAL I
387 004C =0 VAR I:INTEGER I
388 0050 =0 R:REAL I
389 0000 0= A  BEGIN
390 0018 =0 R:=1 I
391 0030 =0 FOR I:=1 TO N DO R:=R*I I
392 00A6 =0 FACT:=R I
393 0088 =0 A  ENDI
394 00D4 =0
395 00D4 =0  (*****
396 00D4 =0
397 00D4 =0 A  FUNCTION SPECTRE(Y:REAL I VAR P:REAL):REAL I
398 0054 =0 VAR
399 0054 =0 K,R,R1:REAL I
400 0000 0= A  BEGIN
401 0018 =0 IF Y>=16 THEN SPECTRE:=0 ELSE
402 005A 1= BEGIN
403 005A =0 K:=M*M*PI
404 009E =0 R:=K*CO(Y) I
405 00D2 =0 R:=R+(K**2)*C1(Y)/FACT(2) I

```



```

406 0144 -- R:=R+(K**3)*C2(Y)/FACT(3)
407 0186 -- R:=R+(K**4)*C3(Y)/FACT(4)
408 0228 -- R:=R+(K**5)*INTER(R4,5,Y)/FACT(5)
409 02AC -- R:=R+(K**6)*INTER(R5,6,Y)/FACT(6)
410 0330 -- R:=R+(K**7)*INTER(R6,7,Y)/FACT(7)
411 03B4 -- R:=R+(K**8)*INTER(R7,8,Y)/FACT(8)
412 0438 -- R:=R+(K**9)*INTER(R8,9,Y)/FACT(9)
413 04BC -- R:=R+(K**10)*INTER(R9,10,Y)/FACT(10)
414 0540 -- R:=R+(K**11)*INTER(R10,11,Y)/FACT(11)
415 05C4 -- R:=R+(K**12)*INTER(R11,12,Y)/FACT(12)
416 0648 -- R:=R+(K**13)*INTER(R12,13,Y)/FACT(13)
417 06CC -- R:=R+(K**14)*INTER(R13,14,Y)/FACT(14)
418 0750 -- R:=R+(K**15)*INTER(R14,15,Y)/FACT(15)
419 07D4 -- R:=R+(K**16)*INTER(R15,16,Y)/FACT(16)
420 0842 -- R:=R+R1
421 0864 -- PD:=R1/R
422 088A -- SPECTRE:=R*EXP(-K)
423 08B8 =1 END
424 08B8 =0 A END
426 0904 -- (*****
427 0904 --
428 0904 -- A FUNCTION G(X:REAL):REAL
429 0000 0= A BEGIN
430 0018 -- G:=SPECTRE(X,PP)
431 0040 =0 A END
432 005C --
433 005C -- (*****
434 005C --
435 005C -- A FUNCTION INT10( BI,BS:REAL):REAL
436 0058 -- TYPE INT=ARRAY(.1.,.5.) OF REAL
437 0058 -- VAR
438 0058 -- T,W:INT
439 00A8 -- U,V,R:REAL
440 00C0 -- I:INTEGER
441 00C4 --
442 0000 0= A BEGIN
443 0018 -- T(.1.):=0.148874338981631;W(.1.):=0.295524224714753
444 0028 -- T(.2.):=0.433395394129247;W(.2.):=0.269266719309996
445 0038 -- T(.3.):=0.679409568299024;W(.3.):=0.219086362515982
446 0048 -- T(.4.):=0.865063366688985;W(.4.):=0.149451349150581
447 0058 -- T(.5.):=0.973906528517172;W(.5.):=0.066671344308688
448 0068 -- IF BS=BI THEN INT10:=0 ELSE
449 00A4 1= BEGIN
450 00A4 -- U:=(BS-BI)/2
451 00DC -- V:=(BS+BI)/2
452 0114 -- R:=0
453 012A -- FOR I:=1 TO 5 DO R:=R+W(.I.)*G(V+U*T(.I.))
454 01F8 -- FOR I:=1 TO 5 DO R:=R+W(.I.)*G(V-U*T(.I.))
455 02C6 -- INT10:=R*U
456 02EB =1 END
457 02EB =0 A END
458 035C --
459 035C -- (*****
460 035C --
461 035C -- A FUNCTION INT20( BI,BS:REAL):REAL
462 0058 -- VAR
463 0058 -- U,V,R:REAL

```

