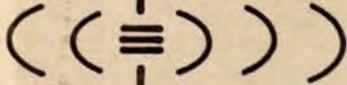


UNIVERSITÉ LAVAL

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE



Laboratoire de Radiocommunications
et de Traitement du Signal

Rapport final

ETUDE DES PROBLEMES DE PROPAGATION ASSOCIES
AUX STATIONS EMETTRICES ET MOBILES TERRESTRES
EN MILIEU URBAIN

par

Gilles Y. Delisle, Michel Lecours
Jean-Yves Chouinard, Marc Grégoire

pour

Gouvernement du Canada
Ministère des Communications, Ottawa

sous

Contrat OSU82-00210 du
Ministère des Approvisionnements et Services

Période du 24 août 1982 au 31 mars 1983

Mars 1983

Rapport n° LRTS-83-8816

Rec'd from Denis S. J. 5/1/84

UNIVERSITÉ LAVAL

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE



Laboratoire de Radiocommunications
et de Traitement du Signal

Rapport final

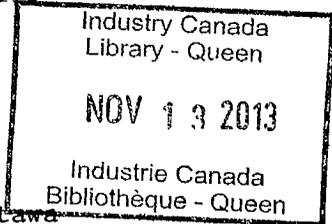
ETUDE DES PROBLEMES DE PROPAGATION ASSOCIES
AUX STATIONS EMETTRICES ET MOBILES TERRESTRES
EN MILIEU URBAIN

par

Gilles Y. Delisle, Michel Lecours
Jean-Yves Chouinard, Marc Grégoire

pour

Gouvernement du Canada
Ministère des Communications, Ottawa



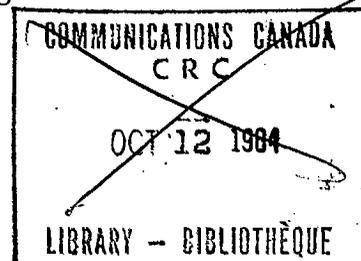
sous

Contrat OSU82-00210 du
Ministère des Approvisionnements et Services

Période du 24 août 1982 au 31 mars 1983

Mars 1983

Rapport n° LRTS-83-8816



RAPPORT FINAL

ETUDE DES PROBLEMES DE PROPAGATION ASSOCIES
AUX STATIONS EMETTRICES ET MOBILES TERRESTRES
EN MILIEU URBAIN

(Phase V)

Par : Dr Gilles Y. Delisle, Chercheur principal
Dr Michel Lecours, Collaborateur
M. Jean-Yves Chouinard, Etudiant gradué
M. Marc Grégoire, Ingénieur

Laboratoire de Radiocommunications et de
Traitement du Signal
Département de Génie Electrique
Université Laval, Québec, Canada G1K 7P4

Pour : Ministère des Communications, Ottawa
Contrat OSU82-00210 du Ministère des
Approvisionnement et Services

Durée : 24 août 1982 au 31 mars 1983

Mars 1983

Rapport n° LRTS-83-8816

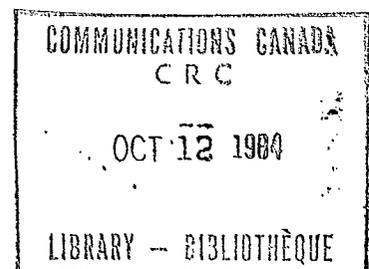


Table des Matières

Chapitre 1	INTRODUCTION	1.
Chapitre 2	RAPPEL DE L'APPROCHE PROPOSEE	5.
Chapitre 3	MODELISATION DU CANAL	9.
	3.1 Introduction	9.
	3.2 Modèle de Rayleigh	9.
	3.3 Modèle de Rice	16.
	3.4 Simulation de l'enveloppe du signal	19.
	3.5 Génération des séquences d'erreur	24.
	3.6 Conclusion	24.
Chapitre 4	CODAGE	27.
	4.1 Introduction	27.
	4.2 Codes BCH	28.
	4.3 Evaluation des codes BCH	31.
	4.4 Codes de correction de salves d'erreurs	36.
	4.5 Réalisation du codage	37.
	4.6 Conclusion	38.
Chapitre 5	RESULTATS ET CONCLUSIONS	55.
	5.1 Résultats en fonction des paramètres	56.
	5.1.1 Effet du niveau de la composante directe	56.
	5.1.2 Effet de la fréquence et de la vitesse	56.
	5.1.3 Effet du codage	61.
	5.1.4 Effet de l'entrelacement	61.

5.2 Résultats complémentaires	73.
5.3 Conclusion	75.
Bibliographie	111.
Appendice A: Programme de simulation du canal de transmission radio-mobile numérique	116.
Appendice B: Programme de simulation pour une transmission numérique avec codage BCH dans le canal radio- mobile	122.
Appendice C: Programme pour tracer des courbes de probabi- lité d'erreur	144.

Chapitre 1

INTRODUCTION

Ce rapport présente les plus récents résultats obtenus dans le cadre de nos travaux de recherche sur les problèmes de propagation en milieu urbain. Cette direction de recherche a été prise il y a de cela quelques années et un bon nombre de résultats originaux sont déjà disponibles [1-4]. Une étude systématique dans ce domaine s'avérerait nécessaire car il y a actuellement une demande justifiée pour des services accrus et améliorés de radio-mobile.

En plus de faire une synthèse assez complète des nombreuses études et données disponibles sur le sujet, il nous a été possible, au cours des dernières années, d'obtenir un certain nombre de résultats intéressants et de conclusions pertinentes. On ne peut reprendre ici tous les éléments qui ont été discutés précédemment mais on peut cependant rappeler brièvement quelques-unes des conclusions dominantes.

Ainsi, on a montré que l'on peut assez facilement améliorer les méthodes statistiques de prédiction du niveau du signal reçu en milieu urbain en complétant les données topographiques par des paramètres macroscopiques. Ceux-ci s'avèrent typiquement être la surface du sol occupé par les édifices ou le rapport entre la hauteur des édifices et la largeur des rues. De même, une synthèse et une étude comparative élaborée de divers modèles statistiques connus ont permis leur comparaison directe en vue d'en déterminer l'utilisation la plus exacte possible selon les circonstances. Les modèles de Egli et Hata, de Edwards et Durkin, de Blomquist et Ladell, de Allsebrook et Parsons ont vu leurs domaines d'application cernés et on a identifié les additions qu'il faut leur apporter pour les comparer. Des programmes de calcul des pertes de propagation selon les différentes approches ont été présentés [3].

Dans le cas des systèmes numériques à faible taux de transmission, il a été montré que la connaissance du niveau du signal reçu permet la prédiction du taux d'erreurs. Ce niveau se compose de la superposition d'une distribution log-normale et d'une distribution de Rayleigh. La première tient compte du blocage et de la variation lente du niveau moyen observé en passant d'un

secteur à l'autre et la seconde représente les variations rapides dues aux réflexions sur les obstacles. La prédiction du taux d'erreurs nécessite la connaissance de la moyenne et de la variance du niveau moyen du signal reçu d'un secteur urbain à l'autre, de la distribution du niveau du signal instantané reçu et de la caractéristique d'opération statistique du système en présence de bruit blanc gaussien additif. Les paramètres statistiques reliés à la propagation ne sont pas connus avec une bonne précision mais il est néanmoins possible de montrer [4], à l'aide d'approximations utiles, que le type de modulation utilisé n'est pas un facteur dominant. Ainsi, des courbes caractéristiques pour divers systèmes utilisant des modulations variées, tels le FSK, C-FSK, C-PSK, DC-PSK, MSK, TFM, en présence de bruit blanc gaussien additif, montrent que les différences entre ceux-ci ne sont que de quelques dB et que les conditions de propagation constituent de très loin l'élément dominant.

Pour des taux de transmission élevés, un modèle du canal radio-mobilité urbain s'avère nécessaire et, en suite aux résultats de Turin [5], nous avons implanté sur ordinateur un modèle de celui-ci pour une simulation adéquate à haute vitesse. Plus exactement, il s'agit d'une modélisation de la réponse impulsionnelle du canal avec l'effet des parcours multiples. Un certain nombre de résultats intéressants ont été obtenus mais une partie appréciable de travail reste à faire dans ce domaine.

Nous avons mis en lumière l'an dernier [4] l'intérêt très immédiat que l'établissement d'une relation entre la prédiction du niveau du signal reçu et la séquence d'erreur qui en résulte à la sortie d'un système pouvait susciter chez les personnes devant établir des critères de performance de systèmes radio-mobiles numériques en milieu urbain. Notre rapport a, par la suite, jeté les bases d'un tel modèle des erreurs numériques qui avait pour objectif de permettre d'établir des prédictions de la séquence des erreurs en fonction du niveau du signal reçu d'une façon relativement simple. La génération de telles séquences d'erreurs permet non seulement de connaître les propriétés statistiques de celles-ci mais également de corrélérer ces propriétés avec les différents types de milieux urbains. Cela permet éventuellement de pouvoir prédire la performance qu'on est susceptible d'obtenir avec des procédures et des codes de correction et de détection d'erreurs.

C'est dans cette optique que les travaux effectués cette année se sont inscrits. Ainsi, l'objectif à long terme étant de faire la relation entre les conditions de propagation et la performance des systèmes, l'intérêt de la

présente étude est certes justifié dans ce plan car les résultats obtenus permettent de penser que nous en sommes plus près.

Ainsi le chapitre 2 présente un très court exposé de l'approche proposée l'an dernier [4] pour dériver un modèle des erreurs numériques. Le lecteur pourra facilement comprendre les résultats des chapitres subséquents sans avoir obligatoirement une copie du rapport de l'année précédente. Ceux qui désireraient obtenir plus de détails devront cependant lire le rapport de l'an dernier qui était centré sur le sujet.

Le chapitre 3 présente les modélisations analytiques du canal qui ont été utilisées, à savoir celles de Rayleigh et de Rice. On y dérive par la suite une relation entre le rapport signal-à-bruit et la probabilité d'erreur d'un bit transmis dans le canal qui permet ainsi une extension des résultats à un système radio-mobile numérique.

Le chapitre 4 présente les techniques de codage du canal que nous avons analysées. En particulier, les codes de correction d'erreurs BCH font l'objet d'une attention spéciale et leur performance est étudiée en détail. Par la suite, les techniques de redistribution des erreurs qui se produisent en salves sont analysées et des résultats analytiques intéressants y sont discutés.

Le chapitre 5 présente un échantillonnage très représentatif des résultats et conclusions qui ont été obtenus par la simulation du canal, par l'introduction des techniques de codage et par l'entrelacement de bits. Ces résultats sont présentés en fonction du niveau de la composante directe, de la vitesse du véhicule et de la fréquence de transmission, du code utilisé et du degré d'entrelacement.

Globalement, on peut mentionner que les objectifs spécifiques de recherche précisés dans notre proposition de contrat, à savoir:

" a) faire l'étude, pour des systèmes numériques à basse vitesse de transmission, de la génération de séquences d'erreurs à partir de modèles simples de l'affaiblissement, et l'étude des propriétés statistiques de ces séquences, l'estimation de l'amélioration à obtenir par des techniques de codage en bloc pour fins de détection et correction d'erreurs et par des procédures de transmission tels la réception de messages et l'entrelacement de bits.

b) simuler des méthodes de codage par bloc, de répétition et d'entrelacement de bits et, à partir des séquences d'erreurs, analyser les améliorations de performance obtenues.

c) faire une synthèse des estimations obtenues pour les performances en fonction des différents types de milieu urbain, en n'oubliant pas les paramètres telles la fréquence d'opération et la vitesse du véhicule affectant celles-ci.

d) explorer les techniques de simulation qui pourraient être employées pour l'étude de la performance des systèmes numériques à taux élevé de transmission. "

ont été, dans une très large mesure, atteints et que la somme des résultats obtenus permet de croire que l'interprétation du lien entre les conditions de propagation et la prédiction de la performance d'un système radio-mobile numérique est très certainement facilitée.

Chapitre 2

RAPPEL DE L'APPROCHE PROPOSEE

Comme nous l'avons précisé au chapitre précédent, le texte de ce chapitre ne reprend strictement que l'essentiel du contenu du rapport de 1982 [4] pour garder la continuité dans la lecture de celui-ci. En conséquence, les détails ne sont pas présents mais le lecteur intéressé pourra les obtenir au besoin en consultant le document pertinent. Ainsi, dans ce rapport de mars 1982, on rappelait le besoin de disposer d'un modèle de génération d'erreurs dans un canal numérique radio-mobile, en vue de déterminer les caractéristiques statistiques des erreurs dans un tel canal et de pouvoir éventuellement comparer diverses techniques de transmission, de codage, de détection et de correction d'erreurs.

On veut, pour des conditions d'opération et un environnement donnés, disposer d'un modèle qui générerait une séquence d'erreurs comme ci-dessous:

00100001100000010000101

dans laquelle les "zéros" représentent des intervalles libres d'erreur alors que les "uns" représentent la présence d'une erreur.

La modélisation de la génération des erreurs pour un système numérique radio-mobile est très complexe; elle doit tenir compte de plusieurs facteurs tels la technique de modulation employée et les caractéristiques des modems, la fréquence d'opération, la vitesse du véhicule, l'environnement immédiat du récepteur, le type de milieu urbain, les conditions d'interférence, etc. En ce qui concerne la technique de modulation employée et les caractéristiques des modems, il est facile de montrer [4] que leur influence est négligeable par rapport aux autres conditions qui affectent l'environnement radio-mobile. Les techniques de modulation peuvent représenter des gains de quelques dB, ce qui est faible en première approximation par rapport aux conditions prévalant sur le canal de propagation et aux conditions d'interférence [4].

La figure 2-1 illustre l'allure de la courbe caractéristique de la probabilité d'erreur P_e en fonction du rapport signal/bruit $\Gamma = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}$ dans le

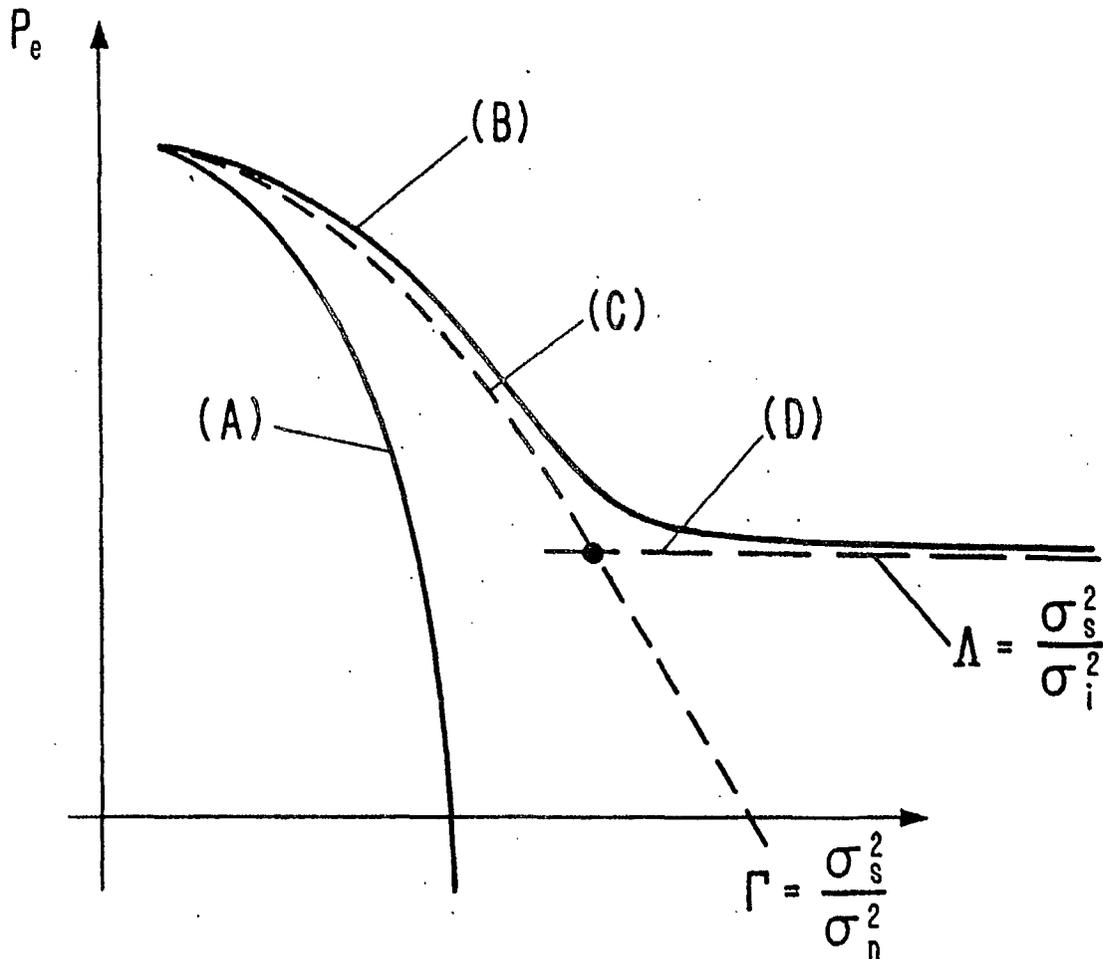


Figure 2-1: Courbes caractéristiques:

- (A) = caractéristique idéale,
- (B) = caractéristique globale incluant l'affaiblissement et l'interférence,
- (C) = caractéristique modifiée par l'affaiblissement,
- (D) = effet limite de l'interférence Λ .

canal avec, comme paramètre, le rapport signal/interférence $\Lambda = \sigma_s^2 / \sigma_i^2$. La courbe (A) représente la caractéristique idéale du modem avec les modems en connexion directe, la courbe (C) représente cette caractéristique idéale telle que modifiée par l'affaiblissement, l'asymptote (D) représente l'effet limité de l'interférence et la courbe (B) représente la caractéristique globale incluant l'affaiblissement et l'interférence. On peut tirer cette allure générale à l'étude, par exemple, des résultats de Elnoubi et Gupta [6].

La technique de génération d'une séquence d'erreur, pour des taux de transmission moyens, c'est-à-dire lorsque la durée de transmission du bit est courte par rapport aux variations du niveau de l'enveloppe du canal, est illustrée à la figure 2-2. Pour un bit transmis en (a), on peut trouver le rapport signal/bruit S/N_1 prévalant sur le canal à ce moment. A ce rapport signal/bruit

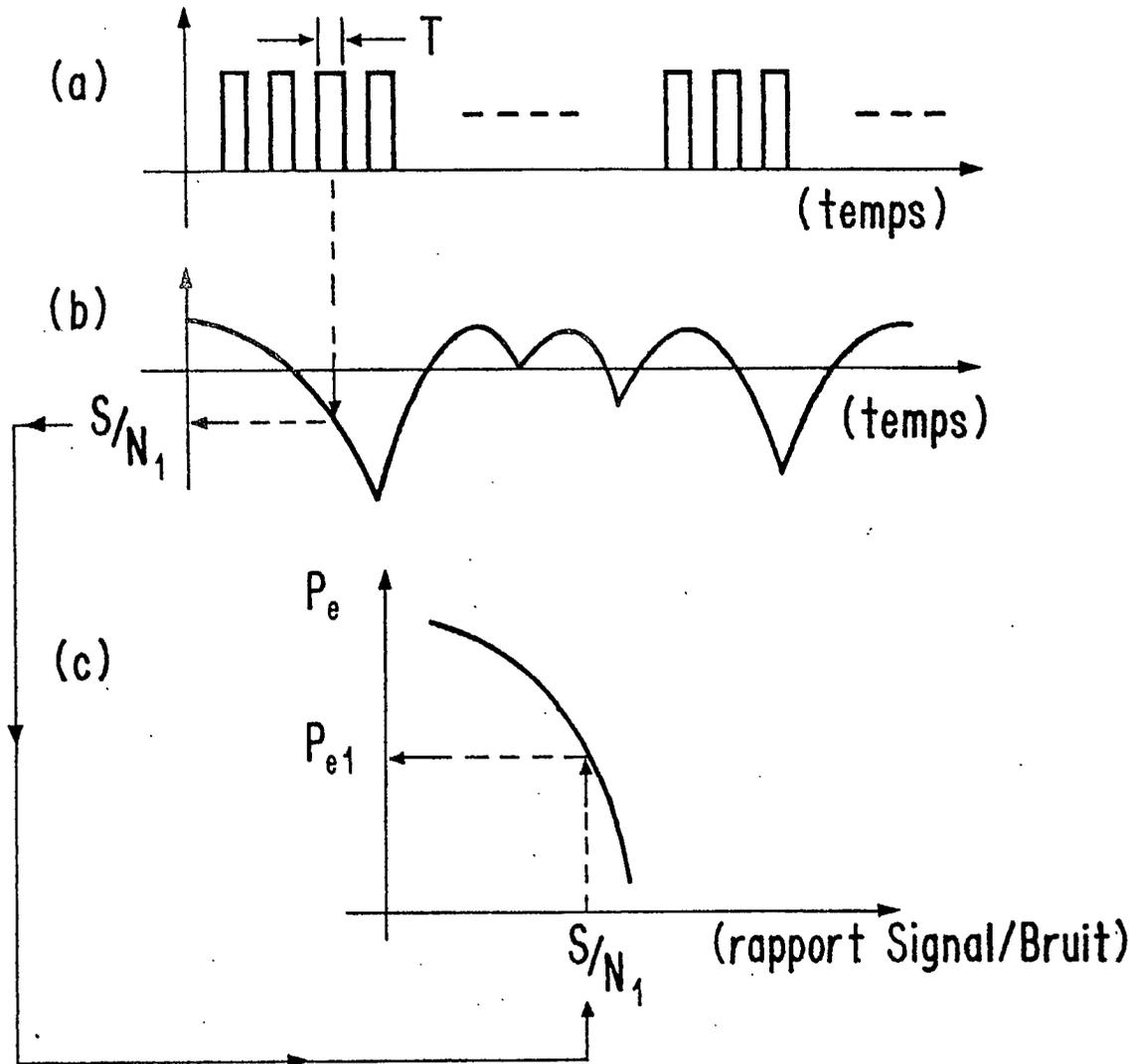


Figure 2-2: Prédiction des erreurs numériques dans le cas de l'affaiblissement lent (slowfading):

- (a) = transmission d'un signal de durée T correspondant à un bit d'information,
 (b) = affaiblissement dans le canal de transmission et réception avec un rapport signal-à-bruit S/N_1 ,
 (c) = probabilité d'erreur P_{e1} correspondant au rapport signal-à-bruit S/N_1 .

S/N_1 correspond une probabilité d'erreur P_{e1} . Si on veut maintenant générer un signal qui représente une séquence d'erreur, c'est-à-dire une suite de "0" et de "1", où les "0" représentent le cas sans erreur et les "1" les cas avec erreur, il suffit, ayant trouvé P_{e1} , de générer un "1" avec une probabilité P_{e1} .

