Gouvernement du Canada — Government of Canada
Ministère des Communications — Department of Communications

Le Centre canadien de recherche sur l'informatisation du travail
Canadian Workplace Automation Research Centre

Canada

APPLICATIONS DES RÉSEAUX STOCHASTIQUES AUX SYSTÈMES EXPERTS [1]

par

Jennifer Farkas, Ph.D.

Centre canadien de recherche sur l'informatisation du travail
Communications Canada
Laval

juillet 1989

[1] Document présenté au congrès en génie électrique et informatique, tenu à Montréal, Québec, du 17 au 20 septembre 1989.

No. cat. Co 28-1/71-1990F

ISBN 0-662-96437-3

Résumé

Nous montrons dans cet article qu'on peut appliquer la méthode des réseaux stochastiques aux raisonnements flous dans les systèmes experts et que cette méthode permet d'obtenir des mesures de performances (par exemple temps, coût) additionnelles.

1 INTRODUCTION

L'idée qui se trouve à la base de l'utilisation de la méthode des réseaux stochastiques présentée dans le présent article pour résoudre les problèmes complexes et non déterministes qui se posent aux systèmes experts est la suivante: en associant à chaque étape du processus décisionnel d'un système expert des paramètres qui mesurent la probabilité de réussite, le temps nécessaire à l'exécution de cette étape et le coût de celle-ci, on peut mettre au point une stratégie permettant de choisir l'ordre d'application des règles et ainsi de réduire le nombre et la complexité des questions que le système expert doit poser pour en arriver à une conclusion. Les mesures stochastiques auxquelles cette méthode fait appel sont les moments d'ordre 1, évalués à l'origine, de *fonctions w* associées aux noeuds des arbres de décision des systèmes experts, bien connus dans la théorie des réseaux. Les ouvrages de référence de base sur cette technique sont les documents [1, 4, 7]. Le modèle utilisé dans notre article est l'exemple de l'analyse probabiliste des avantages de la recherche et du développement cité dans [2] et adapté par [6].

2 UN SYSTÈME EXPERT

Un expert-conseil est engagé par une société pour étudier les besoins en gestion de l'information d'un de ses services. La société en question veut mettre en oeuvre une solution au moyen de petits systèmes, des PC d'IBM, des Macintosh ou des Microvax. L'expert-conseil doit s'inspirer d'un certain nombre de principes directeurs en ce qui concerne l'analyse des coûts et des avantages et doit obtenir l'approbation du président de la société avant de recommander une solution.

Le système expert ci-après, rédigé au moyen du système *Crystal* et désigné par Ω, décrit les principales étapes de la méthode adoptée par l'expert-conseil pour résoudre le problème:

2.1 Liste des règles

Règle 1 `Le matériel/logiciel PC d'IBM est adéquat.`

Règle 2 `Le matériel/logiciel Macintosh est adéquat.`

Règle 3 `Le matériel/logiciel Microvax est adéquat.`

Règle 4 Le président de la société aime les ordinateurs personnels.

Règle 5 L'analyse des coûts favorise comme solution l'emploi d'ordinateurs personnels.

Règle 6 L'analyse des coûts favorise comme solution le Microvax.