```

464 0070 -- I:INTEGER;
465 0074 --
466 0000 0= A BEGIN
467 0018 -- IF BS=BI THEN INT20:=0 ELSE
468 0054 1= BEGIN
469 0054 -- U:=(BS-BI)/2;
470 008C -- V:=(BS+BI)/2;
471 00C4 -- R:=0;
472 00DA -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(,I,)*G(V+U*T(,I,));
473 01A8 -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(,I,)*G(V-U*T(,I,));
474 0276 -- INT20:=R*U;
475 0298 --1 ENDI
476 0298 =0 A ENDI
477 02B8 --
478 02B8 -- (*****
479 02B8 --
480 02B8 -- A FUNCTION POWER(BN,FDN:REAL):REAL;
481 0058 -- VAR R,S1,S2:REAL;
482 0070 -- N,R1,R2:INTEGER;
483 007C --
484 007C -- B FUNCTION K(X,Y:REAL):INTEGER;
485 007C -- B BEGIN
486 0000 0= B
487 0018 -- IF X>Y THEN K:=1 ELSE K:=0;
488 004C =0 B ENDI
489 0064 --
490 0064 --
491 0000 0= A BEGIN
492 0018 -- S1:=FDN-BN;
493 003A -- S2:=FDN+BN;
494 005C -- R1:=K(S2,=50)+K(S2,=B)+K(S2,=A)+K(S2,A)+K(S2,B);
495 0166 -- R2:=K(S1,=50)+K(S1,=B)+K(S1,=A)+K(S1,A)+K(S1,B);
496 0270 -- IF R1=R2 THEN R:=INT20(S1,S2) ELSE
497 02BE 1= BEGIN
498 02BE -- N:=R1-R2;
499 02D8 2= CASE N OF
500 02F6 3= 1) CASE R2 OF
501 02F4 -- 1) R:=INT10(S1,=B)+INT10(=B,S2);
502 036C -- 2) R:=INT10(S1,=A)+INT10(=A,S2);
503 03E4 -- 3) R:=INT10(S1,A)+INT10(A,S2);
504 0458 -- 4) R:=INT10(S1,B)+INT10(B,S2);
505 04CC =3 ENDI
506 04F8 3= 2) CASE R2 OF
507 0506 -- 1) R:=INT10(S1,=B)+INT10(=B,=A)+INT10(=A,S2);
508 05C2 -- 2) R:=INT10(S1,=A)+INT10(=A,A)+INT10(A,S2);
509 067A -- 3) R:=INT10(S1,A)+INT10(A,B)+INT10(B,S2);
510 072E =3 ENDI
511 0758 3= 3) CASE R2 OF
512 0766 -- 1) R:=INT10(S1,=B)+INT10(=B,=A)+INT10(=A,A)+INT10(A,S2);
513 0862 -- 2) R:=INT10(S1,=A)+INT10(=A,A)+INT10(A,B)+INT10(B,S2);
514 095A =3 ENDI
515 0982 3= 4) CASE R2 OF
516 0990 -- 1) R:=INT10(S1,=B)+INT10(=B,=A)+INT10(=A,A)+INT10(A,B)+INT10(B,S2);
517 0ACC =3 ENDI
518 0AF2 =2 ENDI
519 0B1A =1 ENDI
520 0B1A -- IF (S2>0) AND (S1<0) THEN POWER:=R+EXP(=M*M*P) ELSE POWER:=R;
521 0BF0 =0 A ENDI

```

```

522 0C20 --
523 0C20 --  (*****
524 0C20 --
525 0C20 -- A  FUNCTION ERFC(XIREAL)IREAL;
526 0050 --   VAR RIREAL;
527 0058 --
528 0058 -- B  FUNCTION F(XIREAL)IREAL;
529 0000 O- B  BEGIN
530 0018 --   F:=(2/SQRT(PI))*EXP(-X*X);
531 007A -O B  ENDI
532 0098 --
533 0098 -- B  FUNCTION SUM(BI,BSIREAL)IREAL;
534 0058 --   VAR
535 0058 --     U,V,RIREAL;
536 0070 --     I:INTEGER;
537 0074 --
538 0000 O- B  BEGIN
539 0018 --     U:=(BS-BI)/2;
540 0050 --     V:=(BS+BI)/2;
541 0088 --     R:=0;
542 009E --     FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(V+U*T(.I.));
543 016C --     FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(V-U*T(.I.));
544 023A --     SUM:=R*U;
545 025C -O B  ENDI
546 027C --
547 0000 O- A  BEGIN
548 0018 --     IF ABS(X)>12 THEN R:=0 ELSE R:=SUM(ABS(X),13);
549 0094 --     IF X<0 THEN ERFC:=2-R ELSE ERFC:=R;
550 00F8 -O A  ENDI
551 0110 --
552 0110 --  (*****
553 0110 --
554 0110 -- A  PROCEDURE PRT(XIREAL);
555 0048 --   VAR YIREAL;
556 0000 O- A  BEGIN
557 0012 --     Y:=10*LN(SPECTRE(X,PP))/LN10;
558 005C --     WRITELN('      ',X:10:4,Y:25:4,PP:25:16);
559 00E0 -O A  ENDI
560 0100 --
561 0100 --  (*****
562 0100 --
563 0000 O- BEGIN
564 003A --   A:=1/20;
565 006E --   B:=1/1;
566 00A2 --   PI:=(1.35+0.4/(B*A)+(B*B+A*B+A*A)/4);
567 017A --   Q:=1/((B-A)*PI);
568 01DA --   P:=PI/2;
569 01FE --   T(.1.):=0.0765265211334971W(.1.)+0.152753387130725;
570 020E --   T(.2.):=0.2277858511416451W(.2.)+0.149172986472603;
571 021E --   T(.3.):=0.3737060887154191W(.3.)+0.142096109318382;
572 022E --   T(.4.):=0.5108670019508271W(.4.)+0.131688638449176;
573 023E --   T(.5.):=0.6360536807265151W(.5.)+0.118194531961518;
574 024E --   T(.6.):=0.7463319064601501W(.6.)+0.101930119817240;
575 025E --   T(.7.):=0.839116971822181W(.7.)+0.083276741576704;
576 026E --   T(.8.):=0.9122344282513251W(.8.)+0.062672048334109;
577 027E --   T(.9.):=0.9639719272779131W(.9.)+0.040601429800386;
578 028E --   T(.10.):=0.9931285991850941W(.10.)+0.017614007139152;
579 029E --   VAL(V);

```