Nous avons donc maintenant un outil qui permet de générer une séquence d'erreur, ce qui nous donne, en principe, la possibilité d'étudier les propriétés statistiques de ces séquences et l'influence de diverses méthodes de

codage, de correction et de détection d'erreur.

Si le principe de base est simple, il n'en reste pas moins qu'avant de commencer à générer des séquences d'erreurs, il faut fixer certains paramètres:

- la courbe d'opération caractéristique: il s'agit ici d'une des courbes classiques, telles qu'on les trouve dans la littérature pour une méthode de modulation;
- le niveau d'interférence, comme on l'a vu à la figure 2-1. Si le niveau d'interférence est maintenu à un niveau suffisamment bas pour que le taux d'erreur dû à l'interférence soit généralement de 10^{-2} ou de 10^{-3} , on pourrait en pratique le négliger;
- le point d'opération du système: est-ce que le rapport signal-à-bruit moyen du signal reçu est de 15, 20, 30 dB ? On peut faire l'hypothèse qu'on rencontre assez souvent dans la littérature que le point d'opération nominal est tel qu'on obtient une probabilité d'erreur de l'ordre de 10^{-2} ou de 10^{-3} ;
- la fonction d'affaiblissement en fonction du temps: on peut générer une fonction du temps dont les amplitudes ont une distribution de Rayleigh, par exemple (ou de Rice-Nakagami en ajoutant une composante spéculaire) et qui est aussi un modèle de l'affaiblissement en fonction du temps.

Cependant, la situation devient plus complexe dans le cas où le niveau du signal reçu varie rapidement, c'est-à-dire lorsque le canal ne peut plus être considéré comme stationnaire pendant la durée d'un intervalle de transmission. Ce cas n'a pas été touché dans le cadre du présent travail.

Il est clair également que cette approche ne considère que l'effet du canal de transmission sur le niveau du signal reçu et ne tient pas autrement compte du déphasage entre les différentes composantes. L'hypothèse ici est que, avec des délais excédentaires ne dépassant pas une dizaine de microsecondes entre les différentes composantes responsables de l'affaiblissement de Rayleigh, la modélisation du niveau du signal reçu est suffisante pour de faibles taux de transmission. Mais il s'agit ici manifestement d'une question très pertinente en vue d'une étude plus poussée.

Chapitre 3

MODELISATION DU CANAL

3.1 INTRODUCTION

Le canal de transmission radio-mobile possède des caractéristiques de propagation très spécifiques. La représentation du canal sous forme d'un modèle mathématique en facilite l'analyse. Plusieurs travaux de modélisation ont été effectués à partir de considérations physiques faites sur les phénomènes de propagation propres à ce type de canal. Les études ainsi réalisées ont permis notamment de caractériser l'enveloppe et la phase d'un signal transmis dans ces conditions. Les deux sections suivantes de ce chapitre sont consacrées à deux modèles mathématiques de propagation, soit ceux de Rayleigh et de Rice. A la section 3.4, on présente un simulateur d'enveloppe d'un signal radio-mobile. Une relation entre le rapport signal-à-bruit et la probabilité d'erreur d'un bit transmis dans le canal, permettant l'analyse du comportement d'un canal de transmission numérique, est présentée à la section 3.5. Des techniques permettant l'amélioration des performances d'un canal radio-mobile numérique seront exposées au chapitre 4.

3.2 MODELE DE RAYLEIGH

La recherche d'un modèle mathématique caractérisant les conditions de propagation en radio-mobile a fait l'objet d'études approfondies [7,8]. Les modèles de Rayleigh et de Rice permettent de décrire adéquatement le comportement de l'enveloppe du signal et ce, dans des milieux urbains plus ou moins denses. Dans un premier temps, on fera l'hypothèse que l'enveloppe du signal reçu n'est constituée que de signaux réfléchis par des obstacles, ce qui correspond à un milieu urbain dense. L'enveloppe du signal fluctuera rapidement en suivant une distribution de Rayleigh. Ensuite, afin de représenter un milieu plus dégagé telle une banlieue, on admettra une composante en ligne-de-vue dans

la modélisation. Des variations rapides de l'enveloppe seront observées mais leur importance dépendra du rapport entre le signal en ligne-de-vue et celui de la composante multivoie. Il s'agit du modèle de Rice. Dans la présente section, on analysera le modèle de Rayleigh alors qu'à la section suivante on s'intéressera au modèle de Rice.

Dans le modèle de Rayleigh, on suppose que le champ reçu est la résultante des multiples réflexions du signal transmis sur des obstacles. En premier lieu, on peut considérer le cas où le signal reçu est dû à une réflexion simple. A la figure 3-1, un véhicule se déplace avec une vitesse v dans la direction de l'abscisse. Si le champ reçu est dû à une réflexion unique, alors les équations du champ seront:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= E_0 a \cos(\omega_c t + \theta) \\ H_x &= -\frac{E_0}{\eta} a \sin \alpha \cos(\omega_c t + \theta) \\ H_y &= \frac{E_0}{\eta} a \cos \alpha \cos(\omega_c t + \theta) \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

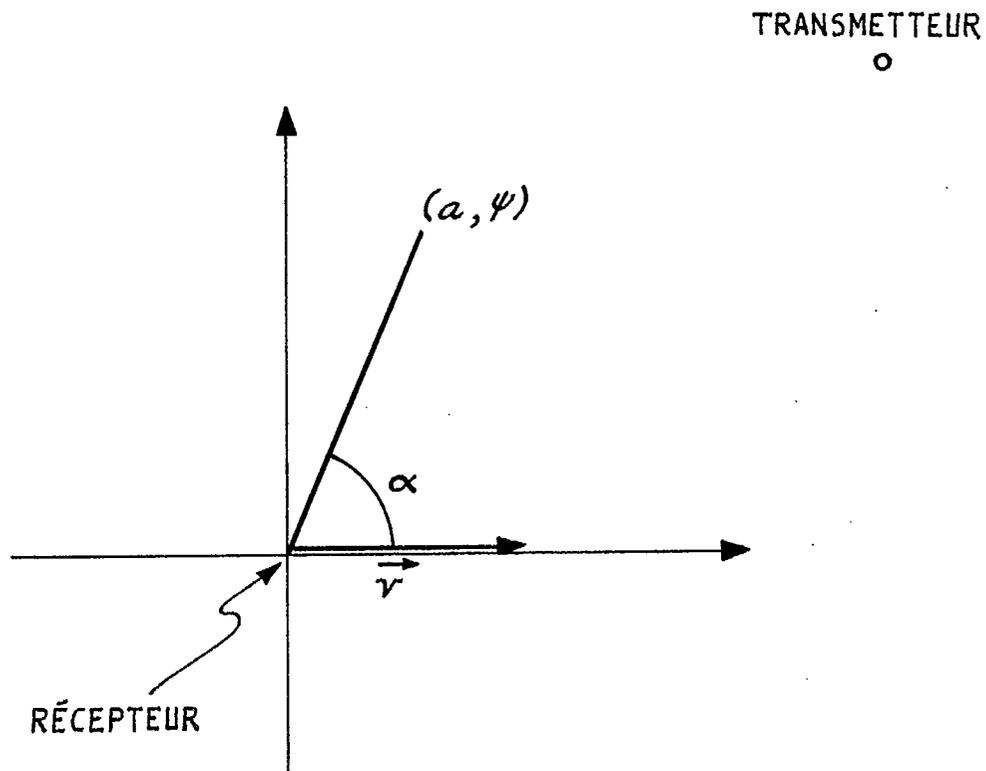


Figure 3-1: Réflexion unique.

où $\theta = \omega t + \phi$
 $\omega =$ pulsation Doppler
 $\phi =$ phase du signal réfléchi
 $a =$ amplitude du signal réfléchi

Le déplacement du récepteur a pour effet d'introduire une fréquence Doppler ω qui s'exprime comme:

$$\omega = \beta v \cos \alpha \quad (3-2)$$

où
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f_c}{c}$$

$\alpha =$ angle entre les vecteurs vitesse et signal réfléchi.

Ensuite, on peut faire l'hypothèse plus réaliste que le champ résultant est fonction de plusieurs réflexions (figure 3-2). Les équations du champ deviennent alors:

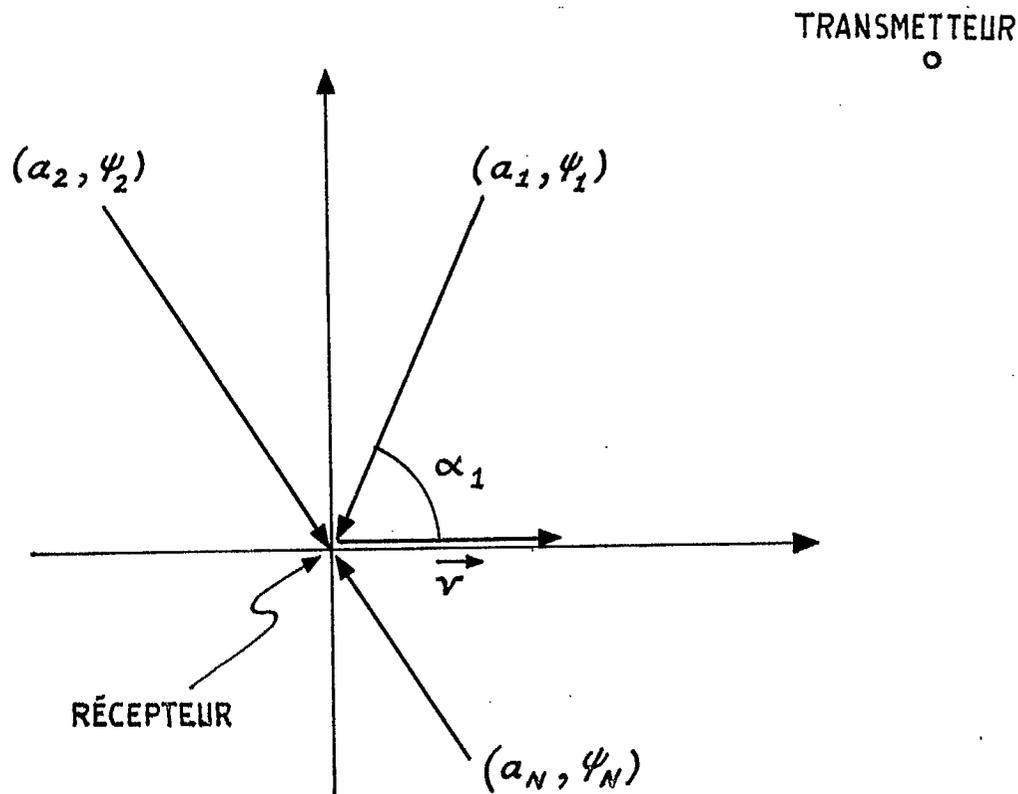


Figure 3-2: Réflexions multiples.

$$\left. \begin{aligned}
 E_z &= E_0 \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_c t + \theta_n) \\
 H_x &= -\frac{E_0}{\eta} \sum_{n=1}^N a_n \sin \alpha_n \cos(\omega_c t + \theta_n) \\
 H_y &= \frac{E_0}{\eta} \sum_{n=1}^N a_n \cos \alpha_n \cos(\omega_c t + \theta_n)
 \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

où $\theta_n = \omega_n t + \phi_n$.

Un processus aléatoire à bande étroite délimité par la fréquence Doppler est causé par le déplacement du véhicule. L'analyse du champ électrique E_z permet d'évaluer l'enveloppe du signal à la réception:

$$E_z = E_0 \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_c t + \theta_n) \quad (3-4)$$

En utilisant la relation trigonométrique:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad (3-5)$$

on peut exprimer (3-3) comme:

$$E_z = E_0 \sum_{n=1}^N a_n [\cos \omega_c t \cos \theta_n - \sin \omega_c t \sin \theta_n] \quad (3-6a)$$

donc:

$$E_z = E_0 \sum_{n=1}^N a_n \cos \theta_n \cos \omega_c t - E_0 \sum_{n=1}^N a_n \sin \theta_n \sin \omega_c t \quad (3-6b)$$

Afin de simplifier l'écriture, on pose:

$$X(t) = E_0 \sum_{n=1}^N a_n \cos \theta_n \quad (3-7)$$

$$Y(t) = E_0 \sum_{n=1}^N a_n \sin \theta_n \quad (3-8)$$

et il en résulte l'expression (3-10) pour le champ E_z , soit:

$$E_z = X(t) \cos \omega_c t - Y(t) \sin \omega_c t \quad (3-9)$$

$$E_z = X(t) \cos \omega_c t + jY(t) \cos \omega_c t \quad (3-10)$$

En milieu urbain, les réflexions sont nombreuses (N est grand), la

plage des fréquences d'opération est assez large ($150 \text{ MHz} \leq f_c \leq 850 \text{ MHz}$), ce qui entraîne également des longueurs d'onde assez faibles ($0,35 \text{ m} \leq \lambda \leq 2 \text{ m}$). Il s'ensuit que les phases θ_n des signaux réfléchis pourront être considérées comme étant une variable aléatoire ϕ uniformément distribuée entre 0 et 2π , donc:

$$f_{\phi}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad (3-11)$$

$$\text{pour } 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

Lorsque le nombre de réflexions N est suffisamment grand, on peut s'appuyer sur le théorème de la limite centrale et considérer $X(t)$ et $Y(t)$ comme deux variables aléatoires gaussiennes indépendantes de moyenne nulle et de même variance. Analytiquement, ceci s'exprime:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-12)$$

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-13)$$

Le champ électrique E_z a une composante réelle $X(t)$ et une composante imaginaire $Y(t)$, comme le montre la figure 3-3. L'enveloppe du champ et sa phase

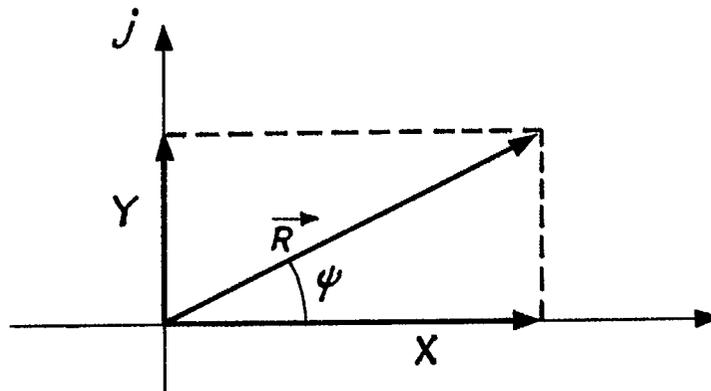


Figure 3-3:

sont données respectivement par le module et la phase du vecteur complexe résultant \vec{R} , soit:

$$R(t) = \sqrt{X(t)^2 + Y(t)^2} \quad (3-14)$$

$$\psi(t) = \arctan \frac{Y(t)}{X(t)} \quad (3-15)$$

La fonction de densité de probabilité de l'enveloppe du signal est donc évaluée en tenant compte du fait que les deux variables aléatoires $X(t)$ et $Y(t)$ sont indépendantes. La fonction de densité de probabilité conjointe de deux variables

aléatoires non corrélées est égale au produit de leurs fonctions de densité de probabilité respectives, d'où:

$$f_{XY}(x,y) = f_X(x)f_Y(y) \quad (3-16)$$

En utilisant (3-12) et (3-13), on a:

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}\right] \quad (3-17)$$

et compte tenu qu'on peut écrire directement

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{x^2+y^2} \\ x &= r \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (3-18)$$

on obtient l'expression (3-19) de la densité de probabilité conjointe, i.e.:

$$f_{XY}(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-19)$$

La fonction de distribution de l'enveloppe est donnée par l'intégrale de la fonction de densité de probabilité conjointe, soit:

$$F_R(r) = \iint_{D_R} f_{XY}(x,y) dx dy \quad (3-20)$$

D_R étant le domaine de la variable aléatoire $R(t)$. Un changement de coordonnées et une intégration classique donnent:

$$F_R(r) = \iint_{D_R} f_{XY}(r) r d\psi dr \quad (3-21)$$

$$F_R(r) = \int_0^{2\pi} \int_0^r \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right) r dr d\psi \quad (3-22)$$

d'où:
$$F_R(r) = 1 - \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-23)$$

Finalement, la fonction de densité de probabilité de l'enveloppe du champ électrique est donnée par:

$$f_R(r) = \frac{d}{dr} F_R(r) \quad (3-24)$$

$$f_R(r) = \frac{d}{dr} \left[1 - \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right) \right] \quad (3-25)$$

d'où:
$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-26)$$

L'enveloppe du signal à la réception a donc une distribution de Rayleigh. Pour déterminer la distribution de la phase, on procèdera à une transformation des variables de la fonction de densité de probabilité conjointe; explicitement on a:

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}\right] \quad (3-27)$$

qu'on peut exprimer comme:

$$f_{R\Psi}(r,\psi) = f_{XY}(x,y) |J| \quad (3-28)$$

où J est le Jacobien de la transformation, donc:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \psi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \psi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \psi & -r \sin \psi \\ \sin \psi & r \cos \psi \end{vmatrix} \quad (3-29)$$

Avec (3-29), on a:

$$J = r \cos^2 \psi + r \sin^2 \psi = r \quad (3-30)$$

donc:

$$f_{R\Psi}(r,\psi) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-31)$$

En tenant compte des conditions exprimées précédemment, on peut écrire:

$$f_{\Psi}(\psi) = \int_0^{\infty} \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right) dr \quad (3-32)$$

et il en résulte:

$$f_{\Psi}(\psi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right) dr \quad (3-33)$$

Or l'intégrale de la fonction de densité de probabilité de Rayleigh est égale à 1, la fonction n'étant définie que pour les nombres positifs; donc:

$$f_{\Psi}(\psi) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{pour} \quad -\pi \leq \psi \leq \pi \quad (3-34)$$

La phase du signal est ainsi distribuée uniformément entre $-\pi$ et π .

3.3 MODELE DE RICE

Si le modèle de Rayleigh décrit assez fidèlement les conditions de propagation inhérentes à la transmission radio-mobile en milieu urbain où le nombre d'obstacles est important, il ne représente toutefois pas un modèle adéquat en milieu de densité faible telle une banlieue. Au champ électrique reçu, composé de signaux réfléchis par les obstacles, s'ajoutera un signal en ligne-de-vue avec le transmetteur. Le modèle d'affaiblissements de Rice tient compte de cette composante directe et la figure 3-4 montre essentiellement le schéma de propagation de Rayleigh illustré à la figure 3-2, en y ajoutant la composante en ligne-de-vue. Le champ électrique E_z reçu est alors:

$$E_z = E_z(\text{multivoie}) + E_z(\text{ligne-de-vue}) \quad (3-35)$$

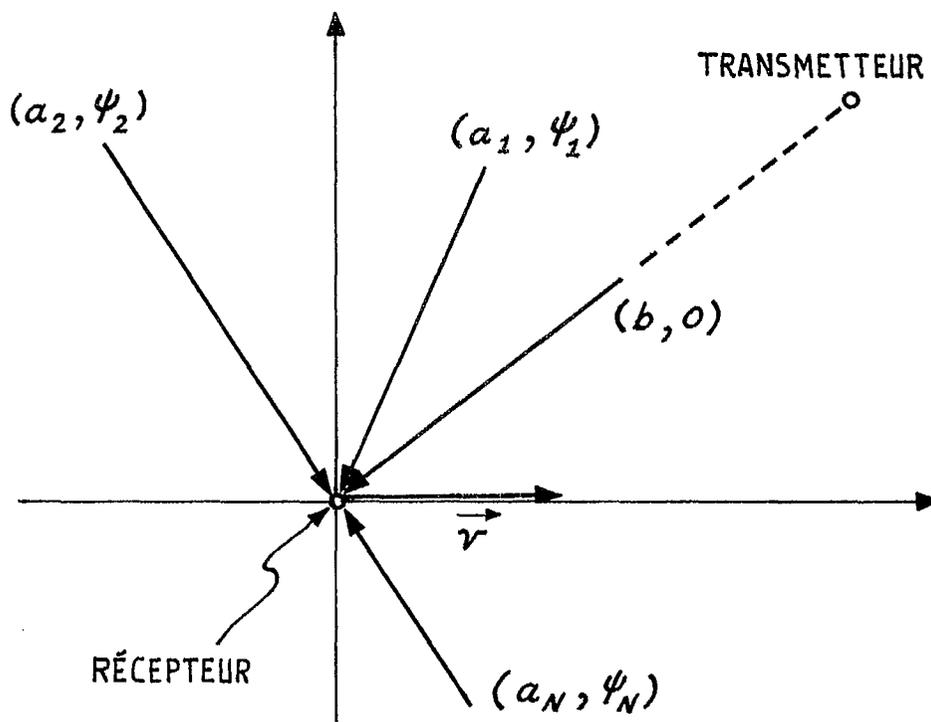


Figure 3-4: Réflexions multiples et composante directe.

ce qui peut s'écrire:

$$E_z = [X(t) \cos \omega_c t + jY(t) \cos \omega_c t] + b \cos \omega_c t \quad (3-36a)$$

d'où:

$$E_z = [X(t) + b] \cos \omega_c t + jY(t) \cos \omega_c t \quad (3-36b)$$

$$\left. \begin{aligned}
 r \cos \psi &= x + b \\
 x &= r \cos \psi - b \\
 y &= r \sin \psi \\
 r &= \sqrt{(x+b)^2 + y^2}
 \end{aligned} \right\} \quad (3-37)$$

La figure 3-5 représente symboliquement les divers termes de l'équation (3-36b):

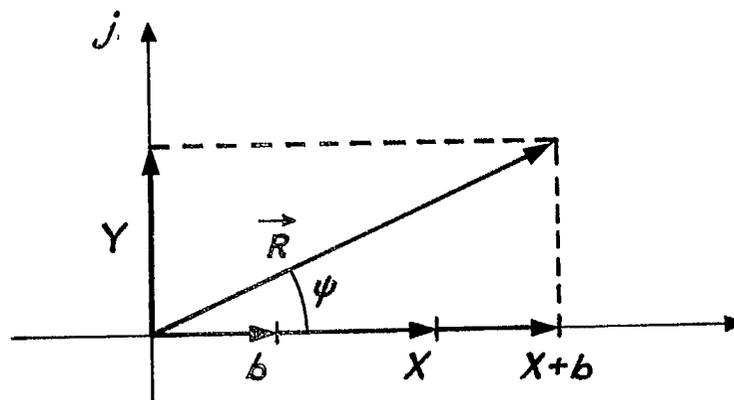


Figure 3-5:

Le champ électrique E_z sera donc la somme de deux variables aléatoires $X(t)$ et $Y(t)$ et d'une composante invariante b . Comme précédemment, les deux variables aléatoires sont gaussiennes, non corrélées, de moyenne nulle et de même variance; elles s'expriment donc comme:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-38)$$

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-39)$$

La densité de probabilité conjointe s'écrit alors:

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}\right] \quad (3-40)$$

L'enveloppe du champ E_z est égale au module du vecteur résultant \vec{R} et s'exprime alors comme:

$$R(t) = \sqrt{[X(t) + b]^2 + Y(t)^2} \quad (3-41)$$

ce qui nous permet d'écrire:

$$f_{XY}(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(r \cos \psi - b)^2 + (r \sin \psi)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3-42)$$

ou, d'une façon similaire:

$$f_{XY}(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(r^2 + b^2 - 2br \cos \psi)}{2\sigma^2}\right] \quad (3-43)$$

L'intégration de (3-44) ci-dessous est simple et

$$f_R(r) = \iint_{\Delta D_R} f_{XY}(r) r d\psi dr \quad (3-44)$$

on obtient alors:

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{(r^2 + b^2)}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{rb}{\sigma^2}\right) \quad (3-45)$$

où I_0 est une fonction de Bessel modifiée d'ordre 0 qui s'écrit comme:

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x \cos \theta) d\theta \quad (3-46)$$

et dont les diverses valeurs possibles sont déjà tabulées.