Règle 7 Le problème admet une solution qui peut être mise en oeuvre qu'au moyen de petits systèmes.

```
   IF [1] Le matériel/logiciel PC d'IBM est adéquat.
AND [5] L'analyse des coûts favorise une solution au moyen d'ordinateurs
personnels.
AND [4] Le président de la société aime les ordinateurs personnels.
AND DO: Afficher le message

            ''Nous recommandons que la société
            résolve son problème au moyen des PC
            d'IBM''

   OR [1] Le matériel/logiciel d'un PC IBM est adéquat.
AND [4] NOT Le président de la société aime les ordinateurs personnels.
AND DO: Afficher le message

            ''Bien que le problème puisse être
            résolu au moyen d'ordinateurs
            personnels, nous recommandons la mise
            en oeuvre d'une solution au moyen de
            Microvax puisque le président de la
            société n'aime pas les ordinateurs
            personnels.''

AND DO: Échec
   OR [1] NOT Le matériel/logiciel PC d'IBM est adéquat.
AND DO: Afficher le message

            ''Une solution au moyen de PC d'IBM
            est impossible et on doit tenter de
            résoudre le problème au moyen de
            Macintosh ou de Microvax.''
```

```
AND DO: Échec

   OR [2] Le matériel/logiciel Macintosh est adéquat.
AND [5] L'analyse des coûts favorise une solution au moyen d'ordinateurs
personnels.
AND [4] Le président de la société aime les ordinateurs personnels.
AND DO: Afficher le message

            ''La société devrait résoudre son
            problème au moyen de Macintosh.''

   OR [2] Le matériel/logiciel Macintosh est adéquat.
AND [4] NOT Le président de la société aime les ordinateurs personnels.
AND DO: Afficher le message

            ''Bien qu'une solution au moyen
            d'ordinateurs Macintosh soit
            réalisable, comme le président de la
            société n'aime pas les ordinateurs
            personnels, on doit plutôt tenter de
            mettre en oeuvre la solution au moyen
            de Microvax.''

   AND DO: Échec

   OR [2] NOT Le matériel/logiciel Macintosh est adéquat.
AND DO: Afficher le message

            ''Une solution au moyen d'ordinateurs
            personnels est impossible et on doit
            par conséquent tenter de résoudre le
            problème au moyen de Microvax.''

   AND DO: Échec

   OR [3] Le matériel/logiciel Microvax est adéquat.
AND [6] L'analyse des coûts favorise une solution au moyen de Microvax.
AND DO: Afficher le message

            ''La société devrait résoudre son
            problème au moyen de Microvax.''
```

```
   OR [3] NOT Le matériel/logiciel Microvax est adéquat.
AND DO: Afficher le message

            ''Le problème n'admet pas de solution
            au moyen de PC d'IBM, de Macintosh ou
            de Microvax.''

   OR [3] Le matériel/logiciel Microvax est adéquat.
AND [6] NOT L'analyse des coûts favorise une solution au moyen de
Microvax.
AND DO: Afficher le message

            ''Le problème n'admet pas de solution
            acceptable au moyen de petits
            systèmes PC d'IBM, Macintosh ou
            Microvax.''
```

Rule 8 RÈGLE PRINCIPALE DE CRYSTAL

```
     + IF [7] Le problème admet une solution au moyen de petits
     systèmes.
```

2.2 ÉVÉNEMENTS

La figure 4 représente un arbre de décision D(Ω) associé au système expert. Nous avons conçu Ω de façon que D(Ω) corresponde à la figure 14 de [6]. Le système peut tirer les conclusions ci-après: l'environnement PC d'IBM est approprié/inapproprié; l'environnement Macintosh est approprié/inapproprié; et l'environnement Microvax est approprié/inapproprié. Ces conclusions reposent sur les activités ci-après qui apparaissent sur la figure 4:

A. Une étude du matériel/logiciel Microvax.
B. Une étude du matériel/logiciel Macintosh.
C. Une étude du matériel/logiciel PC d'IBM.
D. La rédaction d'un rapport.
E. L'analyse des coûts d'une solution Macintosh.
F. La rédaction d'un rapport.

G. L'analyse des coûts d'une solution PC d'IBM.
H. Une entrevue avec le président de la société.
J. La rédaction d'un rapport.
K. La rédaction d'un rapport.
L. La rédaction d'un rapport.
M. L'analyse des coûts d'une solution Microvax.
N. La rédaction d'un rapport.
O. La rédaction d'un rapport.

Les rapports évoqués en D, F, J, K, L, N et O ci-dessus correspondent à `AND DO: Afficher le message` dans la liste des règles de la section 2.1. Ils correspondent respectivement aux noeuds IV, III, II, IV, III, I, VII, V et VI de la figure 4.

Dans bon nombre de systèmes experts génériques comme *Crystal*, l'ordre d'application des règles est déterminé par l'ordre d'apparition de celles-ci dans la liste et est indépendant de la probabilité de succès, du temps nécessaire à l'étude ou du coût de cette dernière. Pour pouvoir prendre ces paramètres en compte dans la conception de notre système, nous avons remplacé l'arbre de décision ci-dessus par un arbre auquel on peut appliquer la méthode des réseaux stochastiques pour obtenir des mesures de performance. Comme pour d'autres systèmes experts à conception probabiliste, nous exigeons que les valeurs des paramètres soient dérivées des données empiriques recueillies par la société d'experts-conseils.