```

580 02AC == FACTEUR1
581 02B0 == TERM(R4,5)
582 02C6 == TERM(R5,6)
583 02DC == TERM(R6,7)
584 02F2 == TERM(R7,8)
585 0308 == TERM(R8,9)
586 031E == TERM(R9,10)
587 0334 == TERM(R10,11)
588 034A == TERM(R11,12)
589 0360 == TERM(R12,13)
590 0376 == TERM(R13,14)
591 038C == TERM(R14,15)
592 03A2 == TERM(R15,16)
593 03B8 == M1=0,2
594 03C6 == CNOB1=18
595 03E4 == N1=2
596 03F2 == BN1=1
597 0410 == FDN1=0
598 042C == WRITELN(' INTERFERENCE FDM=FM DANS CANAL GAM=1,SQR(2*N)12)
599 047C == WRITELN('
600 0488 == WRITELN(' FILTRE GAM IDEAL, SANS IIS)
601 04A6 == WRITELN('
602 04B2 == WRITELN(' A= 1,A1713)
603 04F6 == WRITELN(' B= 1,B1713)
604 053A == WRITELN(' M= 1,M1713)
605 057E == WRITELN(' BN= 1,BN1713)
606 05C2 == WRITELN(' FDN= 1,FDN1713)
607 0606 == WRITELN|WRITELN|WRITELN|
608 062A == Y1=POWER(BN,FDN)
609 066C == FOR I1=0 TO 10 DO
610 0694 1= BEGIN
611 0694 == SIR1=30-I1
612 068C == WRITE(' SIR= 1,SIR1511,1 DB)
613 070C == SIRC1=SIR*(10*LN(Y)/LN10)
614 0764 == WRITELN(' SIRC= 1,SIRC1813,1 DB)
615 07BA == FOR J1=0 TO 12 DO
616 07E2 2= BEGIN
617 07E2 == CNO1=J1+CNOB1
618 081C == WRITE(' SNR= 1,CNO1511,1 DB)
619 086C == SIGMA1=SQR(3*(10**((CNO/10))/(2*(SQR(2*N)-1))))
620 0922 == PE11=(2-1/N)*0,5*ERFC(SIGMA1)
621 0980 == WRITE(' PE1= 1,PE119)
622 09EC == CNO1=10*LN(1/((10**((=CNO/10))+((10**((=SIRC/10))))/LN10)
623 0ADA == WRITE(' SNIR= 1,CNO1511,1 DB)
624 0B2A == SIGMA1=SQR(3*(10**((CNO/10))/(2*(SQR(2*N)-1))))
625 0BE0 == PE21=(2-1/N)*0,5*ERFC(SIGMA1)
626 0C6E == WRITELN(' PE2= 1,PE219)
627 0CB0 == 2 END1
628 0CE4 == WRITELN|WRITELN|
629 0CFC == 1 END1
630 0D30 == 0 51 END.

```

AECC PASCAL 2.0B COMPILATION CONCLUDED*

10 ERRORS DETECTED IN PASCAL PROGRAM*

1 LINE FLAGGED IN PASCAL PROGRAM *



QUEEN TK 7876 .H89414 1986
Huynh, Huu Tue
Études des défauts systém



DATE DUE