Lorsqu'un trajet direct est possible entre le transmetteur et le récepteur, en plus des composantes multivoies, l'enveloppe du signal résultant suit une distribution de Rice, c'est-à-dire que $f_R(r)$ s'exprime sous la forme (3-45).

La phase du signal a un comportement plus ou moins aléatoire selon l'intensité de la composante en ligne-de-vue. Si cette dernière est faible, la phase est presque uniformément distribuée entre $-\pi$ et π (voir figure 3-5). Au fur et à mesure que l'amplitude de la composante en ligne directe augmente, la fonction de densité de probabilité aura tendance à se concentrer autour de la phase de la composante en ligne-de-vue (i.e. $\psi \rightarrow 0$ radians). A la limite, pour un signal direct très important, la phase deviendra pratiquement nulle. Sous ces conditions, la phase ψ n'est plus une variable aléatoire mais une valeur fixe. La fonction de densité de probabilité conjointe de R et Ψ s'exprime alors, avec (3-40) et (3-45):

$$f_{R\Psi}(r, \psi) = f_{XY}(x, y) |J| = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}\right] \quad (3-47)$$

ou, avec quelques manipulations algébriques:

$$f_{R\Psi}(r, \psi) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(r - b \cos \psi)^2 + b^2 \sin^2 \psi}{2\sigma^2}\right] \quad (3-48)$$

En intégrant la fonction de densité conjointe par rapport à r on obtient la fonction de densité de probabilité de la phase $f_\Psi(\psi)$, soit:

$$f_\Psi(\psi) = \int_0^\infty \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(r - b \cos \psi)^2 + b^2 \sin^2 \psi}{2\sigma^2}\right] dr \quad (3-49)$$

on obtient alors:

$$f_{\psi}(\psi) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(\frac{-b^2}{2\sigma^2}\right) + \frac{b \cos \psi}{2\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(\frac{-b^2 \sin^2 \psi}{2\sigma^2}\right) \left[1 + 2\operatorname{erf}\left(\frac{b \cos \psi}{\sqrt{\sigma^2}}\right)\right] \quad (3-50)$$

Cette fonction de densité de probabilité $f_{\psi}(\psi)$ n'est définie que pour $-\pi \leq \psi \leq \pi$.

3.4 SIMULATION DE L'ENVELOPPE DU SIGNAL

Les modèles mathématiques d'affaiblissements du signal décrits aux sections précédentes permettent la réalisation de simulateurs de canal radio-mobile. La réalisation de ces simulateurs, que ce soit avec du matériel ou avec un logiciel, a fait l'objet de plusieurs articles. Entre autres, Arredondo, Chriss et Walker [9] proposent un simulateur d'affaiblissements de Rayleigh réalisé avec des composants, alors que Smith [10] présente un programme en langage FORTRAN simulant le même modèle mathématique. Un simulateur d'affaiblissements de Rice, réalisé physiquement par Otani, Daikoku et Omori [11], est également disponible. Le principe de fonctionnement d'un simulateur de Rayleigh est décrit ci-après et on considèrera par la suite un simulateur de Rice afin de tenir compte d'une composante en ligne-de-vue.

La figure 3-6 présente schématiquement un simulateur de Rayleigh [9]. Deux sources de bruit gaussiennes indépendantes sont filtrées afin de reproduire les caractéristiques de l'antenne de réception et limiter la largeur de bande à la fréquence Doppler introduite par le déplacement du véhicule. On obtient ainsi deux processus aléatoires à bande étroite. L'un de ces deux processus est mélangé directement avec le signal (porteuse) provenant d'un oscillateur opérant à la fréquence d'un transmetteur radio-mobile alors que le second est mélangé avec cette même porteuse mais déphasée de $\pi/2$ radians. Les composantes en phase et en quadrature obtenues sont combinées pour résulter en un signal dont l'enveloppe suit une distribution de Rayleigh et dont la phase est uniformément distribuée.

Un simulateur de Rice (figure 3-7) peut être réalisé en ajoutant une composante directe au signal généré par le simulateur de Rayleigh. Un atténuateur permet de varier le rapport des signaux ligne-de-vue/multivoie. Il est à noter que l'on peut utiliser un atténuateur à la sortie du simulateur de Rayleigh afin de tenir compte du cas où le signal en ligne-de-vue est plus important que les réflexions multivoies.

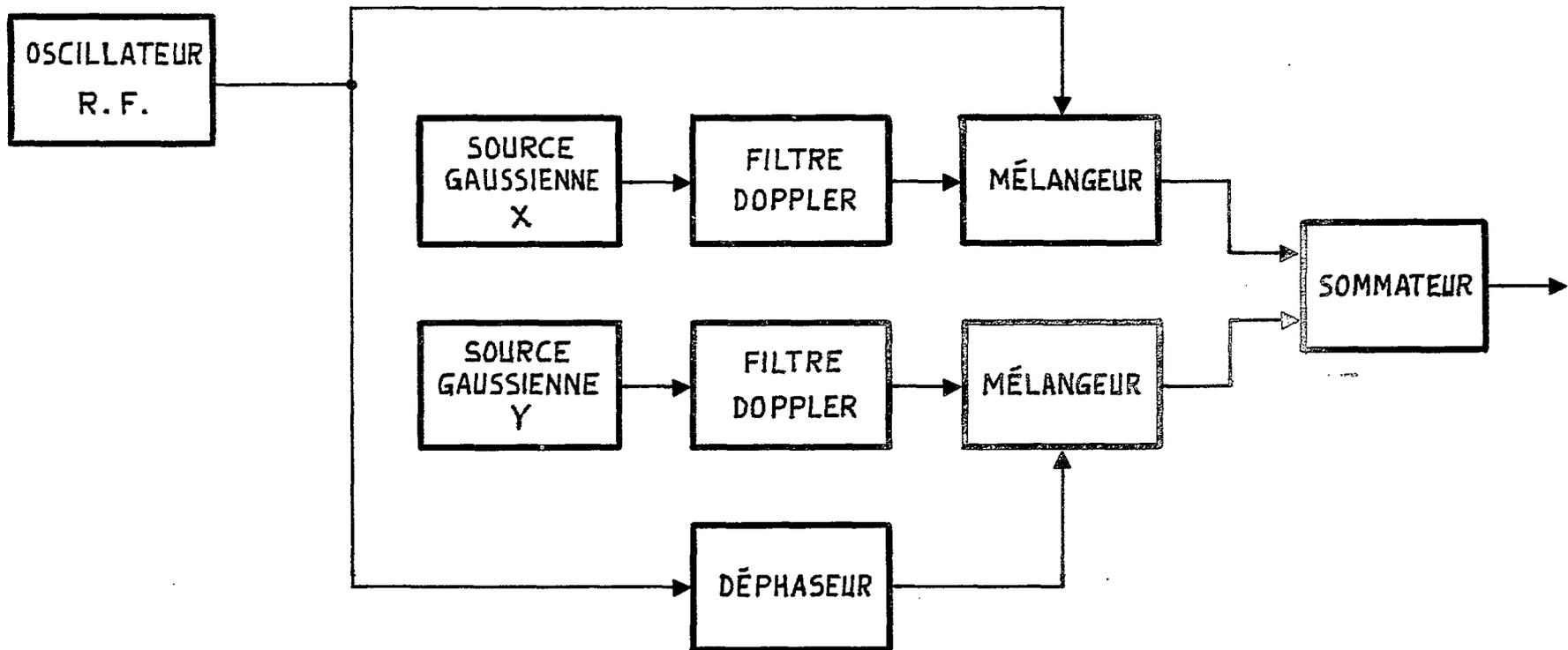


Figure 3-6: Simulateur de Rayleigh.

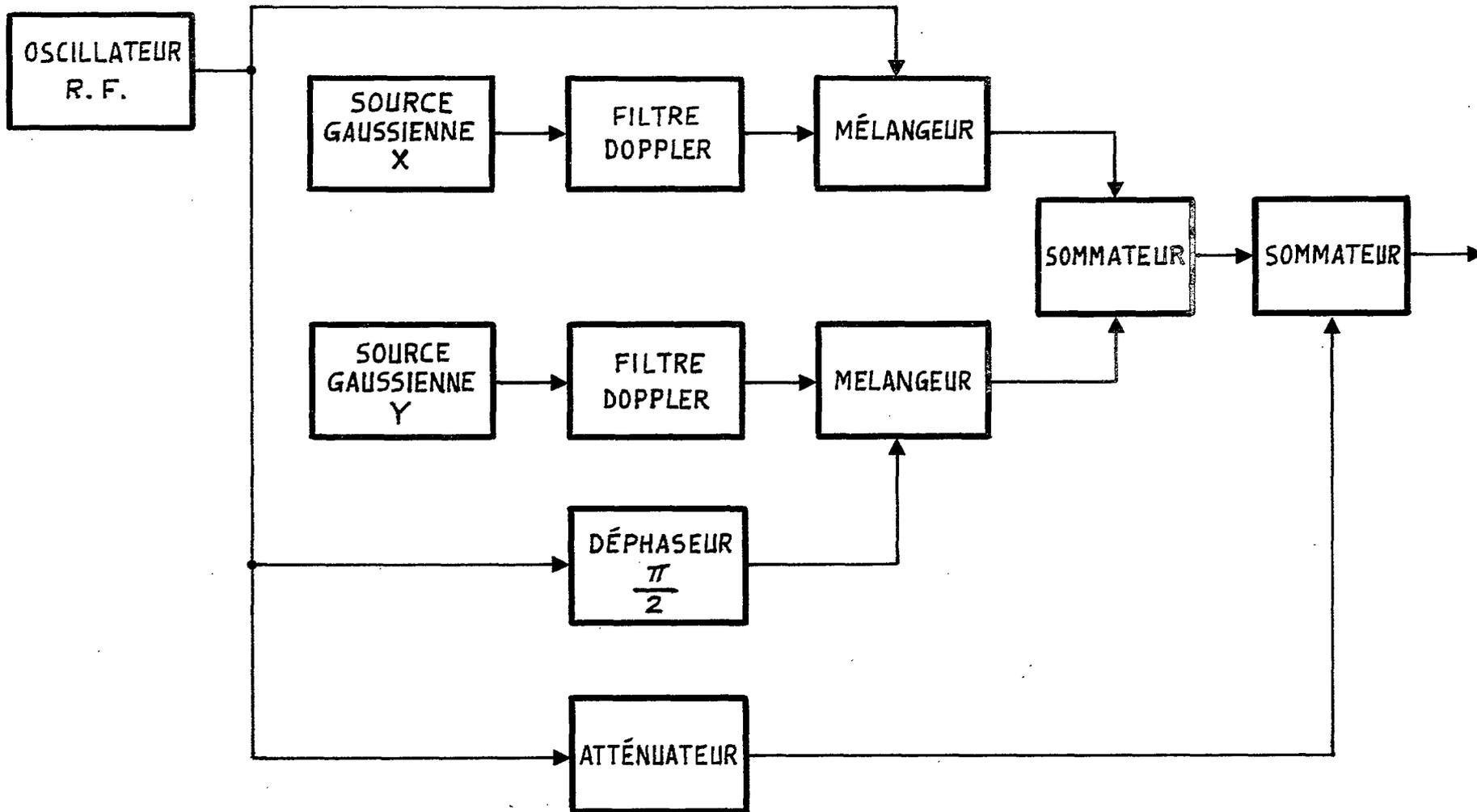


Figure 3-7: Simulateur de Rice.

Un programme de simulation d'un canal de Rice (voir appendice A) a été développé en s'inspirant d'un programme réalisé par Smith [10]. Le programme calcule le niveau du signal reçu par une unité mobile. L'amplitude de l'enveloppe est déterminée par divers facteurs tels la fréquence d'opération du transmetteur, la vitesse du véhicule, le rapport signal-à-bruit moyen, le rapport composante en ligne-de-vue/composante multivoie. On peut fixer également la durée de la transmission de même que le nombre de niveaux générés à chaque seconde. La fréquence Doppler est évaluée à partir de la fréquence d'opération du transmetteur et de la vitesse du véhicule. Le tableau 3-1 indique la fréquence Doppler associée aux différentes fréquences et vitesses. La réponse du filtre correspond à celle d'un monopôle vertical. Un générateur de nombres

f_c λ	150 MHz 2 m	450 MHz 0.67 m	800 MHz 0.375 m
30 km/h	4.166... Hz	12.5 Hz	22.222... Hz
60 km/h	8.333... Hz	25 Hz	44.444... Hz
90 km/h	12.5 Hz	37.5 Hz	66.666... Hz

Tableau 3-1

Fréquences Doppler associées aux différentes fréquences et vitesses.

aléatoires produit deux séquences de nombres distribués normalement. Ces deux séquences sont alors filtrées. La transformée de Fourier des deux séquences filtrées conduit à deux séquences temporelles gaussiennes dont la largeur de bande de leur spectre est limitée par la fréquence Doppler du système. Le rapport signal-à-bruit est obtenu en effectuant la somme des carrés des éléments provenant des deux séquences. Ce rapport est normalisé à 0 dB. Le rapport signal-à-bruit suit alors une distribution de Rayleigh. Une constante correspondant à l'amplitude d'une composante directe est ajoutée à la séquence. La séquence résultante est de nouveau normalisée afin d'obtenir un rapport signal-à-bruit suivant une loi de Rice. On détermine enfin la valeur moyenne du rapport signal-à-bruit.

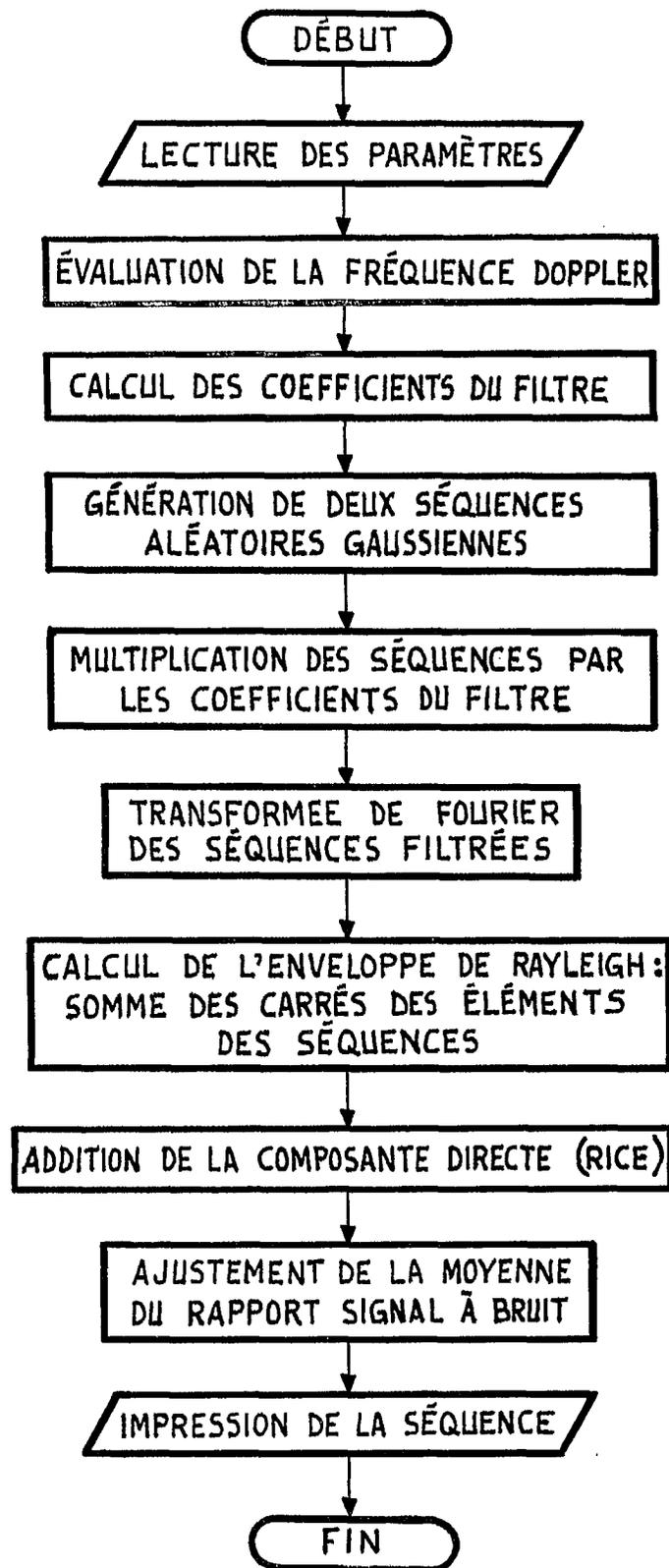


Figure 3-8: Organigramme du sous-programme "RICE".

3.5 GENERATION DES SEQUENCES D'ERREUR

La connaissance des caractéristiques de propagation d'un canal radio-mobile a permis de développer un modèle mathématique de l'amplitude et de la phase d'un signal transmis dans ce canal. La variation du rapport signal-à-bruit a une conséquence directe sur la transmission de symboles discrets. En communication numérique, la probabilité d'erreur d'un symbole est fonction du rapport signal-à-bruit. Pour un rapport faible on a une forte probabilité d'erreur. Des expressions mathématiques ont été développées pour relier la probabilité d'erreur d'un bit dans un canal de transmission au rapport signal-à-bruit et ce, tant expérimentalement [12] que théoriquement [13]. Les expressions théoriques formulées par Gregg [13] pour différentes techniques de modulation (FSK cohérent, FSK non cohérent, PSK cohérent, DC-PSK, TFM) ne diffèrent que de peu d'un type de modulation à l'autre. Afin de simuler un canal de transmission numérique on a retenu la probabilité d'erreur associée à la modulation FSK non cohérente,

$$p = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{-\eta}{2}\right) \quad (3-51)$$

où η = rapport signal-à-bruit.

Chaque bit transmis dans le canal a une probabilité p d'être en erreur. Le sous-programme "GNERR" (voir appendice A) permet de générer une séquence d'erreur déterminée par les conditions de propagation du canal radio-mobile. Une séquence représentant l'état de chacun des bits à être transmis dans le canal est créée. Initialement, chacun de ces bits se trouve à l'état 0, c'est-à-dire sans erreur. Ensuite, pour chaque bit, on détermine sa probabilité d'erreur p en fonction du rapport signal-à-bruit présent dans le canal de transmission. Afin de générer une erreur (i.e. changer l'état du bit pour 1) avec une probabilité p , on compare cette probabilité avec un nombre produit par un générateur de nombres aléatoires uniformément distribués entre 0 et 1. Le processus ainsi complété, on obtient une séquence indiquant la position des erreurs encourues dans un canal de transmission radio-mobile numérique.

3.6 CONCLUSION

La modélisation du canal de transmission radio-mobile permet une étu-

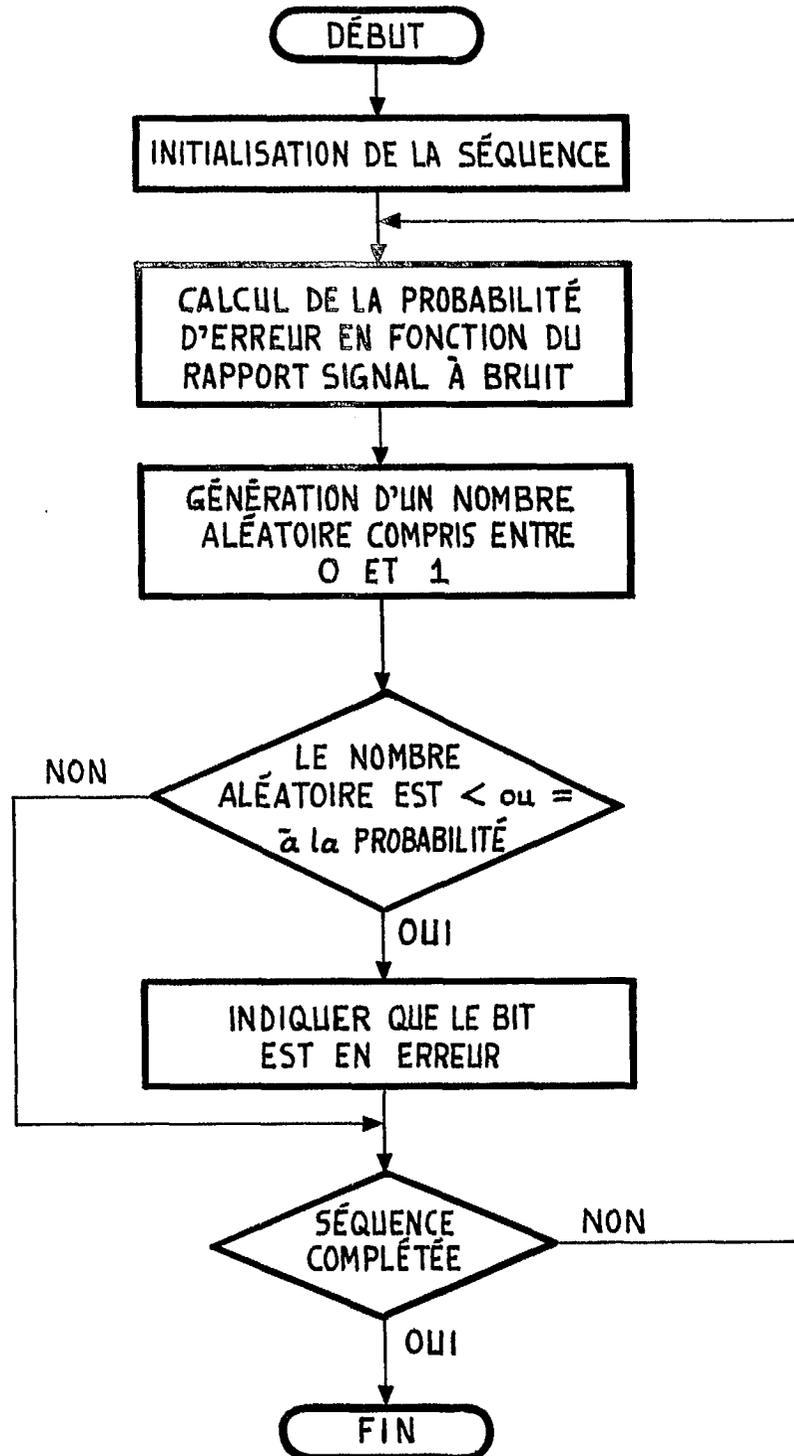


Figure 3-9: Organigramme du sous-programme "GNERR".

de et une analyse systématiques de celui-ci. Deux modèles de propagation ont été présentés, soit ceux de Rayleigh et de Rice; le premier caractérisant un milieu urbain dense et le second un milieu de densité faible. On s'est intéressé à la réalisation en matériel et en logiciel de simulateurs d'enveloppe suivant des distributions de Rayleigh et de Rice. La simulation a été étendue à un canal de transmission radio-mobile numérique en associant la probabilité d'erreur d'un bit au rapport signal-à-bruit dans le canal.