3 LE RÉSEAU STOCHASTIQUE ASSOCIÉ À Ω

La figure 5 représente le réseau stochastique associé à Ω. En examinant ce réseau, on a l'impression que les noeuds II et I sont des noeuds terminaux et conduisent à une conclusion négative. Les nouveaux noeuds S (*succès*), T (*terminal*) et U (*échec*) de N(Ω) ont été introduits pour corriger cette impression. Également, les noeuds (23) ("2 et 3 ont échoué"), 2(3) ("2 réussite, 3 échec"), (2)3 ("2 échec, 3 réussite") et 23 ("2 et 3 ont tous deux réussi") remplacent les noeuds 2 et 3 et expriment les quatre possibilités de succès et d'échec conjoints des noeuds 2 et 3.

Les arêtes (A,B) de N(Ω) sont désignées par des triplets de la forme (p, t, c) où p désigne la probabilité de réalisation de (A,B), t le temps de réalisation de (A,B) et c le coût de réalisation de (A,B). Les valeurs de p, t et c reposent sur des données empiriques. On suppose que les variables

p, t et c sont indépendantes et que p est un processus stochastique; par conséquent, on suppose que la somme des probabilités associées aux flèches ayant même origine est égale à 1. Pour illustrer nos propos, nous supposons que les étiquettes ci-après sont associées aux arêtes de N(Ω). La figure 5 correspond à la figure 15 de [6]. Nous avons conservé les valeurs de t, p et c pour faciliter la comparaison avec [6] puisque ces valeur sont fictives dans les deux cas et sont sans importance dans no[illegible]xposé. Les valeurs de p, t et c dans les étiquettes des arêtes de N[illegible] données par les tableaux 1-3. Pour des raisons de réalisme, elles [illegible] légèrement des valeurs indiquées dans [6].

4 MESURE DES PERFORMANCES DANS N(Ω)

En général, un réseau stochastique est un graphe orienté dans lequel on associe à chaque arête (i, j) une fonction de probabilité $w(i,j)(s_1, s_2)$ de plusieurs variables. Une de ces variables détermine la probabilité de réalisation de l'arête, les autres correspondent à une variété d'autres mesures de performance. Le nombre de ces variables est arbitraire mais fini. Dans notre exemple, le domaine de s_1 est le temps de réalisation d'une arête et le domaine de s_2 le coût de réalisation de cette même arête. Nous supposons que ces variables sont constantes le long d'une arête. Dans la méthode des réseaux stochastiques, les *fonctions* w et les mesures de performances $E(t)$ (temps estimé) et E(c) (coût estimé) sont définies par les expressions suivantes:

$$w(s_1, s_2) = pe^{s_1 t + s_2 c} \tag{1}$$

où (p, t, c) désigne l'étiquette de (i, j). En outre, la mesure des performances du système est donnée par

$$E(t_{i,j}) = \frac{\partial}{\partial s_1}\left[\frac{1}{p(i,j)} w(i,j)(s_1, 0)\right]_{s_1=0} \tag{2}$$

$$E(c_{i,j}) = \frac{\partial}{\partial s_2}\left[\frac{1}{p(i,j)} w(i,j)(0, s_2)\right]_{s_2=0} \tag{3}$$

où $p(i,j) = w(i,j)(0,0)$. $E(t_{i,j})$ représente *le temps* qu'il faut pour aller du noeud i au noeud j dans N(Ω) et $E(c_{i,j})$ le coût correspondant.

Les éléments des réseaux stochastiques qui nous intéressent pour notre étude des systèmes experts sont les arcs simples, les arcs enchaînés et les arcs parallèles. Les mesures $E(t)$ et $E(c)$ sont obtenues en enchâssant un réseau donné dans un *réseau fermé* approprié, en calculant les *boucles* de ce réseau et en appliquant aux résultats *la formule topologique de Mason*. Comme ces calculs n'intéressent pas directement l'utilisateur, nous omettons les détails et le référons à [1].