Chapitre 4

CODAGE

4.1 INTRODUCTION

En radio-mobile, les conditions de propagation sont très souvent un élément qui limite la qualité de la transmission. Lorsque l'information transmise dans le canal est de type numérique, la détérioration des performances se traduit par une augmentation de la probabilité d'erreur sur chacun des bits d'information. Afin de réduire cette probabilité d'erreur à des normes déterminées, on utilise des techniques de codage de canal.

Dans un premier temps, on suppose que les erreurs se produisent indépendamment les unes des autres (i.e. un canal sans mémoire). Parmi les codes de correction d'erreurs, les codes BCH (Bose-Chaudhuri-Hocquenghem) ont l'intérêt d'être relativement simples à réaliser tout en conservant une forte capacité de correction. La section 4.2 présente la description du principe de fonctionnement des codes BCH et la section 4.3 une analyse de leur performance.

Par la suite on considèrera que le canal de transmission radio-mobile est à mémoire, c'est-à-dire que l'état d'un bit d'information (en erreur ou non) est dépendant de l'état du bit précédent. Cette hypothèse est justifiée par le fait que la probabilité d'erreur d'un bit transmis dans le canal est fonction du rapport signal à bruit à cet instant précis et que ce rapport suit une distribution de Rayleigh. Les erreurs auront tendance à se produire en salves plus ou moins longues selon la durée des affaiblissements de l'amplitude du signal. Une technique de redistribution des erreurs sera proposée à la section 4.4.

Enfin, à la section 4.5, on discutera de la réalisation pratique et de l'amélioration des performances de transmission par codage de canal.

4.2 CODES BCH

Les codes BCH constituent une classe importante des codes cycliques de correction d'erreurs. Le principal avantage de ces codes réside dans le fait qu'ils peuvent corriger un nombre t d'erreurs à l'intérieur d'un seul mot-code de n bits. La capacité de correction t du code sera conditionnée par le nombre de bits d'information (ou de message) transmis dans le bloc de n bits.

Une autre caractéristique intéressante des codes BCH est la longueur des mots-code. Pour m , entier positif, la longueur des mots-code est donnée par $n = 2^m - 1$. Les paramètres des codes utilisés de même que leurs polynômes générateurs sont indiqués au tableau 4-1 (présenté à la fin du chapitre).

La représentation polynômiale des messages et des mots-code (transmis et reçus) facilite le traitement mathématique des codes cycliques. Un message de k bits prendra la forme suivante:

$$m(X) = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_{k-1}X^{k-1} \quad (4-1)$$

Les a_i sont les k bits de message et l'exposant de X détermine leur position respective.

On code le message en multipliant son polynôme par un autre polynôme $g(X)$ appelé polynôme générateur du code BCH. Le polynôme résultant $v(X)$ sera transmis à travers le canal

$$v(X) = m(X)g(X) \quad (4-2)$$

La notion de Corps Galois est essentielle à la détermination du polynôme générateur. Il est intéressant de noter que plusieurs ouvrages de référence sur la théorie de l'information et les techniques de codage indiquent le polynôme générateur associé aux codes fréquemment employés [14,15].

Soit α un élément primitif du Corps Galois (2^m). Il existe un polynôme irréductible $p(X)$ de degré m qui permet la construction du Corps Galois (2^m) dont les 2^m éléments sont $0, 1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{2^m-2}$.

$$p(X) = b_0 + b_1X + b_2X^2 + \dots + b_mX^m \quad (4-3)$$

Les b_i sont des constantes binaires et $b_m = 1$ car $p(X)$ est de degré m . En posant $p(\alpha) = 0$, on peut écrire:

$$\left. \begin{aligned}
 b_0 + b_1\alpha + b_2\alpha^2 + \dots + b_m\alpha^m &= 0 \\
 b_m\alpha^m &= b_0 + b_1\alpha + b_2\alpha^2 + \dots + b_{m-1}\alpha^{m-1} \\
 \alpha^m &= b_0 + b_1\alpha + b_2\alpha^2 + \dots + b_{m-1}\alpha^{m-1}
 \end{aligned} \right\} \quad (4-4)$$

On construit alors la table des puissances de α qui correspond au Corps Galois (2^m):

$$\begin{array}{l}
 0 \\
 1 \\
 \alpha \\
 \alpha^2 \\
 \vdots \\
 \alpha^m = b_0 + b_1\alpha + \dots + b_{m-1}\alpha^{m-1} \\
 \alpha^{m+1} = \alpha(\alpha^m) \\
 \vdots \\
 \alpha^{2^m-2}
 \end{array}$$

Table 4-1 Corps Galois (2^m).

Considérons maintenant les éléments $\alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{2^t}$ du Corps Galois et leur polynôme minimal. Ce polynôme minimal $m_1(X)$ est défini comme étant le polynôme de degré le moins élevé dont l'élément du Corps Galois α^i est une racine. Le polynôme générateur est le plus petit commun multiple des polynômes minimaux des éléments $\alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{2^t}$. Or il a été démontré [14] que chaque élément α ayant une puissance paire a le même polynôme minimal que l'élément précédent,

$$m_{2^i}(X) = m_{2^{i-1}}(X) \quad (4-5)$$

Il s'ensuit que le polynôme générateur d'un code BCH d'une capacité de correction de t erreurs est le plus petit commun multiple des polynômes minimaux des éléments impairs du Corps Galois:

$$g(X) = \text{PPCM}[m_1(X), m_3(X), \dots, m_{2^t-1}(X)] \quad (4-6)$$

Pour trouver chacun des polynômes minimaux, on cherche tous les éléments distincts de β^{2^ℓ} (où $\beta = \alpha^i$ et $\ell = 0, 1, 2, 3, \dots$). Ainsi, pour déterminer les trois polynômes minimaux nécessaires à la construction d'un code de correction d'erreur triple ($t = 3$) on procédera de la façon suivante:

$$g(X) = \text{PPCM}[m_1(X), m_3(X), m_5(X)] \quad (4-7)$$

$m_1(X)$: évaluer les éléments distincts de β^{2^k} , $\beta = \alpha$

$$\beta^{2^k} = \alpha, \alpha^2, \alpha^{2^2}, \alpha^{2^3}, \dots$$

$m_3(X)$: évaluer les éléments distincts de β^{2^k} , $\beta = \alpha^3$

$$\beta^{2^k} = \alpha^3, (\alpha^3)^2, (\alpha^3)^{2^2}, (\alpha^3)^{2^3}, \dots$$

$m_5(X)$: évaluer les éléments distincts de β^{2^k} , $\beta = \alpha^5$

$$\beta^{2^k} = \alpha^5, (\alpha^5)^2, (\alpha^5)^{2^2}, (\alpha^5)^{2^3}, \dots$$

Chacun des polynômes minimaux étant irréductible, le polynôme générateur devient:

$$g(X) = m_1(X)m_3(X)\dots m_{2t-1}(X) \quad (4-8)$$

Il faut souligner cependant que deux (ou plus) polynômes minimaux peuvent être identiques; dans ce cas on omet les polynômes qui se trouvent déjà dans le produit.

A la fin du présent chapitre on indique les Corps Galois, les polynômes minimaux et les polynômes générateurs pour les codes employés dans notre programme de simulation (tableau 4-2).

L'effet perturbateur du canal de transmission se traduit par une altération des symboles émis. C'est pour cette raison qu'un mot-code reçu $r(X)$ pourra être différent du mot-code émis $v(X)$. La différence entre ces deux polynômes $r(X)$ et $v(X)$ est le vecteur d'erreur $e(X)$.

$$e(X) = v(X) \oplus r(X) \quad (4-9)$$

Les codes BCH corrigent jusqu'à t erreurs dans le mot-code reçu. Il faut, avant d'effectuer le décodage d'un mot-code $r(X)$, en le divisant par le polynôme générateur $g(X)$, éliminer les erreurs dans la mesure du possible, c'est-à-dire lorsque leur nombre ne dépasse pas la capacité de correction t du code. La technique de correction d'erreur que l'on a utilisée dans le programme de codage BCH est décrite dans la section qui suit. On pourra se référer aux articles fondamentaux [14,16] pour une démonstration plus détaillée.

On définit le vecteur syndrôme de code S_i comme le polynôme mot-code reçu appliqué aux $2t$ premiers éléments du Corps Galois (2^m).

$$S_i = r(\alpha^i) \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, 2t \quad (4-10)$$

La connaissance du syndrôme du mot reçu permet l'évaluation d'un polynôme $\sigma(X)$.

appelé polynôme localisateur d'erreur. L'algorithme présenté ci-dessous conduit au polynôme localisateur $\sigma(X)$ et a été développé par Berlekamp [17]. On commence à remplir un tableau de la façon suivante:

μ	$\sigma^{(\mu)}(X)$	d_μ	ℓ_μ	$2\mu - \ell_\mu$
$-\frac{1}{2}$	1	1	0	-1
0	1	s_1	0	0
1				
⋮				
t				

Ensuite on se place à la rangée $(\mu+1)$ (la rangée μ étant complétée). On considère d_μ :

- a) si $d_\mu = 0$, alors on pose $\sigma^{(\mu+1)}(X) = \sigma^{(\mu)}(X)$;
- b) si $d_\mu \neq 0$, on cherche la rangée ρ précédant la rangée μ telle que $d_\rho \neq 0$ et $(2\rho - \ell_\rho)$ soient le plus grand possible et on pose:

$$\sigma^{(\mu+1)}(X) = \sigma^{(\mu)}(X) + d_\mu d_\rho^{-1} X^{2(\mu-\rho)} \sigma^{(\rho)}(X)$$

Dans chacun des deux cas:

$$\left. \begin{aligned} \ell_{\mu+1} &= \text{degré de } \sigma^{(\mu+1)}(X) \\ \text{et } d_{\mu+1} &= s_{2\mu+3} + \sigma_1^{(\mu+1)} s_{2\mu+2} + \sigma_2^{(\mu+1)} s_{2\mu+1} \\ \text{où } \sigma^{(\mu+1)}(X) &= \sigma_0^{(\mu+1)} + \sigma_1^{(\mu+1)} X + \sigma_2^{(\mu+1)} X^2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (4-11)$$

La dernière valeur $\sigma^{(t)}(X)$ sera le polynôme localisateur. Le polynôme de position des erreurs $e(X)$ est déterminé par la réciproque des racines du polynôme localisateur $\sigma(X)$. Le calcul des racines de $\sigma(X)$ s'effectue en remplaçant X par chacun des éléments du Corps Galois. Si α^ℓ est racine du polynôme, alors $\sigma(\alpha^\ell) = 0$ et il y a erreur à la position $X^{n-\ell}$. Le patron d'erreur pour un code de correction d'erreur triple, dont les racines du polynôme localisateur sont α^{ℓ_1} , α^{ℓ_2} et α^{ℓ_3} sera:

$$e(X) = X^{n-\ell_3} + X^{n-\ell_2} + X^{n-\ell_1} \quad (4-12)$$

Le mot-code $\widehat{v}(X)$ sera reconstitué en additionnant (modulo-2) les vecteurs $r(X)$ et $e(X)$. Il faut noter que le mot-code $\widehat{v}(X)$ sera correct s'il n'y a pas plus de t erreurs dans le mot-code $r(X)$.

La dernière étape du décodage sera de revenir au message $\widehat{m}(X)$ en divisant le mot-code corrigé $\widehat{v}(X)$ par le polynôme générateur du code,

$$\widehat{m}(X) = \widehat{v}(X) / g(X) \quad (4-13)$$

Dans la section suivante, on évalue la probabilité de décodage erroné d'un mot-code et, par la suite, la probabilité de restituer incorrectement un bit d'information et ce, pour les différents codes BCH simulés sur ordinateur.

4.3 EVALUATION DES CODES BCH

L'utilisation de techniques de codage permet de réduire la probabilité d'erreur sur les bits d'information. Toutefois, cette amélioration de performance ne se fait qu'au prix d'une complexité accrue du codeur à la transmission et du décodeur à la réception et donc du système de communication. Il faut ainsi trouver, pour un canal de transmission donné, le meilleur compromis entre l'efficacité d'un mode et la complexité de sa réalisation. L'analyse de la probabilité d'erreur d'un mot-code et de la probabilité de décodage incorrect d'un bit d'information en fonction de la probabilité d'erreur induite dans le canal permettra de choisir le code le plus approprié.

Considérons un canal de transmission numérique dont la probabilité d'erreur est définie par p . Soit P_{me} la probabilité de décodage erroné d'un mot-code. On sait qu'un code BCH (n, k, t) ne peut corriger que t erreurs ou moins par bloc de n bits. Autrement dit, les erreurs de décodage seront engendrées lorsqu'il y aura plus de t erreurs dans le mot-code. On définit donc la probabilité d'erreur d'un mot-code de la façon suivante:

$$\begin{aligned} P_{me} &= \text{Prob.}[\text{obtenir } (t+1) \text{ erreurs ou plus dans un mot-code}] \\ P_{me} &= \{[\text{Prob.}(\text{obtenir } (t+1) \text{ erreurs}) \times (\text{nombre de combinaisons possibles} \\ &\quad \text{de } (t+1) \text{ erreurs parmi } n \text{ bits})] + \\ &\quad + [\text{Prob.}(\text{obtenir } (t+2) \text{ erreurs}) \times (\text{nombre de combinaisons possibles} \\ &\quad \text{de } (t+2) \text{ erreurs parmi } n \text{ bits})] + \dots \\ &\quad \dots + [\text{Prob.}(\text{obtenir } n \text{ erreurs}) \times (\text{nombre de combinaisons possibles} \\ &\quad \text{de } n \text{ erreurs parmi } n \text{ bits})]\} \end{aligned} \quad (4-14)$$

Or la probabilité d'obtenir i erreurs dans un mot-code est égale à $p^i (n-1)^{n-i}$;

$$P_{me} = \left\{ \left[\binom{n}{t+1} p^{(t+1)} (1-p)^{n-t-1} \right] + \left[\binom{n}{t+2} p^{(t+2)} (1-p)^{n-t-2} \right] + \dots \right. \\ \left. \dots + \left[\binom{n}{n} p^n (1-p)^0 \right] \right\} \quad (4-15a)$$

$$P_{me} = \sum_{i=t+1}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad , \quad \text{où} \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (4-15b)$$

ou encore:

$$P_{me} = \sum_{i=t+1}^n P(n,i) \quad \text{où} \quad P(n,i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (4-15c)$$

Maintenant, si l'on pose que la probabilité d'erreur inhérente au canal de transmission est faible et que la longueur des mots-code est relativement courte, on peut écrire que:

$$np \ll 1 \quad (4-16)$$

$$P_{me} = P(n,i) + P(n,i+1) + \dots + P(n,n)$$

$$\text{Or} \quad P(n,i+1) = \binom{n}{i+1} p^{i+1} (1-p)^{n-i-1} \quad (4-17a)$$

$$P(n,i+1) = \frac{n!}{(i+1)!(n-i-1)!} p^{i+1} (1-p)^{n-i-1} \quad (4-17b)$$

$$P(n,i+1) = \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i-1} \frac{(n-i)}{(i+1)} \frac{1}{1-p} \quad (4-17c)$$

$$P(n,i+1) = P(n,i) \left[\frac{(n-i)}{(i+1)} \frac{p}{1-p} \right] \quad (4-17d)$$

$$\text{Pour} \quad np \ll 1 \rightarrow \frac{p}{1-p} \approx p \quad (4-18)$$

$$\text{donc} \quad \left[\frac{(n-i)}{(i+1)} p \right] < np \ll 1$$

$$\rightarrow P(n,i+1) \ll P(n,i) \quad (4-19)$$

Le deuxième terme de la sommation est alors négligeable devant le premier. Il en est de même pour les termes subséquents. Sous ces conditions la probabilité d'erreur d'un mot-code peut être approximée par l'équation ci-dessous:

$$\widehat{P}_{me} = \binom{n}{t+1} p^{t+1} (1-p)^{n-t-1} \quad (4-20)$$

Pour un canal présentant une faible probabilité d'erreur, la plupart des erreurs de décodage seront causées par une séquence de $(t+1)$ bits en erreur dans un mot-code. L'imprécision engendrée par cette approximation est donnée par:

$$\epsilon_{me} = P_{me} - \widehat{P}_{me} \quad (4-21a)$$

$$\epsilon_{me} = \left[\sum_{i=t+1}^n P(n,i) \right] - P(n,t+1) \quad (4-21b)$$

$$\epsilon_{me} = \sum_{i=t+2}^n P(n,i) \quad (4-21c)$$

$$\epsilon_{me} = \sum_{i=t+2}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (4-21d)$$

Le but du codage étant en premier lieu la reconstitution la plus exacte possible des messages (i.e. des bits d'information) transmis, on doit s'intéresser, en plus du calcul de la probabilité de décodage erroné d'un mot-code, aux statistiques concernant les bits d'information. La probabilité d'erreur d'un bit de message est fonction de la capacité de correction du code utilisé. Le nombre de bits d'information en erreur par seconde est égal au produit du taux de transmission des bits d'information par leur probabilité d'erreur. Cette quantité d'erreurs est aussi donnée par le produit du taux de transmission des mots-code, du taux du code, du nombre d'erreurs dans le mot, de la probabilité d'obtenir ce nombre d'erreurs et du nombre de combinaisons possibles de ces erreurs parmi les n bits du mot. Analytiquement, on a:

$$\begin{aligned} r_b P_{be} = r_m \binom{k}{n} & \left\{ \left[(t+1) \text{Prob. (obtenir } (t+1) \text{ erreurs)} \binom{n}{t+1} \right] + \right. \\ & + \left[(t+2) \text{Prob. (obtenir } (t+2) \text{ erreurs)} \binom{n}{t+2} \right] + \dots \\ & \left. \dots + \left[n \text{ Prob. (obtenir } n \text{ erreurs)} \binom{n}{n} \right] \right\} \quad (4-22a) \end{aligned}$$

$$r_b P_{be} = r_m \binom{k}{n} \left[\sum_{i=t+1}^n i p^i (1-p)^{n-i} \binom{n}{i} \right] \quad (4-22b)$$

$$r_b P_{be} = r_m \binom{k}{n} \sum_{i=t+1}^n \left[\frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} \right] \quad (4-22c)$$

Or $r_b = k r_m$

$$P_{be} = \frac{1}{n} \sum_{i=t+1}^n \left[\frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} \right] \quad (4-23a)$$

ou encore:

$$P_{be} = \frac{1}{n} \sum_{i=t+1}^n Q(n,i) \quad \text{où} \quad Q(n,i) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} \quad (4-23b)$$

En général $np \ll 1$, ce qui conduit à l'estimation suivante:

$$P_{be} = \frac{1}{n} [Q(n,t+1) + Q(n,t+2) + \dots + Q(n,n)] \quad (4-24)$$

$$Q(n,i+1) = \frac{n!}{i!(n-i-1)!} p^{i+1} (1-p)^{n-i-1} \quad (4-25a)$$

$$Q(n,i+1) = \binom{n-i}{i} \left(\frac{p}{1-p} \right) \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} \quad (4-25b)$$

$$Q(n,i+1) = \binom{n-i}{i} \left(\frac{p}{1-p} \right) Q(n,i) \quad (4-25c)$$

or $1-p \approx 1$ et $\frac{n-i}{i} p < np$

donc: $Q(n,i+1) \ll Q(n,i)$ (4-26)

Ce raisonnement s'applique pour tous les autres termes de la probabilité. La probabilité d'erreur d'un bit d'information, pour un canal de transmission avec faible probabilité d'erreur, peut être estimée par \widehat{P}_{be} :

$$\widehat{P}_{be} = \frac{1}{n} Q(n,t+1) \quad (4-27a)$$

$$\widehat{P}_{be} = \frac{1}{n} \left[\frac{n!}{t!(n-t-1)!} p^{t+1} (1-p)^{n-t-1} \right] \quad (4-27b)$$

$$\widehat{P}_{be} = \frac{t+1}{n} \left[\frac{n!}{(t+1)!(n-t-1)!} p^{t+1} (1-p)^{n-t-1} \right] \quad (4-27c)$$

$$\widehat{P}_{be} = \frac{t+1}{n} \widehat{P}_{me} \quad (4-27d)$$

L'erreur due à l'approximation est alors donnée par:

$$\epsilon_{be} = P_{be} - \widehat{P}_{be} \quad (4-28a)$$

$$\epsilon_{be} = \frac{1}{n} \left\{ \left[\sum_{i=t+1}^n Q(n,i) \right] - Q(n,t+1) \right\} \quad (4-28b)$$

$$\epsilon_{be} = \frac{1}{n} \sum_{i=t+2}^n Q(n,i) \quad (4-28c)$$

$$\epsilon_{be} = \frac{1}{n} \sum_{i=t+2}^n \left[\frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} \right] \quad (4-28d)$$

Le calcul des probabilités d'erreur des mots-code et des bits d'information de même que leur valeur approximative et leur erreur d'approximation, a été effectué pour les codes employés pour la simulation des techniques de codage sur ordinateur. Le tableau 4-2 indique chacune de ces expressions pour les codes utilisés.

4.4 CODES DE CORRECTION DE SALVES D'ERREURS

Le canal de propagation radio-mobile possède des caractéristiques particulières. L'amplitude du signal transmis subit des fluctuations rapides selon une distribution de Rayleigh ou, du moins, de Rice. A cela s'ajoute la variation lente de type log-normale du niveau moyen de ce signal. La probabilité d'erreur d'un bit, pour un canal radio-mobile numérique à faible taux de transmission, est essentiellement fonction de l'amplitude du signal (ou encore du rapport signal/bruit). La durée et la profondeur des affaiblissements détermineront les intervalles de temps pendant lesquels les erreurs seront le plus susceptibles de se produire. Les erreurs auront tendance à se regrouper lors d'affaiblissements du signal, créant ainsi des salves d'erreurs. Alors il n'est plus question de canal de transmission numérique sans mémoire mais plutôt d'un canal dont l'état présent est en partie déterminé par son passé.