Définition 4.1 *Un arc simple d'un réseau stochastique est constitué d'une paire de noeuds i et j reliés par une flèche (i,j) à laquelle on associe une fonction $w(i,j)$ tel qu'illustré à la figure 1.*

Définition 4.2 *Deux arcs enchaînés d'un réseau stochastique sont constitués de trois noeuds i, j et k reliés par deux flèches (i,j) et (j,k) auxquelles sont associées des fonctions $w(i,j)$ et $w(j,k)$ tel qu'illustré à la figure 2.*

Comme on suppose au départ que les activités représentées par les arêtes du réseau stochastique sont indépendantes et que les étiquettes (p,t,c) sont constantes, deux arcs enchaînés sont stochastiquement équivalents à un arc simple qui relie les noeuds i et k:

$$\begin{aligned} w(i,k)(s) &= (p(i,j)M(i,j)(s))(p(j,k)M(j,k)(s)) \\ &= w(i,j)(s)w(j,k)(s). \end{aligned} \tag{4}$$

Définition 4.3 *Deux arcs parallèles d'un réseau stochastique sont constitués de deux noeuds i et j reliés par deux flèches (i,j) auxquelles sont associées respectivement les probabilités p_a et p_b ainsi que les fonctions w_a et w_b tel qu'illustré à la figure 3.*

L'équivalence stochastique de deux arcs parallèles à un arc simple auquel est associée la fonction $w(i,j)$ repose sur l'hypothèse que

$$p(i,j) = p_a + p_b \quad \text{et que} \quad M(i,j)(s) = \frac{p_a M_a(s) + p_b M_b(s)}{p_a + p_b}.$$

de sorte que

$$\begin{aligned} w(i,j)(s) &= (p_a + p_b)\frac{p_a M_a(s) + p_b M_b(s)}{p_a + p_b} \\ &= w_a(s) + w_b(s) \end{aligned}$$

5 LES PERFORMANCES DE Ω

Nous allons appliquer les définitions que nous venons d'introduire dans la section précédente au calcul du temps E(t) et du coût E(c) associés à la réalisation de Ω . Il est clair, d'après les équations (2) et (3) ci-dessus, que le temps estimé est donné par

$$E(t)(\Omega) \;=\; \frac{\partial}{\partial s_1}\left[\frac{1}{p_{1,T}} w_{1,T}(s_1,0)\right]_{s_1=0} \tag{5}$$

et le coût estimé par

$$E(c_{1,T}) \;=\; \frac{\partial}{\partial s_2}\left[\frac{1}{p_{1,T}} w_{1,T}(0,s_2)\right]_{s_2=0}, \tag{6}$$

où $p(1,T) = w(1,T)(0,0)$. D'après l'équation 1 et les définitions 4.1-4.3, on voit que:

$$w_{1,T} = w_{1,(23)} + w_{1,IV} + w_{1,III} + w_{1,VII} + w_{1,VI} + w_{1,V}. \tag{7}$$

L'exemple de calcul ci-après devrait suffire à illustrer la méthode générale:

$$w_{1,IV}(s_1,s_2) = r(s+t+u)vw, \qquad \text{où} \tag{8}$$

$$r \;=\; .7e^{8s_1+40s_2} \tag{9}$$

$$s \;=\; .24e^{3s_1+15s_2} = t \tag{10}$$

$$u \;=\; .36e^{4s_1+20s_2} \tag{11}$$

$$v \;=\; e^{5s_1+5s_2} \qquad \text{et} \tag{12}$$

$$w \;=\; .7e^{s_1+5s_2}. \tag{13}$$

$$p_{1,IV} \;=\; w_{1,IV}(0,0) = .4116 \tag{14}$$

$$E(t_{1,IV}) \;=\; \frac{\partial}{\partial s_1}\left[\frac{1}{p_{1,IV}} w_{1,IV}(s_1,0)\right]_{s_1=0} \tag{15}$$

$$= 17.4286 \quad \text{heures} \tag{16}$$

$$E(c_{1,IV}) = \frac{\partial}{\partial s_2}\left[\frac{1}{p_{1,IV}} w_{1,IV}(0, s_2)\right]_{s_2=0} \tag{17}$$

$$= 6714,30\$ \tag{18}$$

$$w_{1,VII} = \left[.3e^{6s_1+40s_2}\right]\left[.5e^{5s_1+15s_2}\right]\left[.4e^{s_1+5s_2}\right] \tag{19}$$

$$p_{1,VII} = w_{1,VII}(C,0) = .06 \tag{20}$$

$$E(t_{1,VII}) = \frac{\partial}{\partial s_1}\left[\frac{1}{p_{1,VII}} w_{1,VII}(s_1, 0)\right]_{s_1=0} \tag{21}$$

$$= 12 \quad \text{heures} \tag{22}$$

$$E(c_{1,VII}) = \frac{\partial}{\partial s_2}\left[\frac{1}{p_{1,VII}} w_{1,IV}(0, s_2)\right]_{s_2=0} \tag{23}$$

$$= 6000,00\$ \tag{24}$$

Un calcul semblable montre que

$$E(t_{1,(23)}) = 10 \quad \text{heures} \tag{25}$$

$$E(c_{1,(23)}) = 5000,00\$ \tag{26}$$

$$E(t_{1,III}) = 17.4286 \quad \text{heures} \tag{27}$$

$$E(c_{1,III}) = 6714,30\$ \tag{28}$$

$$E(t_{1,V}) = 15 \quad \text{heures} \tag{29}$$

$$E(c_{1,V}) = 8500,00\$ \tag{30}$$

$$E(t_{1,VI}) = 12 \quad \text{heures} \tag{31}$$

$$E(c_{1,VI}) = 6000,00\$. \tag{32}$$

Par conséquent, le temps de réalisation et le coût estimés de l'étude en question sont respectivement de 83,8572 heures et 38 928,60 \$.

Pour pouvoir choisir une méthode efficace d'application des règles du système Ω, on consulte la table ci-après, qui compare la probabilité de succès et le temps ainsi que le coût associés aux chemins optimaux non triviaux de N(Ω):

Chemin	Probabilité	Temps	Coût
(1,(23))	.112	10	5 000, 00
(1,VI)	.09	12	6 000, 00
(1,III)	.1764	17.4286	6 714, 30
(1,VII)	.06	12	6 000, 00
(1,V)	.105	15	8 500, 00
(1, IV)	.4116	17.4280	6 714, 30

Le choix dans lequel l'ordre d'application est le plus optimal et efficace dépend, dans une certain measure, de facteurs externes, mais peut manifestement être arrêté au moyen du tableau ci-dessus.

6 ANALYSE

L'étude ci-dessus montre que la méthode des réseaux stochastiques constitue une technique utile pour l'analyse de la complexité des systèmes experts. Les formules présentées dans cet article constituent des cas particuliers de formules plus générales où les paramètres sont variables. Dans le cas d'un seul paramètre, les *fonctions* w des arêtes (i,j) d'un réseau stochastique sont de la forme

$$w(i,j) \quad = \quad p(i,j)M(i,j)(s) \tag{33}$$

où la probabilité $p(i,j)$ est constante et $M(i,j)$ est une fonction génératrice de moments

$$M(i,j) \quad = \quad e^{sY(i,j)}f(Y(i,j)), \tag{34}$$

où les Y(i,j) sont des variables aléatoires indépendantes et les fonctions f des densités de probabilité. Les assises des réseaux sont les arcs simples, les arcs enchaînés et les arcs parallèles, comme ci-dessus, ensemble avec les boucles. Il est clair, par conséquent, que la situation décrite dans cet article constitue un cas particulier d'une vaste gamme d'applications des réseaux stochastiques à l'étude du développement des systèmes experts.

RÉFÉRENCES

[1] E. J. FARKAS AND M. E. SZABO, "A Probabilistic Analysis of Loop Programs," *Computer Languages*, vol. 14, p.125-136, 1989.

[2] P. GRAHAM, "Profit Probability Analysis of Research and Development Expenditures," *The Journal of Industrial Engineering*, vol. 16, p. 186-191, May-June 1965.

[3] J. PEARL, *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference*, Morgan Kaufmann, San Mateo, California, 1988.

[4] D. T. PHILLIPS AND A. GARCIA-DIAZ, *Fundamental of Network Analysis*, Prentice-Hall, New York, 1981.

[5] A. B. PRITSKER AND W. W. HAPP, "GERT: Graphical Evaluation and Review Technique I," *The Journal of Industrial Engineering*, vol. 17, p. 267-274, 1966.

[6] A. B. PRITSKER AND G. E. WHITEHOUSE, "GERT: Graphical Evaluation and Review Technique II," *The Journal of Industrial Engineering*, vol. 17, p. 293-301, 1966.

[7] M. N. S. SWAMY AND K. THULASIRAMAN, *Graphs, Networks, and Algorithms*, John Wiley and Sons, New York, 1981.

Tableau 1.

Matrice des probabilités de transition																		
.	1	1'	(23)	2(3)	(2)3	23	4	5	6	7	III	IV	V	VI	VII	S	T	U
1		.7							.3									
1'			.16	.24	.24	.36												
(23)																		1
2(3)							1											
(2)3							1											
23							1											
4								1										
5											.3	.7						
6										.5			.5					
7														.6	.4			
III																		1
IV																1		
V																		1
VI																		1
VII																1		
S																	1	
T																		
U																	1	

Tableau 2.