Les codes BCH, aussi puissants soient-ils, n'en demeurent pas moins des codes de correction d'erreurs isolées. On doit pouvoir également corriger les salves d'erreur. Une des techniques les plus simples consiste à redistribuer les erreurs rencontrées dans les salves, plus loin dans les régions à faible densité d'erreur. Grâce à cette distribution plus uniforme, on pourra corriger plus facilement ces erreurs avec des codes de correction d'erreur tels les codes BCH. L'entrelacement des bits constitue une technique efficace et simple d'uniformisation de la densité d'erreur. Elle consiste à mettre en mémoire un nombre D_e ($D_e =$ degré d'entrelacement) de mots-code de n bits puis de transmettre en séquence le premier bit de chacun des mots-code, puis leur deuxième bit et ainsi de suite jusqu'au dernier bit du dernier mot-code. Lorsque la séquence totale de T_e bits ($T_e = n \times D_e$, période d'entrelacement) est transmise on reprend la procédure pour D_e autres mots-code. A la réception,

on exécutera la procédure inverse; on emmagasine en mémoire les T_e bits reçus puis on les restitue dans l'ordre. Les mots-code ainsi reconstruits pourront ensuite être décodés selon la méthode exposée à la section précédente.

L'entrelacement de bits présente un intérêt évident pour la transmission radio-mobile numérique. La fréquence de la porteuse de même que la vitesse détermineront la fréquence Doppler du système de communication, le nombre d'affaiblissements du signal ainsi que leur importance pour un intervalle de temps donné. La durée des salves d'erreurs sera donc conditionnée par ces deux paramètres de la transmission radio-mobile que sont la fréquence d'opération et la vitesse du véhicule. Le choix du degré d'entrelacement devra se faire en tenant compte de ces considérations. Il faut noter toutefois que si la fréquence de transmission est supposée fixe, on ne peut en dire autant de la vitesse de l'unité mobile. On évaluera néanmoins la fréquence Doppler en supposant une vitesse moyenne du véhicule.

4.5 REALISATION DU CODAGE

La programmation de la simulation du canal radio-mobile numérique comprend trois phases essentielles à savoir le codage, l'effet du canal de transmission et le décodage.

Le choix des codes s'est limité à ceux de longueur n inférieure ou égale à 15 bits [soit les codes (3,1,1), (7,4,1), (7,1,3), (15,11,1), (15, 7, 2), (15,5,3) et (15,1,7)]. Une fois le code (n,k,t) et son polynôme générateur $g(X)$ fixés, on génère les messages $m(X)$. Ces messages sont choisis avec une probabilité égale (selon une distribution uniforme) parmi les 2^k messages possibles. Ensuite on code les polynômes messages en les multipliant par le polynôme générateur. Les mots-code sont entrelacés avec des degrés de 1 (i.e. sans entrelacement), 4, 16 et 80. Le taux de transmission des bits est de 1200 bits par seconde et la durée de la transmission de 10 secondes. Les mots-code sont transmis à raison de r_m mots-code par seconde [$r_m \leq (1200 \text{ bits/s}) / (n \text{ bits/mot})$].

La génération des erreurs dans le canal de transmission fait l'objet d'une description détaillée au chapitre 3. Pour les besoins de la simulation, on a considéré deux fréquences d'opération du transmetteur: soit 150 MHz et 800 MHz. Le véhicule peut se déplacer à 30 km/h et à 90 km/h. Trois valeurs différentes du rapport signal en ligne-de-vue/composante multivoie (-60 dB,

- 20 dB, 0 dB) ont été retenues afin de décrire des milieux urbains plus ou moins denses. Enfin l'analyse du système s'est faite pour des rapports signal/bruit allant de - 10 dB à 30 dB.

A la réception, le décodage suit la procédure décrite aux sections 4.2 et 4.4 du présent chapitre, c'est-à-dire désentrelacement, calcul du syndrôme S , du polynôme localisateur $\sigma(X)$ et du polynôme d'erreur $e(X)$, correction du mot-code et évaluation du message transmis $\widehat{m(X)}$. Les messages original $m(X)$ et reçu $\widehat{m(X)}$ sont alors comparés et la probabilité d'erreur d'un mot-code \widehat{P}_{me} est estimée comme étant le nombre de fois que ces messages $m(X)$ et $\widehat{m(X)}$ sont distincts sur le nombre total de mots-code (ou de messages) émis. Considérant que la plupart des erreurs de décodage se produisent lorsque l'on retrouve $(t+1)$ erreurs dans un mot-code, la probabilité d'un bit d'information \widehat{P}_{be} a fait l'objet de l'approximation suivante (décrite dans la section 4.3):

$$\widehat{P}_{be} = \left(\frac{t+1}{n}\right) \widehat{P}_{me} \quad (4-29)$$

Cette dernière probabilité \widehat{P}_{be} permet une comparaison de la performance de chacun des codes pour transmettre un bit d'information et ce, pour les différents paramètres du canal radio-mobile.

On trouvera aux pages suivantes l'organigramme du programme réalisant le codage.

4.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a pu constater l'utilité de coder l'information afin d'obtenir une transmission plus fidèle de celle-ci. L'ajout de $(n-k)$ bits de redondance aux k bits d'information a conduit à un code de correction pouvant corriger jusqu'à t erreurs par mot-code. La probabilité d'erreur d'un mot-code et la probabilité d'erreur d'un bit d'information en fonction de la probabilité d'erreur d'un bit transmis dans le canal ont été calculées. Ces probabilités ont été aussi évaluées approximativement et les erreurs d'approximation quantifiées. Au code de correction d'erreurs multiples BCH a été adjoint un réarrangement systématique de l'ordre de transmission des bits afin de décorréler les erreurs. On peut ainsi corriger non seulement les erreurs isolées mais encore les erreurs en paquets ou salves. Enfin, on a suggéré une procédure pour réaliser la simulation de l'effet du codage sur la qualité de la transmission.

Au chapitre 5 seront exposés une description plus détaillée du programme de simulation des codes ainsi que les résultats obtenus.

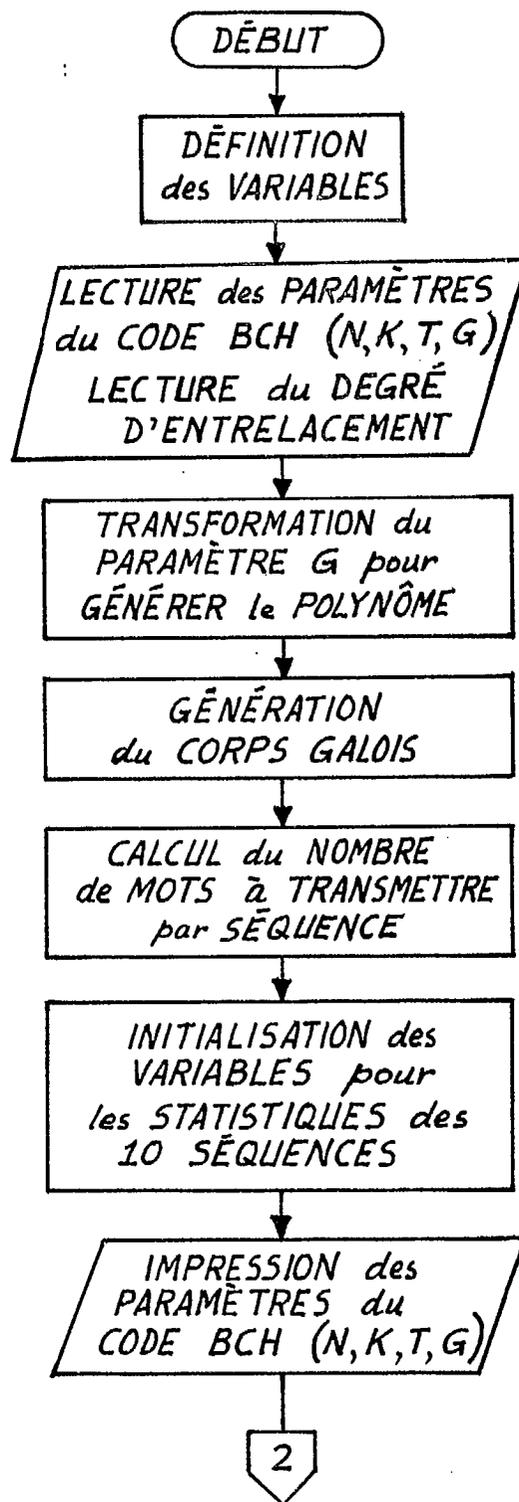
PROGRAMME PRINCIPAL :

Figure 4-1: Organigramme du programme de simulation des codes BCH.

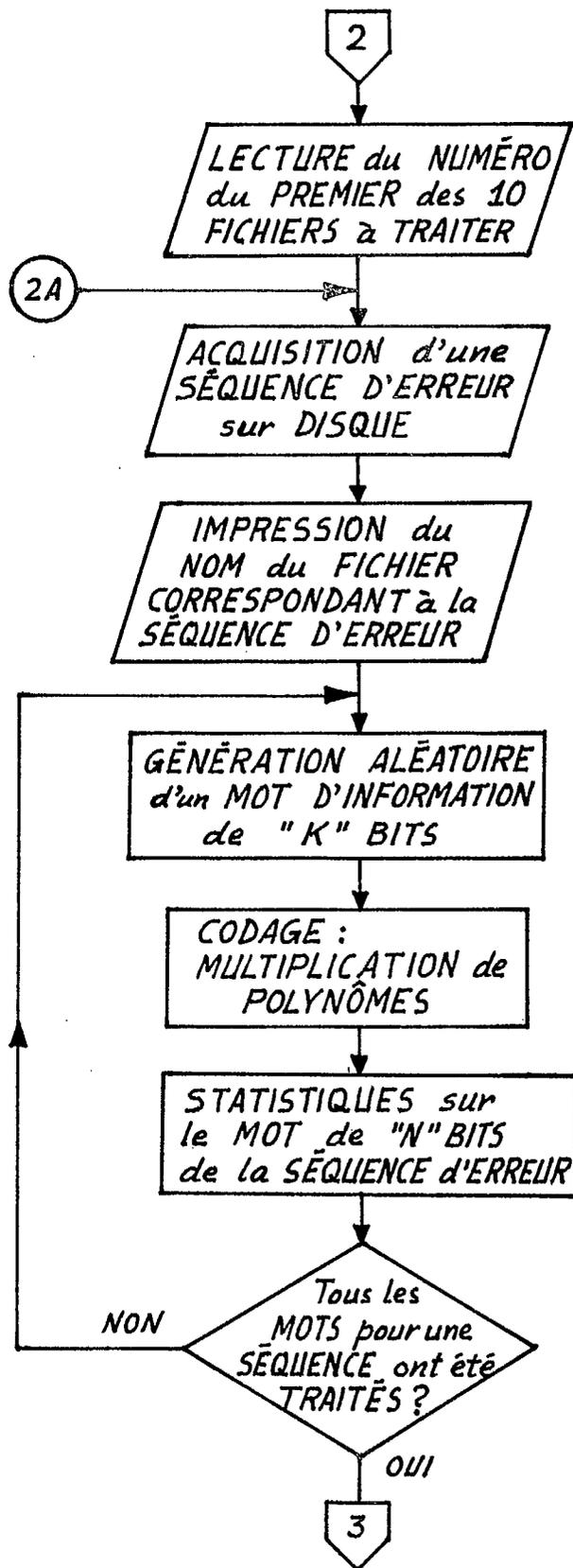


Figure 4-1 (suite)

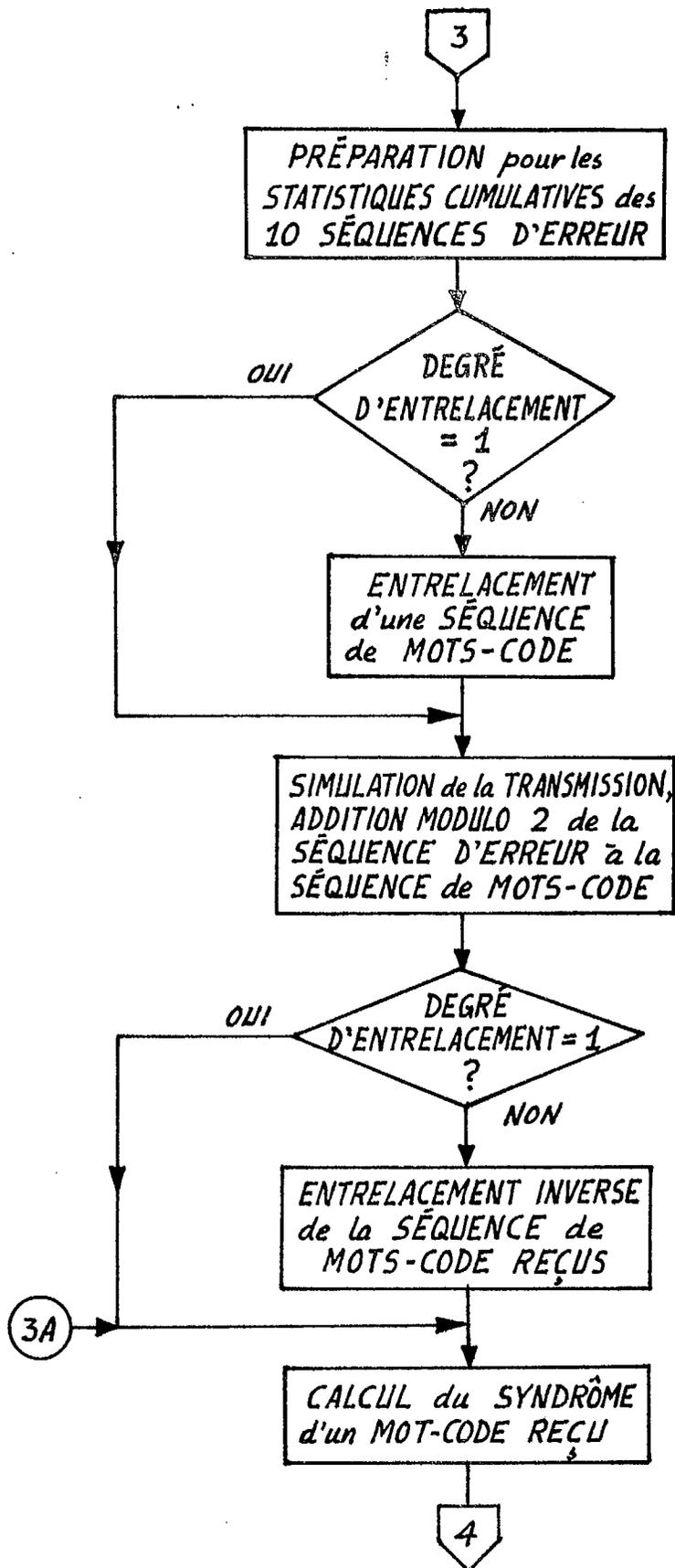


Figure 4-1 (suite)

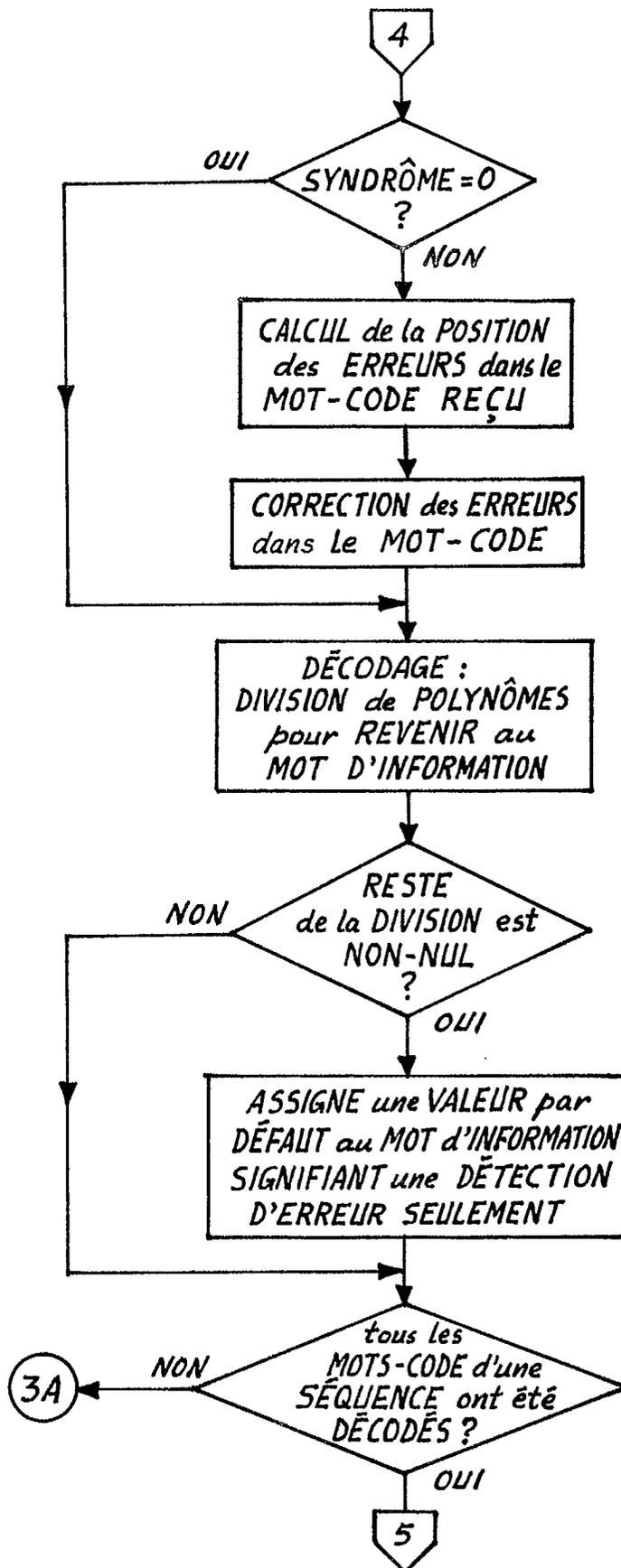


Figure 4-1 (suite)

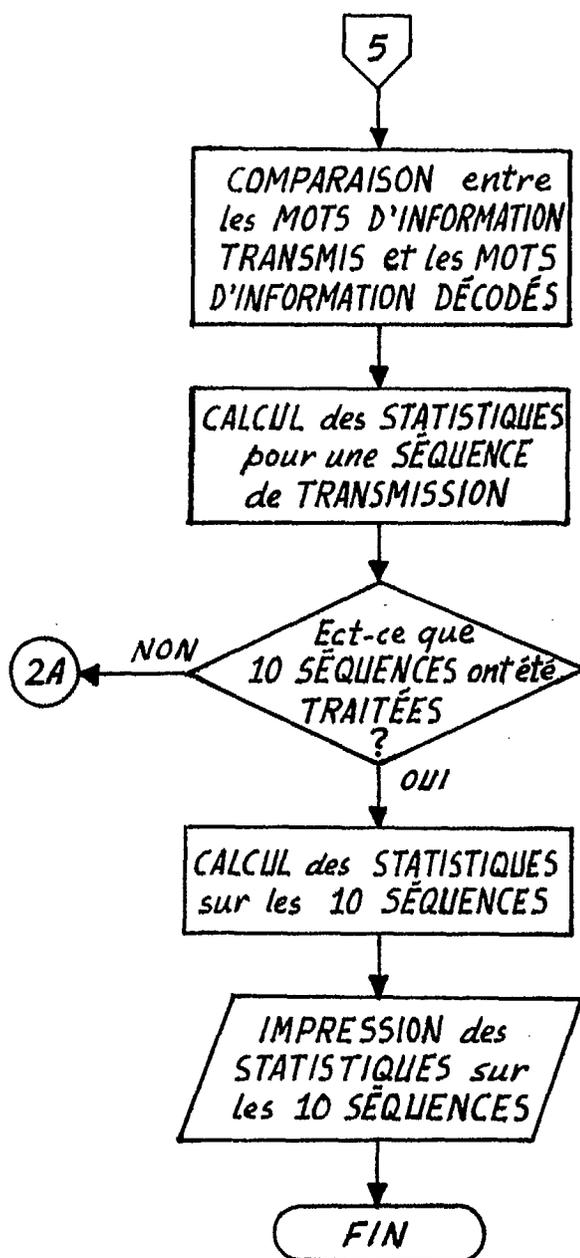


Figure 4-1 (fin)

Tableau 4-1

Paramètres et polynômes générateurs des codes BCH

<u>Code</u>			<u>Polynôme générateur (octal)</u>
n	k	t	g
3	1	1	7
7	4	1	13
7	1	3	177
15	11	1	23
15	7	2	721
15	5	3	2 467
15	1	7	77 777
31	26	1	45
31	21	2	3 551
31	16	3	107 657
31	11	5	5 423 325
31	6	7	313 365 047
31	1	15	17 777 777 777

Corps Galois utilisés

$$m = 3 \quad n = 7$$

$$\text{polynôme primitif: } p(X) = 1 + X + X^3$$

$$p(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha^3 = \alpha + 1$$

Corps Galois (2^3)

$$0$$

$$1$$

$$\alpha$$

$$\alpha^2$$

$$\alpha^3 = \alpha + 1$$

$$\alpha^4 = \alpha^2 + \alpha$$

$$\alpha^5 = \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\alpha^6 = \alpha^2 + 1$$

$$\alpha^7 = 1$$

Tableau 4-1 (suite)

$$m = 4 \quad n = 15$$

$$\text{polynôme primitif: } p(X) = 1 + X + X^4 \Rightarrow \alpha^4 = \alpha + 1$$

Corps Galois (2^4)

$$0$$

$$1$$

$$\alpha$$

$$\alpha^2$$

$$\alpha^3$$

$$\alpha^4 = \alpha + 1$$

$$\alpha^5 = \alpha^2 + \alpha$$

$$\alpha^6 = \alpha^3 + \alpha^2$$

$$\alpha^7 = \alpha^3 + \alpha + 1$$

$$\alpha^8 = \alpha^2 + 1$$

$$\alpha^9 = \alpha^3 + \alpha$$

$$\alpha^{10} = \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\alpha^{11} = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$$

$$\alpha^{12} = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\alpha^{13} = \alpha^3 + \alpha^2 + 1$$

$$\alpha^{14} = \alpha^3 + 1$$

$$\alpha^{15} = 1$$

Tableau 4-1 (suite)

$$m = 5 \quad n = 31$$

$$\text{polynôme primitif: } p(X) = 1 + X^2 + X^5 \Rightarrow \alpha^5 = \alpha^2 + 1$$

Corps Galois (2^5)

$$0$$

$$1$$

$$\alpha$$

$$\alpha^2$$

$$\alpha^3$$

$$\alpha^4$$

$$\alpha^5 = \alpha^2 + 1$$

$$\alpha^6 = \alpha^3 + \alpha$$

$$\alpha^7 = \alpha^4 + \alpha^2$$

$$\alpha^8 = \alpha^3 + \alpha^2 + 1$$

$$\alpha^9 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha$$

$$\alpha^{10} = \alpha^4 + 1$$

$$\alpha^{11} = \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\alpha^{12} = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$$

$$\alpha^{13} = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2$$

$$\alpha^{14} = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + 1$$

$$\alpha^{15} = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\alpha^{16} = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha + 1$$

$$\alpha^{17} = \alpha^4 + \alpha + 1$$

$$\alpha^{18} = \alpha + 1$$

$$\alpha^{19} = \alpha^2 + \alpha$$

$$\alpha^{20} = \alpha^3 + \alpha^2$$

$$\alpha^{21} = \alpha^4 + \alpha^3$$

$$\alpha^{22} = \alpha^4 + \alpha^2 + 1$$

$$\alpha^{23} = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\alpha^{24} = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$$

$$\alpha^{25} = \alpha^4 + \alpha^3 + 1$$

$$\alpha^{26} = \alpha^4 + \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\alpha^{27} = \alpha^3 + \alpha + 1$$

$$\alpha^{28} = \alpha^4 + \alpha^2 + \alpha$$

$$\alpha^{29} = \alpha^3 + 1$$

$$\alpha^{30} = \alpha^4 + \alpha$$

$$\alpha^{31} = 1$$

Tableau 4-1 (suite)

Polynômes minimaux et générateur

$$m = 3 \quad n = 7 \quad \text{CG } (2^3)$$

$$m_1(X) \dots$$

$$\beta = \alpha$$

$$\beta = \alpha, \beta^2 = \alpha^2, \beta^{2^2} = \alpha^4, \beta^{2^3} = \alpha^8 = \alpha$$

$$\alpha, \alpha^2, \alpha^4$$

$$m_1(X) = (X + \alpha)(X + \alpha^2)(X + \alpha^4)$$

$$m_1(X) = 1 + X + X^3$$

$$m_3(X) \dots$$

$$\beta = \alpha^3, \beta^2 = \alpha^6, \beta^4 = \alpha^{12} = \alpha^5, \beta^8 = \alpha^{24} = \alpha^3$$

$$\alpha^3, \alpha^5, \alpha^6$$

$$m_3(X) = (X + \alpha^3)(X + \alpha^5)(X + \alpha^6)$$

$$m_3(X) = 1 + X^2 + X^3$$

$$m_5(X) = \dots$$

$$\beta = \alpha^5, \beta^2 = \alpha^{10} = \alpha^3, \beta^4 = \alpha^{20} = \alpha^6, \beta^8 = \alpha^{40} = \alpha^5$$

$$\alpha^3, \alpha^5, \alpha^6$$

$$m_5(X) = (X + \alpha^3)(X + \alpha^5)(X + \alpha^6)$$

$$m_5(X) = 1 + X^2 + X^3$$

$$t = 1 \quad g(X) = m_1(X)$$

$$g(X) = 1 + X + X^3$$

$$t = 3 \quad g(X) = \text{PPCM}(m_1(X), m_3(X), m_5(X))$$

$$g(X) = m_1(X)m_5(X)$$

$$g(X) = 1 + X + X^2 + X^3 + X^4 + X^5 + X^6$$

Tableau 4-1 (suite)

Polynômes minimaux et générateur

$$m = 4 \quad n = 15 \quad \text{CG } (2^4)$$

$$\beta = \alpha, \beta^2 = \alpha^2, \beta^4 = \alpha^4, \beta^8 = \alpha^8, \beta^{16} = \alpha^{16} = \alpha$$

$$m_1(X) = (X + \alpha)(X + \alpha^2)(X + \alpha^4)(X + \alpha^8)$$

$$m_1(X) = 1 + X + X^4$$

$$\beta = \alpha^3, \beta^2 = \alpha^6, \beta^4 = \alpha^{12}, \beta^8 = \alpha^{24} = \alpha^9, \beta^{16} = \alpha^{48} = \alpha^3$$

$$m_3(X) = (X + \alpha^3)(X + \alpha^6)(X + \alpha^9)(X + \alpha^{12})$$

$$m_3(X) = 1 + X + X^2 + X^3 + X^4$$

$$\beta = \alpha^5, \beta^2 = \alpha^{10}, \beta^4 = \alpha^{20} = \alpha^5$$

$$m_5(X) = (X + \alpha^5)(X + \alpha^{10})$$

$$m_5(X) = 1 + X + X^2$$

$$\beta = \alpha^7, \beta^2 = \alpha^{14}, \beta^4 = \alpha^{28} = \alpha^{13}, \beta^8 = \alpha^{56} = \alpha^{11}, \beta^{16} = \alpha^{112} = \alpha^7$$

$$m_7(X) = (X + \alpha^7)(X + \alpha^{11})(X + \alpha^{13})(X + \alpha^{14})$$

$$m_7(X) = 1 + X^3 + X^4$$

$$\beta = \alpha^9, \beta^2 = \alpha^{18} = \alpha^3, \beta^4 = \alpha^{36} = \alpha^6, \beta^8 = \alpha^{72} = \alpha^{12}, \beta^{16} = \alpha^{144} = \alpha^9$$

$$m_9(X) = (X + \alpha^3)(X + \alpha^6)(X + \alpha^9)(X + \alpha^{12})$$

$$m_9(X) = m_3(X)$$

$$\beta = \alpha^{11}, \beta^2 = \alpha^{22} = \alpha^7, \beta^4 = \alpha^{44} = \alpha^{14}, \beta^8 = \alpha^{88} = \alpha^{13}, \beta^{16} = \alpha^{176} = \alpha^{11}$$

$$m_{11}(X) = (X + \alpha^7)(X + \alpha^{11})(X + \alpha^{13})(X + \alpha^{14})$$

$$m_{11}(X) = m_7(X)$$

$$\beta = \alpha^{13}, \beta^2 = \alpha^{26} = \alpha^{11}, \beta^4 = \alpha^{52} = \alpha^7, \beta^8 = \alpha^{104} = \alpha^{14}, \beta^{16} = \alpha^{208} = \alpha^{13}$$

$$m_{13}(X) = (X + \alpha^7)(X + \alpha^{11})(X + \alpha^{13})(X + \alpha^{14})$$

$$m_{13}(X) = m_{11}(X) = m_7(X)$$

$$t = 1 \quad g(X) = m_1(X)$$

$$g(X) = 1 + X + X^4$$

$$t = 2 \quad g(X) = m_1(X)m_3(X)$$

$$g(X) = 1 + X^4 + X^6 + X^7 + X^8$$

$$t = 3 \quad g(X) = m_1(X)m_3(X)m_5(X)$$

$$g(X) = 1 + X + X^2 + X^4 + X^5 + X^8 + X^{10}$$

$$t = 7 \quad g(X) = m_1(X)m_3(X)m_5(X)m_7(X)$$

$$\text{car } m_{13}(X) = m_{11}(X) = m_7(X) \text{ et } m_9(X) = m_3(X)$$

$$g(X) = 1 + X + X^2 + X^3 + X^4 + X^5 + X^6 + X^7 + X^8 + X^9 + X^{10} + X^{11} + X^{12} + X^{13} + X^{14}$$

Tableau 4-1 (suite)

Polynômes minimaux et générateur

$$m = 5 \quad n = 31 \quad \text{CG} (2^5)$$

$$\beta = \alpha, \quad \beta^2 = \alpha^2, \quad \beta^4 = \alpha^4, \quad \beta^8 = \alpha^8, \quad \beta^{16} = \alpha^{16}, \quad \beta^{32} = \alpha^{32} = \alpha$$

$$m_1(X) = (X + \alpha)(X + \alpha^2)(X + \alpha^4)(X + \alpha^8)(X + \alpha^{16})$$

$$m_1(X) = 1 + X^2 + X^5$$

$$\beta = \alpha^3, \quad \beta^2 = \alpha^6, \quad \beta^4 = \alpha^{12}, \quad \beta^8 = \alpha^{24}, \quad \beta^{16} = \alpha^{48} = \alpha^{17}, \quad \beta^{32} = \alpha^{96} = \alpha^3$$

$$m_3(X) = (X + \alpha^3)(X + \alpha^6)(X + \alpha^{12})(X + \alpha^{17})(X + \alpha^{24})$$

$$m_3(X) = 1 + X^2 + X^3 + X^4 + X^5$$

$$\beta = \alpha^5, \quad \beta^2 = \alpha^{10}, \quad \beta^4 = \alpha^{20}, \quad \beta^8 = \alpha^{40} = \alpha^9, \quad \beta^{16} = \alpha^{80} = \alpha^{18}, \quad \beta^{32} = \alpha^{160} = \alpha^5$$

$$m_5(X) = (X + \alpha^5)(X + \alpha^9)(X + \alpha^{10})(X + \alpha^{18})(X + \alpha^{20})$$

$$m_5(X) = 1 + X + X^2 + X^4 + X^5$$

$$\beta = \alpha^7, \quad \beta^2 = \alpha^{14}, \quad \beta^4 = \alpha^{28}, \quad \beta^8 = \alpha^{56} = \alpha^{25}, \quad \beta^{16} = \alpha^{112} = \alpha^{19}, \quad \beta^{32} = \alpha^{224} = \alpha^7$$

$$m_7(X) = (X + \alpha^7)(X + \alpha^{14})(X + \alpha^{19})(X + \alpha^{25})(X + \alpha^{28})$$

$$m_7(X) = 1 + X + X^2 + X^3 + X^5$$

$$\beta = \alpha^9, \quad \beta^2 = \alpha^{18}, \quad \beta^4 = \alpha^{36} = \alpha^5, \quad \beta^8 = \alpha^{72} = \alpha^{10}, \quad \beta^{16} = \alpha^{144} = \alpha^{20}, \quad \beta^{32} = \alpha^{288} = \alpha^9$$

$$m_9(X) = (X + \alpha^5)(X + \alpha^9)(X + \alpha^{10})(X + \alpha^{18})(X + \alpha^{20})$$

$$m_9(X) = m_5(X)$$

$$\beta = \alpha^{11}, \quad \beta^2 = \alpha^{22}, \quad \beta^4 = \alpha^{44} = \alpha^{13}, \quad \beta^8 = \alpha^{88} = \alpha^{26}, \quad \beta^{16} = \alpha^{176} = \alpha^{21}, \quad \beta^{32} = \alpha^{352} = \alpha^{11}$$

$$m_{11}(X) = (X + \alpha^{11})(X + \alpha^{13})(X + \alpha^{21})(X + \alpha^{22})(X + \alpha^{26})$$

$$m_{11}(X) = 1 + X + X^3 + X^4 + X^5$$

$$\beta = \alpha^{13}, \quad \beta^2 = \alpha^{26}, \quad \beta^4 = \alpha^{52} = \alpha^{21}, \quad \beta^8 = \alpha^{104} = \alpha^{11}, \quad \beta^{16} = \alpha^{208} = \alpha^{22}, \quad \beta^{32} = \alpha^{416} = \alpha^{13}$$

$$m_{13}(X) = (X + \alpha^{11})(X + \alpha^{13})(X + \alpha^{21})(X + \alpha^{22})(X + \alpha^{26})$$

$$m_{13}(X) = m_{11}(X)$$

$$\beta = \alpha^{15}, \quad \beta^2 = \alpha^{30}, \quad \beta^4 = \alpha^{60} = \alpha^{29}, \quad \beta^8 = \alpha^{120} = \alpha^{27}, \quad \beta^{16} = \alpha^{240} = \alpha^{23}, \quad \beta^{32} = \alpha^{480} = \alpha^{15}$$

$$m_{15}(X) = (X + \alpha^{15})(X + \alpha^{23})(X + \alpha^{27})(X + \alpha^{29})(X + \alpha^{30})$$

$$m_{15}(X) = 1 + X^3 + X^5$$

$$t = 1 \quad g(X) = m_1(X)$$

$$g(X) = 1 + X^2 + X^5$$

$$t = 2 \quad g(X) = m_1(X)m_3(X)$$

$$g(X) = 1 + X^3 + X^5 + X^6 + X^8 + X^9 + X^{10}$$

$$t = 3 \quad g(X) = m_1(X)m_3(X)m_5(X)$$

$$g(X) = 1 + X + X^2 + X^3 + X^5 + X^7 + X^8 + X^9 + X^{10} + X^{11} + X^{15}$$

Tableau 4-1 (fin)

$$t = 5 \quad g(X) = m_1(X)m_3(X)m_5(X)m_7(X)$$

$$\text{car } m_9(X) = m_5(X)$$

$$g(X) = 1 + X^2 + X^4 + X^6 + X^7 + X^9 + X^{10} + X^{13} + X^{17} + X^{18} + X^{20}$$

$$t = 7 \quad g(X) = m_1(X)m_3(X)m_5(X)m_7(X)m_{11}(X)$$

$$\text{car } m_{13}(X) = m_{11}(X)$$

$$g(X) = 1 + X + X^2 + X^5 + X^9 + X^{11} + X^{13} + X^{14} + X^{15} + X^{16} + X^{18} + X^{19} + X^{21} + \\ + X^{24} + X^{25}$$

$$t = 15 \quad g(X) = m_1(X)m_3(X)m_5(X)m_7(X)m_{11}(X)m_{15}(X)$$

$$\text{car } m_{17}(X) = m_3(X)$$

$$m_{19}(X) = m_7(X)$$

$$m_{21}(X) = m_{11}(X)$$

$$m_{23}(X) = m_{15}(X)$$

$$m_{25}(X) = m_7(X)$$

$$m_{27}(X) = m_{15}(X)$$

$$m_{29}(X) = m_{15}(X)$$

$$g(X) = 1 + X + X^2 + X^3 + X^4 + X^5 + X^6 + X^7 + X^8 + X^9 + X^{10} + X^{11} + X^{12} + X^{13} + \\ + X^{14} + X^{15} + X^{16} + X^{17} + X^{18} + X^{19} + X^{20} + X^{21} + X^{22} + X^{23} + X^{24} + \\ + X^{25} + X^{26} + X^{27} + X^{28} + X^{29} + X^{30}$$

Tableau 4-2

Performance des codes BCH

a) Code (3, 1, 1)

$$P_{me} = 3p^2 - 2p^3$$

$$\widehat{P}_{me} = 3p^2 - 3p^3$$

$$\epsilon_{me} = p^3$$

$$P_{be} = 2p^2 - p^3$$

$$\widehat{P}_{be} = 2p^2 - 2p^3$$

$$\epsilon_{be} = p^3$$

b) Code (7, 4, 1)

$$P_{me} = 21p^2 - 70p^3 + 105p^4 - 84p^5 + 35p^6 - 6p^7$$

$$\widehat{P}_{me} = 21p^2 - 105p^3 + 210p^4 - 210p^5 + 105p^6 - 21p^7$$

$$\epsilon_{me} = 35p^3 - 105p^4 + 126p^5 - 70p^6 + 15p^7$$

$$P_{be} = 6p^2 - 15p^3 + 20p^4 - 15p^5 + 6p^6 - p^7$$

$$\widehat{P}_{be} = 6p^2 - 30p^3 + 60p^4 - 60p^5 + 30p^6 - 6p^7$$

$$\epsilon_{be} = 15p^3 - 40p^4 + 45p^5 - 24p^6 + 5p^7$$

c) Code (7, 1, 3)

$$P_{me} = 35p^4 - 84p^5 + 70p^6 - 20p^7$$

$$\widehat{P}_{me} = 35p^4 - 105p^5 + 105p^6 - 35p^7$$

$$\epsilon_{me} = 21p^5 - 35p^6 + 15p^7$$

$$P_{be} = 20p^4 - 45p^5 + 36p^6 - 10p^7$$

$$\widehat{P}_{be} = 20p^4 - 60p^5 + 60p^6 - 20p^7$$

$$\epsilon_{be} = 15p^5 - 24p^6 + 10p^7$$

d) Code (15, 11, 1)

$$\begin{aligned}
P_{me} &= 105p^2 - 910p^3 + 4095p^4 - 12012p^5 + 25025p^6 - 38610p^7 + 45045p^8 - \\
&\quad - 40040p^9 + 27027p^{10} - 13650p^{11} + 5005p^{12} - 1260p^{13} + 195p^{14} - 14p^{15} \\
\widehat{P}_{me} &= 105p^2 - 1365p^3 + 8190p^4 - 30030p^5 + 75075p^6 - 135135p^7 + 180180p^8 - \\
&\quad - 180180p^9 + 135135p^{10} - 75075p^{11} + 30030p^{12} - 8190p^{13} + 1365p^{14} - 105p^{15} \\
\varepsilon_{me} &= 455p^3 - 4095p^4 + 18018p^5 - 50050p^6 + 96525p^7 - 135135p^8 + 140140p^9 - \\
&\quad - 108108p^{10} + 61425p^{11} - 25025p^{12} + 6930p^{13} - 1170p^{14} + 91p^{15} \\
P_{be} &= 14p^2 - 91p^3 + 364p^4 - 1001p^5 + 2002p^6 - 3003p^7 + 3432p^8 - 3003p^9 + \\
&\quad + 2002p^{10} - 1001p^{11} + 364p^{12} - 91p^{13} + 14p^{14} - p^{15} \\
\widehat{P}_{be} &= 14p^2 - 182p^3 + 1092p^4 - 4004p^5 + 10010p^6 - 18018p^7 + 24024p^8 - 24024p^9 + \\
&\quad + 18018p^{10} - 10010p^{11} + 4004p^{12} - 1092p^{13} + 182p^{14} - 14p^{15} \\
\varepsilon_{be} &= 91p^3 - 728p^4 + 3003p^5 - 8008p^6 + 12012p^7 - 20592p^8 + 21021p^9 - \\
&\quad - 16016p^{10} + 9009p^{11} - 3640p^{12} + 1001p^{13} - 168p^{14} + 13p^{15}
\end{aligned}$$

e) Code (15, 7, 2)

$$\begin{aligned}
P_{me} &= 455p^3 - 4095p^4 + 18018p^5 - 50050p^6 + 96525p^7 - 135135p^8 + 140140p^9 - \\
&\quad - 108108p^{10} + 61425p^{11} - 25025p^{12} + 6930p^{13} - 1170p^{14} + 91p^{15} \\
\widehat{P}_{me} &= 455p^3 - 5460p^4 + 30030p^5 - 100100p^6 + 225225p^7 - 360360p^8 + 420420p^9 - \\
&\quad - 360360p^{10} + 225225p^{11} - 100100p^{12} + 30030p^{13} - 5460p^{14} + 455p^{15} \\
\varepsilon_{me} &= 1365p^4 - 12012p^5 + 50050p^6 - 128700p^7 + 225225p^8 - 280280p^9 + 252252p^{10} - \\
&\quad - 163800p^{11} + 75075p^{12} - 23100p^{13} + 4290p^{14} - 364p^{15} \\
P_{be} &= 91p^3 - 728p^4 + 3003p^5 - 8008p^6 + 15015p^7 - 20592p^8 + 21021p^9 - \\
&\quad - 16016p^{10} + 9009p^{11} - 3640p^{12} + 1001p^{13} - 168p^{14} + 13p^{15} \\
\widehat{P}_{be} &= 91p^3 - 1092p^4 + 6006p^5 - 20020p^6 + 45045p^7 - 72072p^8 + 84084p^9 - \\
&\quad - 72072p^{10} + 45045p^{11} - 20020p^{12} + 6006p^{13} - 1092p^{14} + 91p^{15} \\
\varepsilon_{be} &= 364p^4 - 3003p^5 + 12012p^6 - 30030p^7 + 51480p^8 - 63063p^9 + 56056p^{10} - \\
&\quad - 36036p^{11} + 16380p^{12} - 5005p^{13} + 924p^{14} - 78p^{15}
\end{aligned}$$

f) Code (15, 5, 3)

$$P_{me} = 1365p^4 - 12012p^5 + 50050p^6 - 128700p^7 + 225225p^8 - 280280p^9 + \\ + 252252p^{10} - 163800p^{11} + 75075p^{12} - 23100p^{13} + 4290p^{14} - 364p^{15}$$

$$\widehat{P}_{me} = 1365p^4 - 15015p^5 + 75075p^6 - 225225p^7 + 450450p^8 - 630630p^9 + \\ + 630630p^{10} - 450450p^{11} + 225225p^{12} - 75075p^{13} + 15015p^{14} - 1365p^{15}$$

$$\varepsilon_{me} = 3003p^5 - 25025p^6 + 96525p^7 - 225225p^8 + 350350p^9 - 378378p^{10} + \\ + 286650p^{11} - 150150p^{12} + 51975p^{13} - 10725p^{14} + 1001p^{15}$$

$$P_{be} = 364p^4 - 3003p^5 + 12012p^6 - 30030p^7 + 51480p^8 - 63063p^9 + 56056p^{10} - \\ - 36036p^{11} + 16380p^{12} - 5005p^{13} + 924p^{14} - 78p^{15}$$

$$\widehat{P}_{be} = 364p^4 - 4004p^5 + 20020p^6 - 60060p^7 + 120120p^8 - 168168p^9 + 168168p^{10} - \\ - 120120p^{11} + 60060p^{12} - 20020p^{13} + 4004p^{14} - 364p^{15}$$

$$\varepsilon_{be} = 1001p^5 - 8008p^6 + 30030p^7 - 68640p^8 + 105105p^9 - 112112p^{10} + 84084p^{11} - \\ - 43680p^{12} + 15015p^{13} - 3080p^{14} + 286p^{15}$$

g) Code (15, 1, 7)

$$P_{me} = 6435p^8 - 40040p^9 + 108108p^{10} - 163800p^{11} + 150150p^{12} - 83160p^{13} + \\ + 25740p^{14} - 3432p^{15}$$

$$\widehat{P}_{me} = 6435p^8 - 45045p^9 + 135135p^{10} - 225225p^{11} + 225225p^{12} - 135135p^{13} + \\ + 45045p^{14} - 6435p^{15}$$

$$\varepsilon_{me} = 5005p^9 - 27027p^{10} + 61425p^{11} - 75075p^{12} + 51975p^{13} - 19305p^{14} + 3003p^{15}$$

$$P_{be} = 3432p^8 - 21021p^9 + 56056p^{10} - 84084p^{11} + 76440p^{12} - 42042p^{13} + \\ + 12936p^{14} - 1716p^{15}$$

$$\widehat{P}_{be} = 3432p^8 - 24024p^9 + 72072p^{10} - 120120p^{11} + 120120p^{12} - 72072p^{13} + \\ + 24024p^{14} - 3432p^{15}$$

$$\varepsilon_{be} = 3003p^9 - 16016p^{10} + 36036p^{11} - 43680p^{12} + 30030p^{13} - 11088p^{14} + 1716p^{15}$$

Chapitre 5

RESULTATS ET CONCLUSIONS

Ce chapitre présente un certain nombre de résultats qui ont été obtenus par simulation du canal et des techniques de codage. L'ensemble n'est pas exhaustif, les résultats retenus pour présentation permettent essentiellement de décrire les tendances générales observées.

Les résultats sont présentés dans l'ordre suivant:

- Effet du niveau de la composante directe;
- Effet de la vitesse du véhicule;
- Effet de la fréquence de transmission;
- Effet du codage;
- Effet de l'entrelacement;
- Résultats complémentaires.