Matrice des temps de transition (en heures)																		
	1	1'	(23)	2(3)	(2)3	23	4	5	6	7	III	IV	V	VI	VII	S	T	U
1		8							6									
1'			2	2	2	2												
(23)																		0
2(3)							1											
(2)3							1											
23							2											
4								5										
5											1	1						
6										5			1					
7														1	1			
III																		0
IV																0		
V																		0
VI																		0
VII																0		
S																	0	
T																		
U																	0	

Tableau 3.

Matrice des coûts de transition (en centaines de dollars)																		
	1	1'	(23)	2(3)	(2)3	23	4	5	6	7	III	IV	V	VI	VII	S	T	U
1		40							40									
1'			10	10	10	10												
(23)																		0
2(3)							5											
(2)3							5											
23							10											
4								5										
5											5	5						
6										15			5					
7														5	5			
III																		0
IV																0		
V																		0
VI																		0
VII																0		
S																	0	
T																		
U																	0	

$$i \xrightarrow{w(i,j)} j$$

Figure 1: Arc simple d'un réseau stochastique

$$i \xrightarrow{w(i,j)} j \xrightarrow{w(j,k)} k \;=\; i \xrightarrow{w(i,k)} k$$

Figure 2: Arcs enchaînés d'un réseau stochastique

$$i \underset{p_b\,,\,w_b}{\overset{p_a\,,\,w_a}{\rightrightarrows}} j \;=\; i \xrightarrow{w(i,j)} j$$