Les résultats présentés correspondent à un taux de transmission de 1200 bits/s. On a choisi des fréquences de 150, 450 et 800 MHz; la vitesse de déplacement du véhicule est soit de 30, de 60 ou de 90 km/h. Le rapport composante directe/composante de Rayleigh est de 0, -20 ou -60 dB.

Les résultats sont présentés sous forme de courbes de la probabilité d'erreur en fonction du rapport signal/bruit. En ce qui concerne la probabilité d'erreur, on distingue entre P_e , la probabilité d'erreur par bit, et P_{me} , la probabilité d'erreur par mot. Pour une transmission binaire aléatoire, la probabilité d'erreur par bit P_e est au maximum de 0,5, mais la probabilité d'erreur sur le mot P_{me} peut tendre vers 1. Sauf pour les figures 5-1 à 5-4, qui ont trait à la probabilité d'erreur par bit (sans codage), les résultats de ce chapitre sont donnés en fonction de la probabilité d'erreur par mot.

Les courbes de probabilité d'erreur présentées dans ce chapitre ont été calculées à partir des statistiques d'environ 12000 transmissions ou échantillons. Il est donc clair que les points ayant trait à des probabilités d'erreur plus faibles que 10^{-2} sont moins significatifs puisqu'ils correspondent

à des événements rares. Il faut donc exercer un certain discernement pour ce qui est des conclusions à tirer des résultats.

5.1 RESULTATS EN FONCTION DES PARAMETRES

5.1.1 Effet du niveau de la composante directe.

Les figures 5-1 et 5-2 représentent la probabilité par bit P_e en fonction du rapport signal/bruit, pour trois rapports différents (0, -20 et -60 dB) entre le niveau moyen de la composante en ligne-de-vue (signal direct) et de la composante multivoie (composante de Rayleigh).

Il faut bien noter qu'il s'agit ici d'une addition directe d'un niveau d'amplitude moyen à un autre signal dont l'amplitude de l'enveloppe varie selon une loi de Rayleigh. La signification physique d'une telle opération est sujette à discussion et un tel modèle reste à valider mais, d'un point de vue purement statistique, on obtient un canal dans lequel l'influence de l'affaiblissement de Rayleigh est réduite.

Il est clair, selon les figures 5-1 et 5-2, que l'affaiblissement de Rayleigh est synonyme d'une détérioration importante de performance.

5.1.2 Effet de la fréquence et de la vitesse.

On remarquera cependant que les figures 5-1 et 5-2 sont presque identiques même si elles correspondent à deux conditions extrêmes soit, d'une part, une fréquence de transmission de 150 MHz et une vitesse du véhicule de 30 km/h et, d'autre part, une fréquence de 800 MHz et une vitesse du véhicule de 90 km/h. En d'autres termes, en autant que la probabilité d'erreur par bit est concernée, fréquence de transmission et vitesse du véhicule importent peu à ces taux de transmission.

Les figures 5-3 et 5-4 sont aussi identiques à toutes fins pratiques bien qu'elles correspondent à différentes conditions de fréquence et de vitesse. Il est permis de croire que les petites différences entre les courbes ne sont pas statistiquement significatives.

FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = (VARIABLE) dB

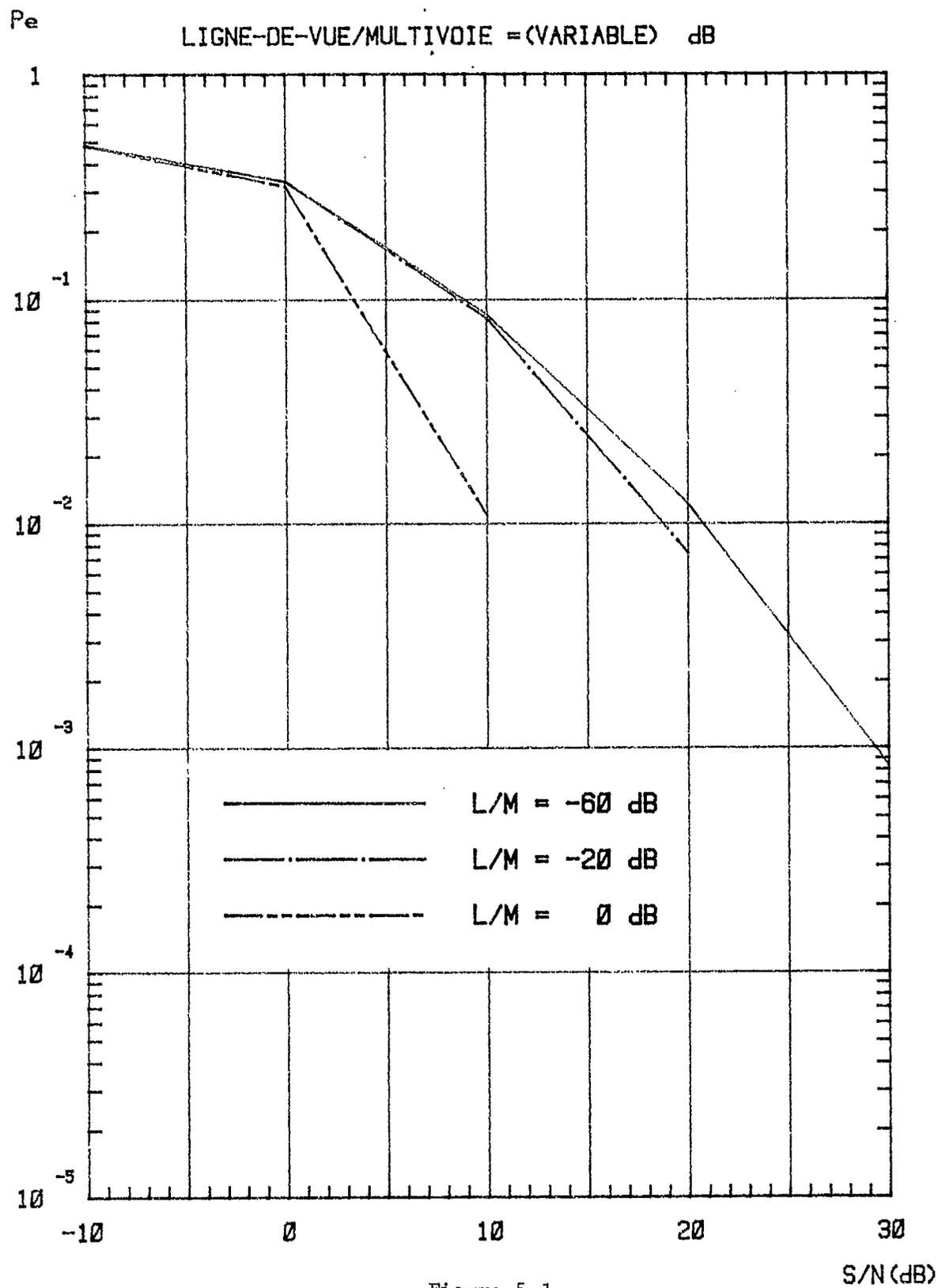


Figure 5-1

FREQUENCE = 800 MHz
VITESSE = 90 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE =(VARIABLE) dB

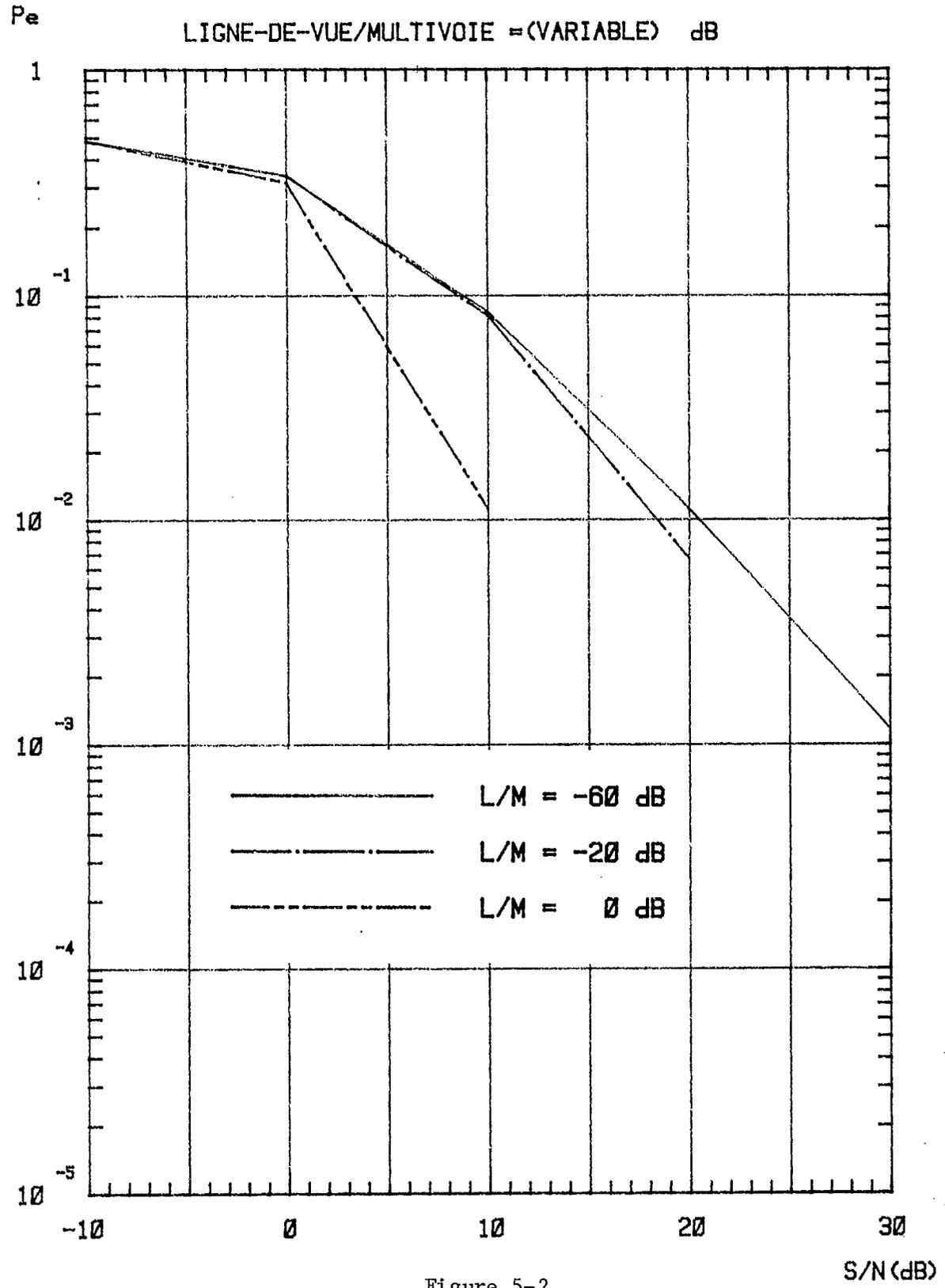


Figure 5-2

FREQUENCE = 450 MHz
 VITESSE = 30 , 60 , 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

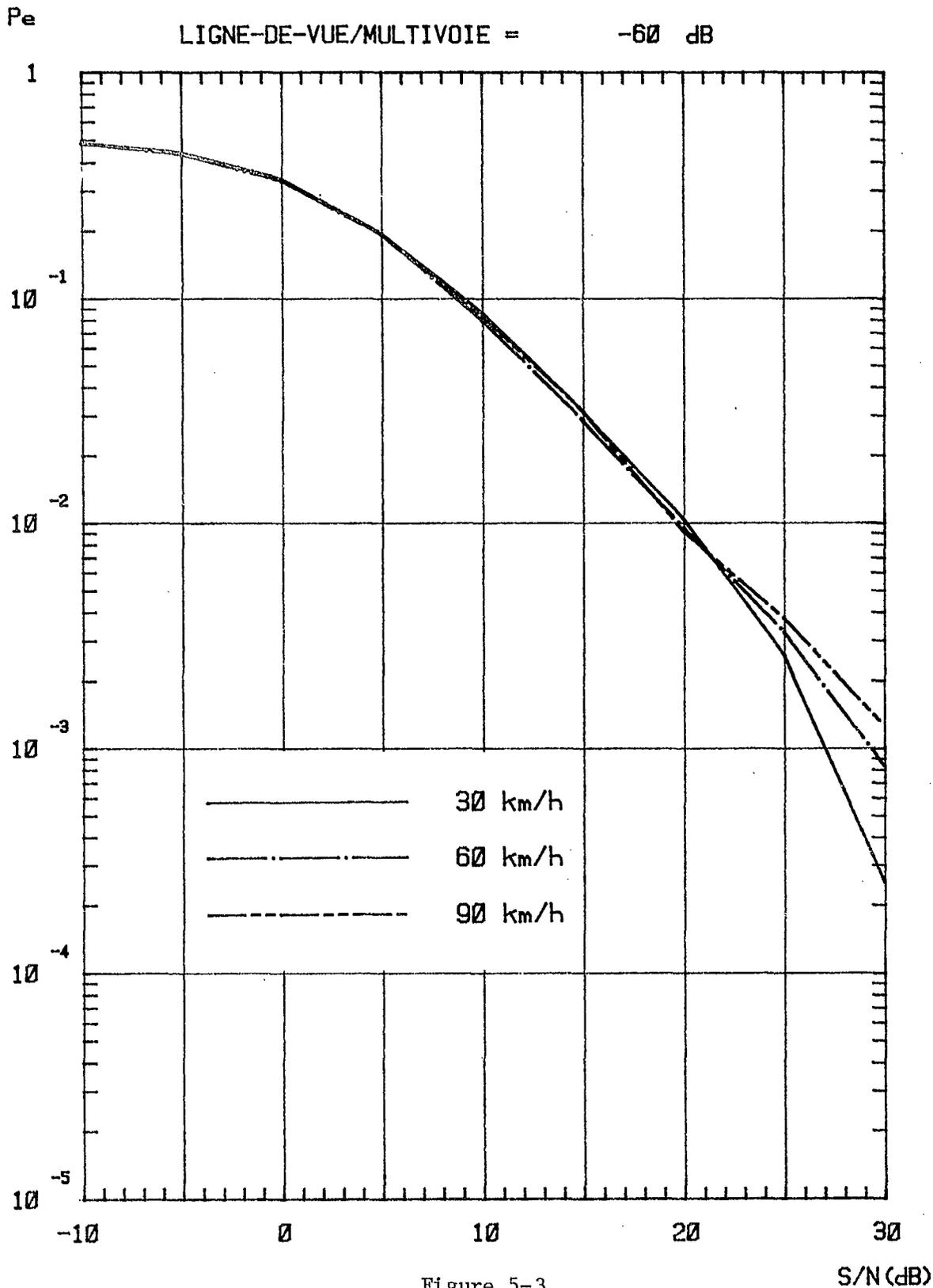


Figure 5-3

FREQUENCE = 150 , 450 , 800 MHz
VITESSE = 60 km/h
TAUX = 1200 bite/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

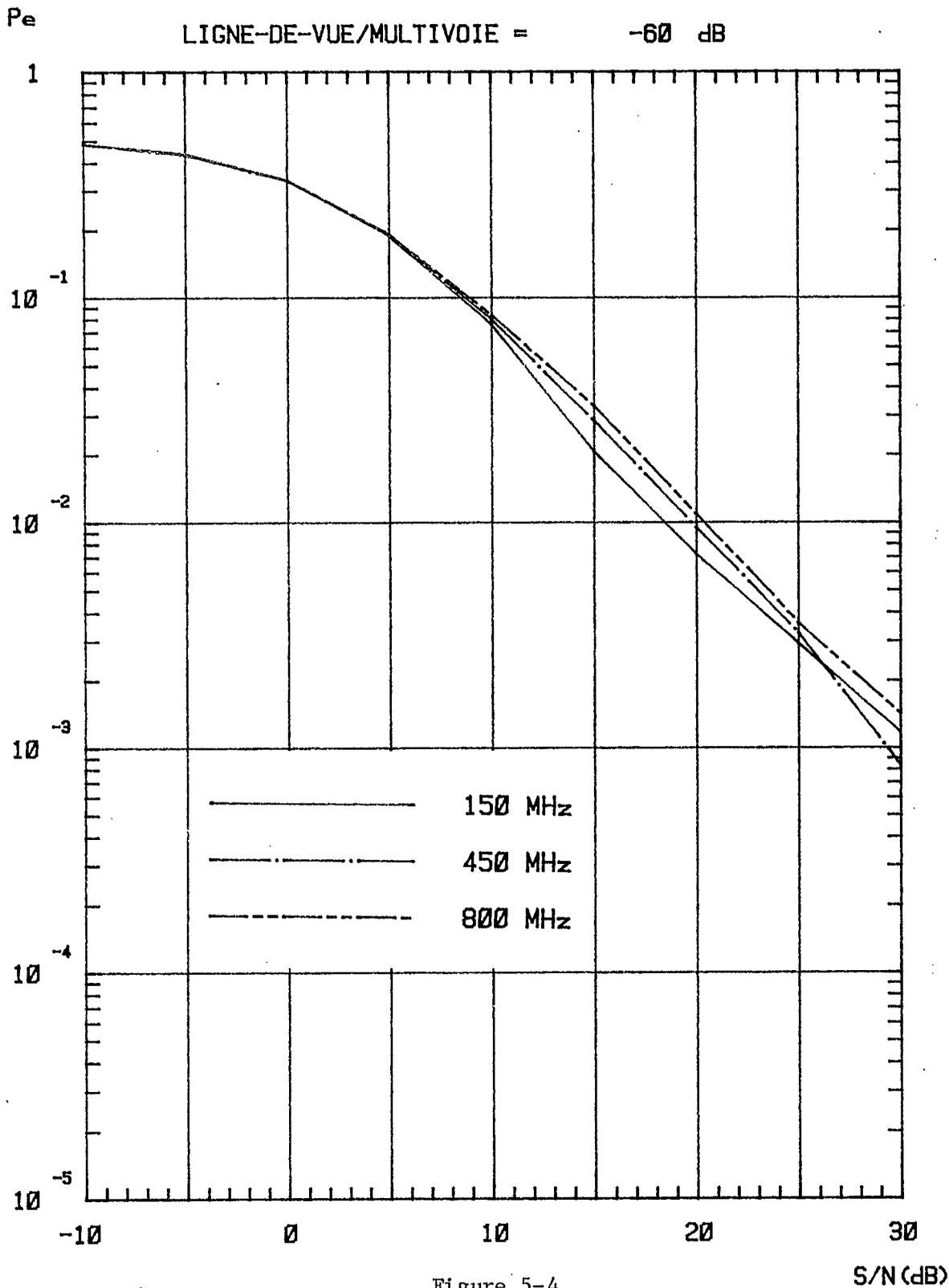


Figure 5-4

5.1.3 Effet du codage.

On pourra mieux apprécier l'effet du codage à partir des nombreuses courbes de résultats regroupées à la fin de ce chapitre. L'effet d'un bon code, bien adapté aux conditions du canal peut être très intéressant.

On peut dire généralement qu'il n'est avantageux d'utiliser le codage que lorsque les propriétés de correction d'erreur du code sont suffisantes pour se prémunir contre la presque totalité des erreurs. Autrement, étant donné qu'en cas d'erreur on erre sur tout un mot et non seulement sur un bit, on perd vite l'avantage du codage; à faible rapport signal/bruit cependant, la probabilité d'erreur par mot P_{me} tend vers 1 et il n'est pas du tout indiqué d'utiliser le codage dans ces conditions.

Les figures 5-5 et 5-6 illustrent la performance de deux codes (l'un avec la capacité de corriger une erreur sur un mot de 7 bits - dont 4 bits d'information - et l'autre avec une capacité de correction de 3 erreurs par mot de 15 bits - dont 5 bits d'information) pour une vitesse donnée du véhicule et trois fréquences de transmission.

Les figures 5-7 et 5-8 illustrent la performance des mêmes codes à une fréquence donnée pour trois vitesses du véhicule. Bien que les deux codes illustrés aient véritablement des propriétés très voisines, les courbes montrent un certain avantage pour le code (15,5,3) lorsque le rapport signal/bruit devient raisonnablement élevé.

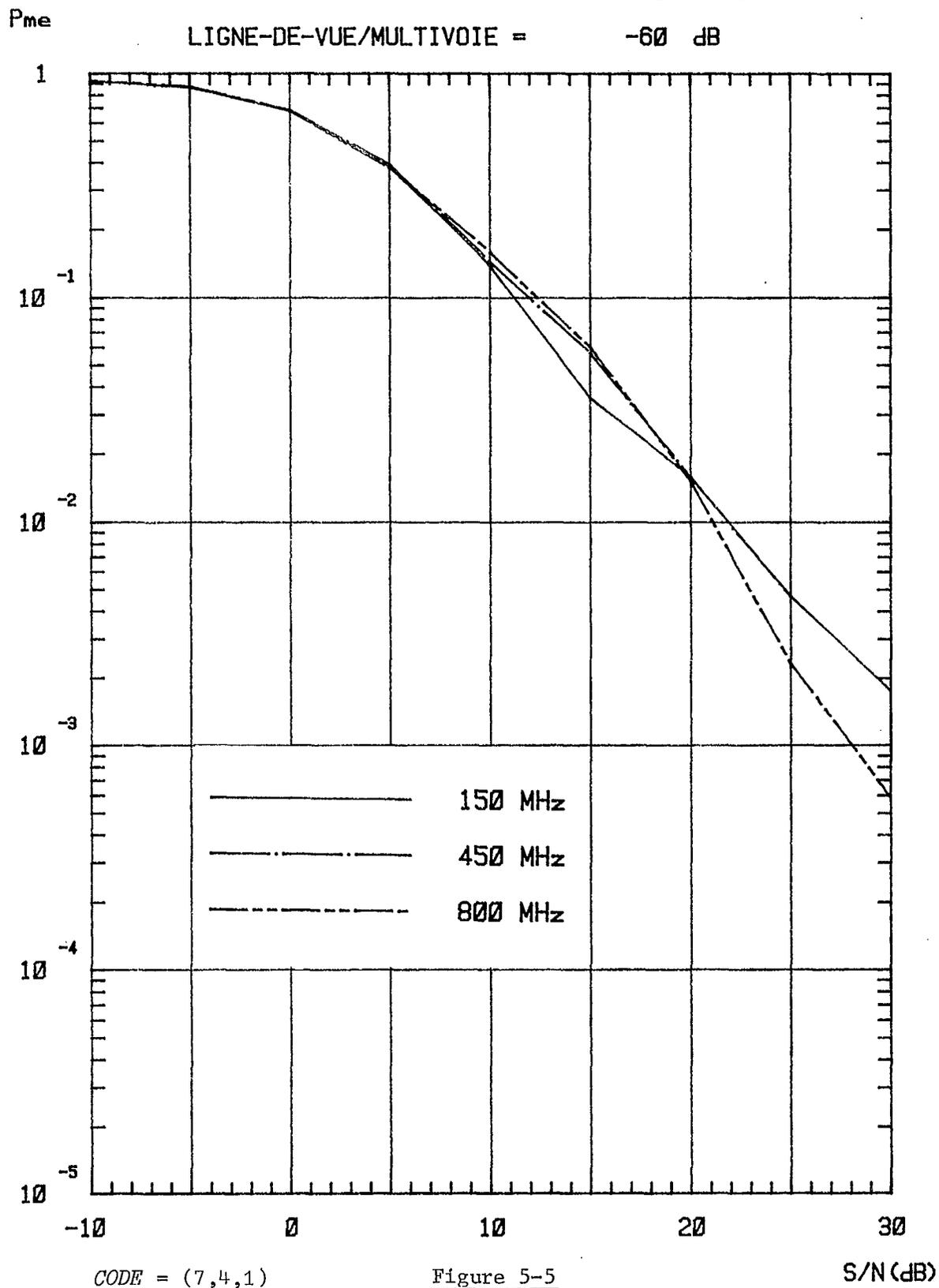
Les figures 5-9 et 5-10 permettent véritablement de comparer entre eux la performance de divers codes. Les conditions choisies sont deux cas extrêmes soit, à la figure 5-9, une fréquence de transmission de 150 MHz et une vitesse du véhicule de 30 km/h et, à la figure 5-10, une fréquence de transmission de 800 MHz et une vitesse du véhicule de 90 km/h.