Figure 3: Arcs parallèles d'un réseau stochastique

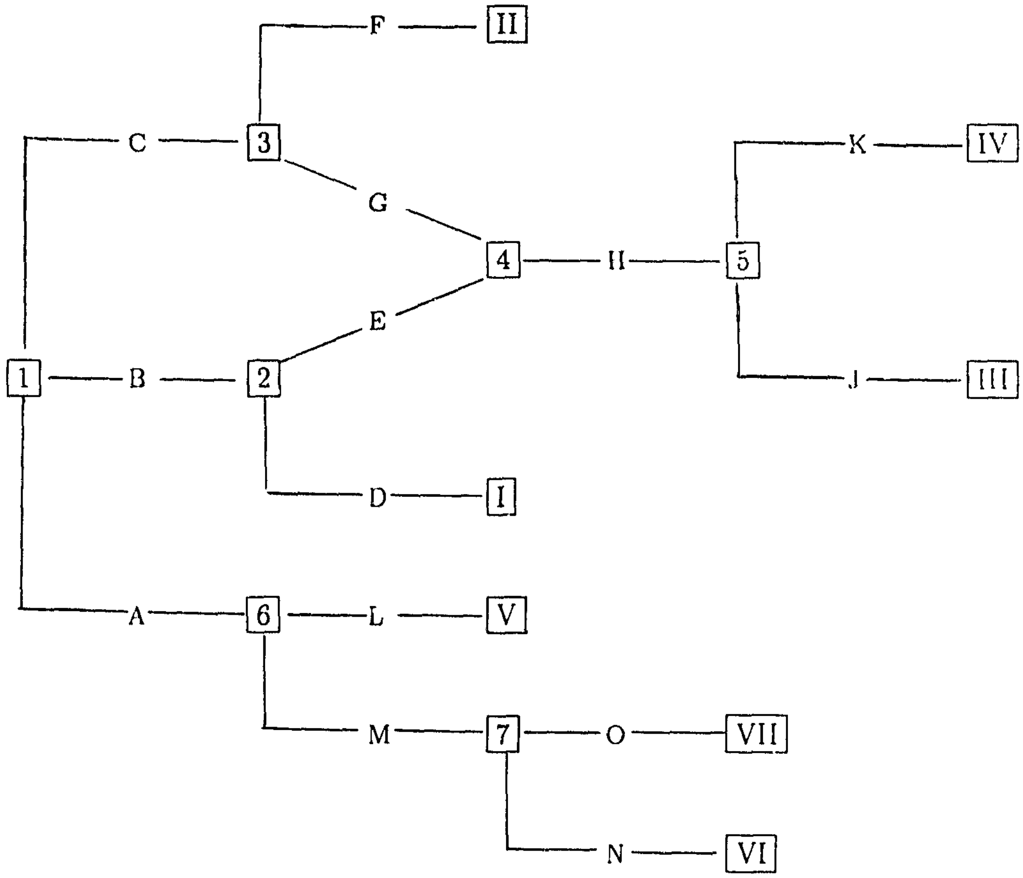

Figure 4: Arbre de décision D(Ω) de Ω

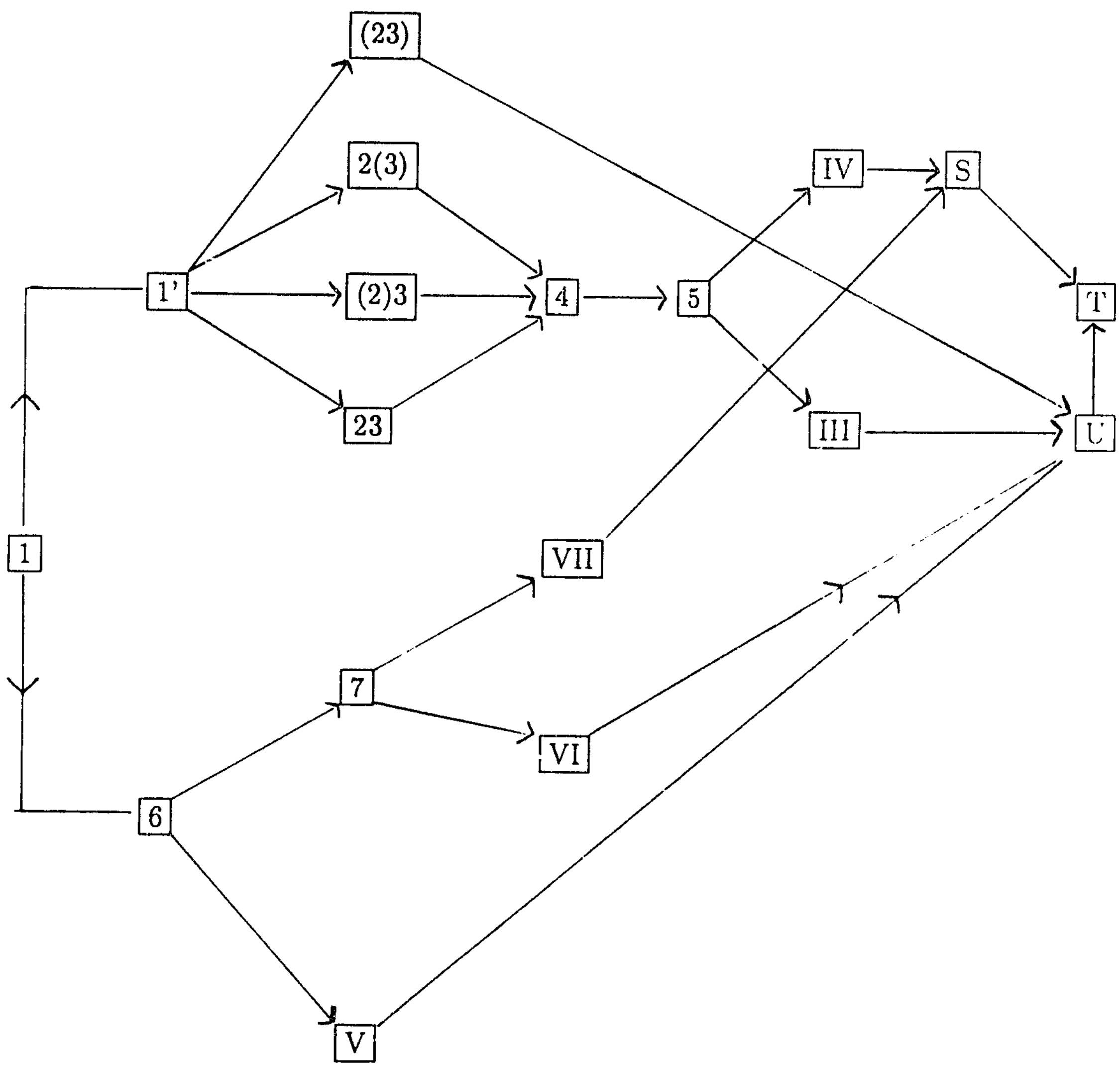

Figure 5: Réseau stochastique N(Ω) associé à N(Ω) for Ω