Il est manifeste que le codage peut améliorer considérablement la performance des systèmes radio-mobiles. Le coût en est bien sûr une complexité supplémentaire et un plus faible taux effectif de transmission d'information.

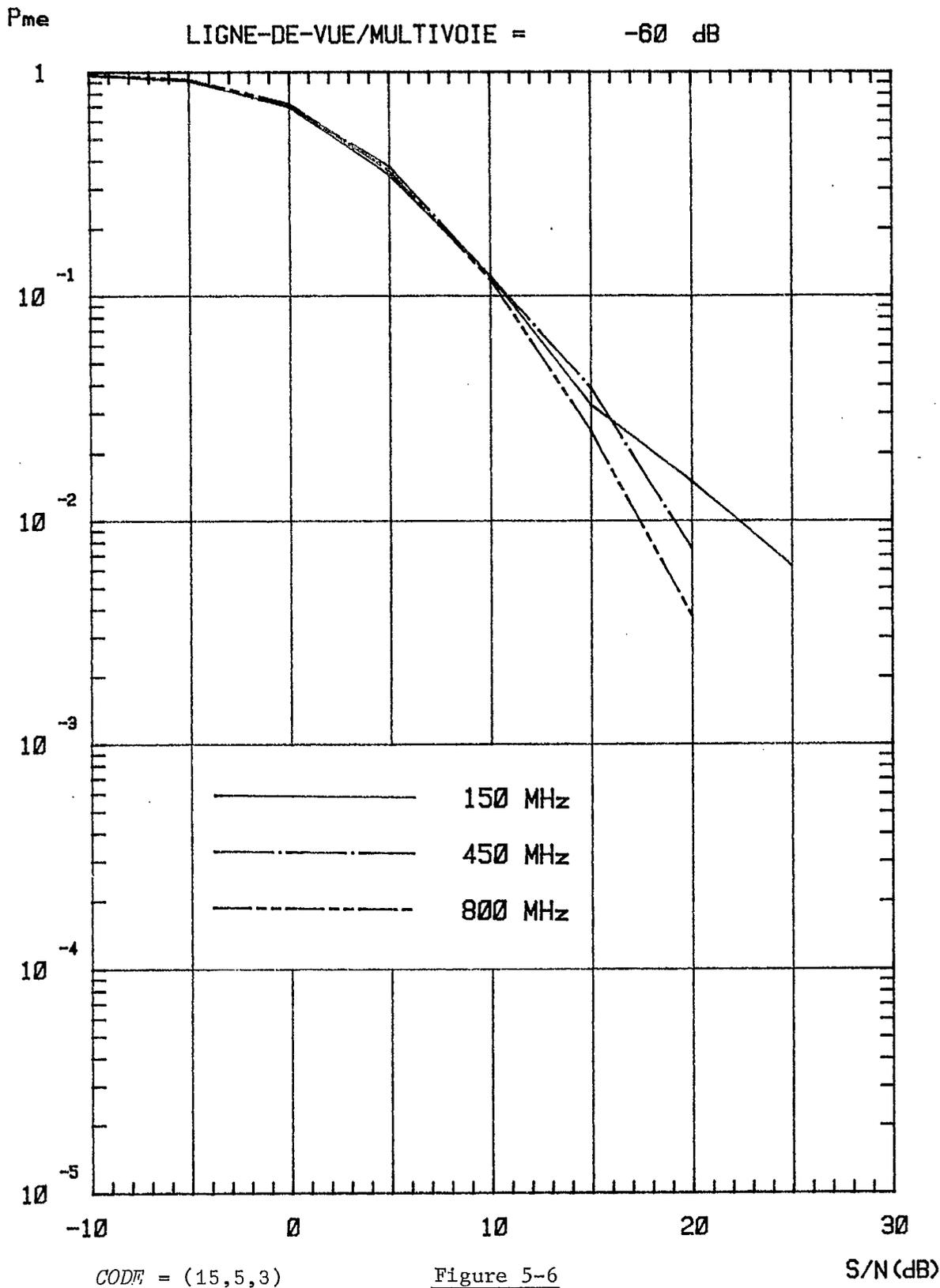
5.1.4 Effet de l'entrelacement.

Si l'effet du codage est intéressant, et même puissant lorsque les conditions sont propices, il apparaît avec évidence que l'entrelacement permet en radio-mobile d'aller maximiser le bénéfice du codage.

FREQUENCE = 150 , 450 , 800 MHz
 VITESSE = 60 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB



FREQUENCE = 150 , 450 , 800 MHz
 VITESSE = 60 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

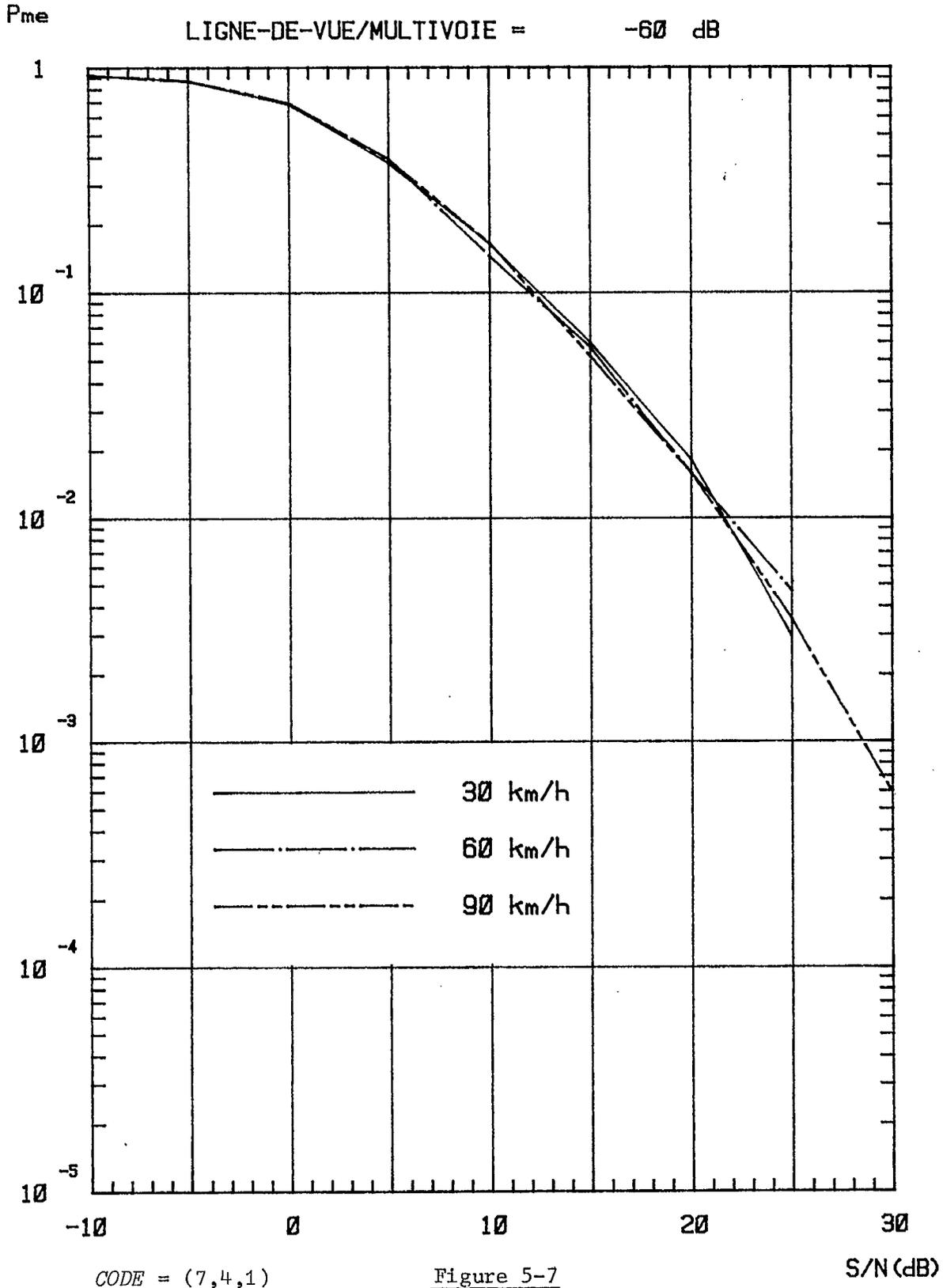


CODE = (15,5,3)

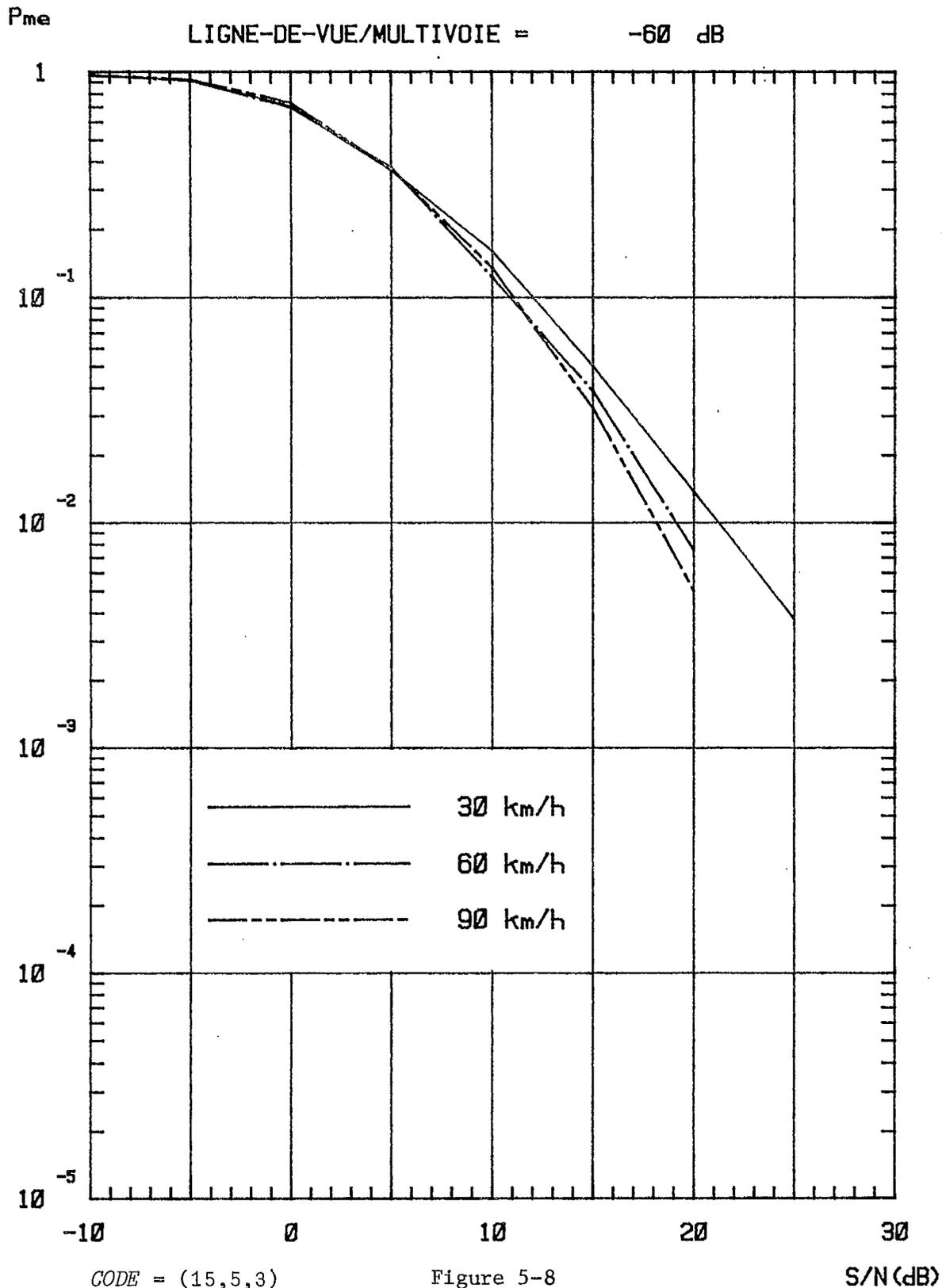
Figure 5-6

S/N (dB)

FREQUENCE = 450 MHz
VITESSE = 30 , 60 , 90 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB



FREQUENCE = 450 MHz
VITESSE = 30 , 60 , 90 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB



FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

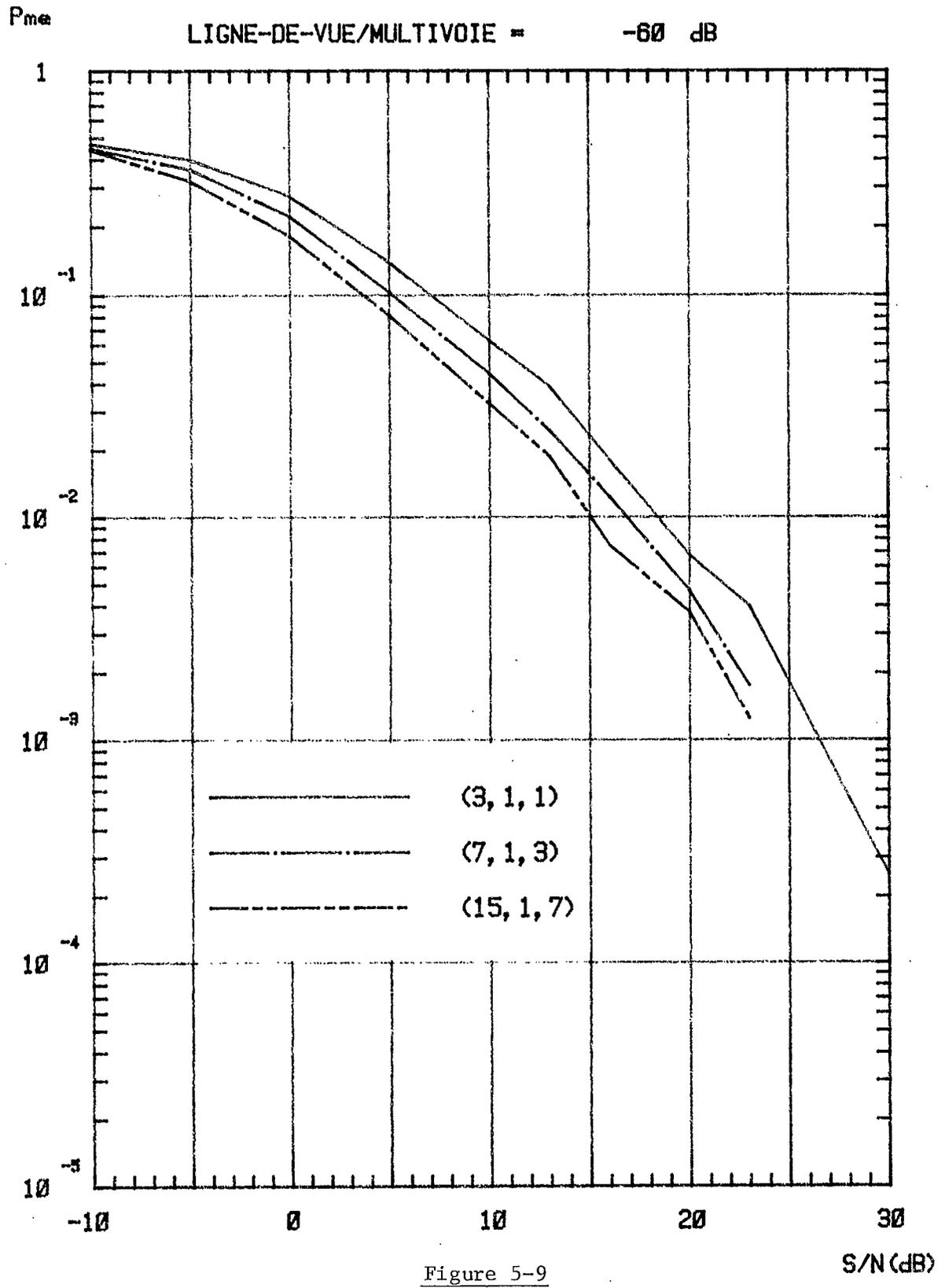
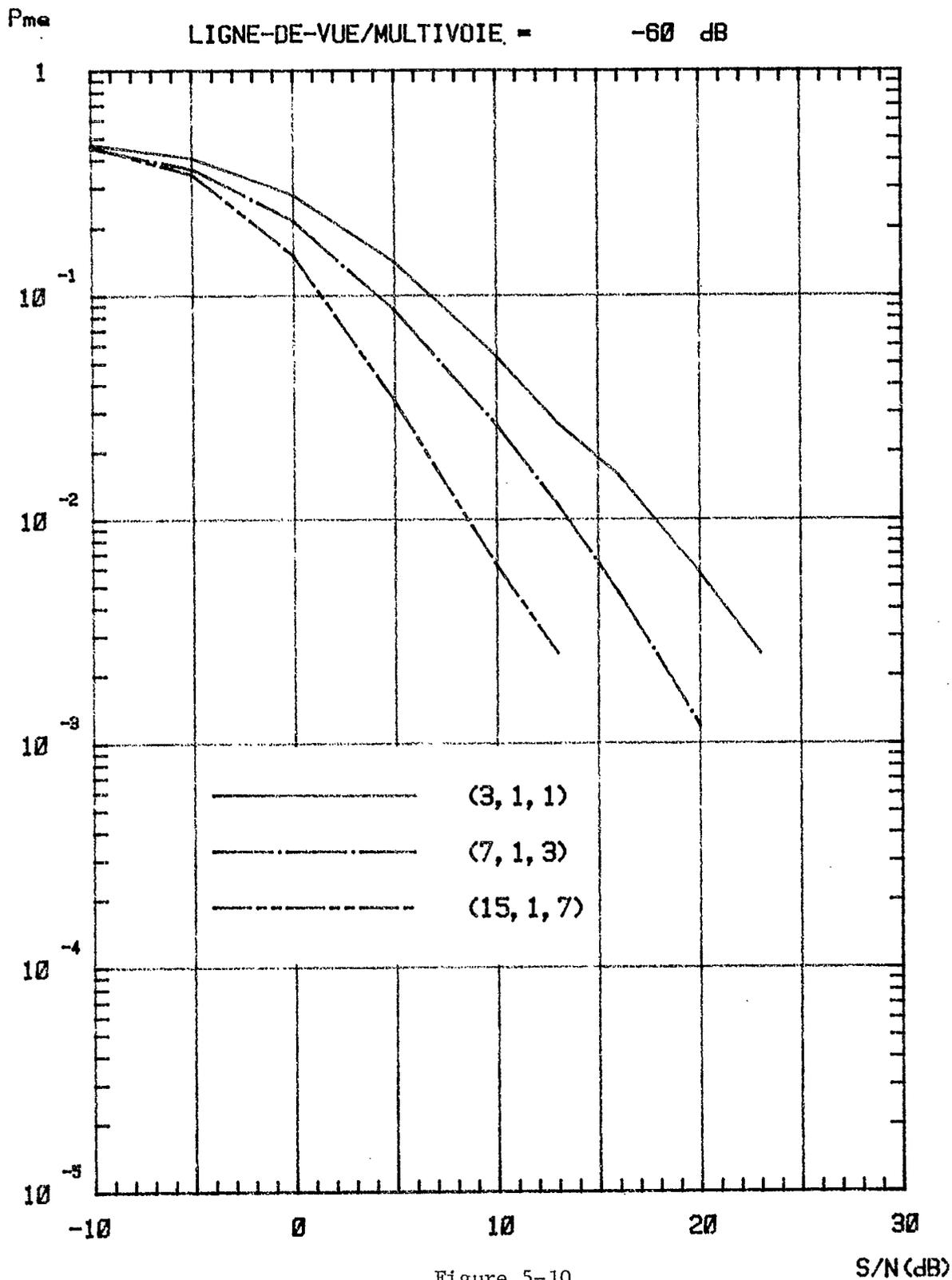


Figure 5-9

FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB



L'entrelacement sans codage est évidemment inutile: il ne permettrait que de déplacer la position des erreurs mais non leur probabilité.

L'intérêt de l'entrelacement est de permettre de briser les salves d'erreurs, de répartir les erreurs sur un plus long intervalle. En radio-mobilité où les erreurs viennent justement par salves, ceci est particulièrement important: on obtient ainsi un canal où les erreurs sont réparties de façon beaucoup plus égale, elles sont "moyennées" sur l'ensemble de la transmission et on peut en conséquence choisir un code bien adapté à ces conditions moyennes.

La profondeur de l'entrelacement est le facteur déterminant à considérer. L'entrelacement doit se faire sur une période plus longue que la durée des affaiblissements et des salves d'erreurs. La profondeur d'entrelacement requise dépendra donc du taux de transmission, de la vitesse du véhicule et de la fréquence de transmission.

Pour un taux de transmission donné, la durée des affaiblissements sera d'autant plus longue que la fréquence sera basse et que la vitesse sera faible: en conséquence, la profondeur d'entrelacement requise à 150 MHz et 30 km/h sera beaucoup plus importante qu'à 800 MHz et 90 km/h.

C'est ce qui est illustré d'ailleurs aux figures 5-11 et 5-12. Ainsi, à la figure 5-11 (150 MHz, 30 km/h, 1200 bits/s), une profondeur d'entrelacement de 4 ou de 16 a peu d'effet alors qu'une de 80 amène une amélioration sensible. Mais, à la figure 5-12 (800 MHz, 90 km/h, 1200 bits/s), une profondeur d'entrelacement de 4 amène déjà une amélioration et une de 80 apporte peu de bénéfices de plus qu'une de 16.

Cependant, quelle que soit la profondeur d'entrelacement requise, on se rend compte, aux figures 5-11 et 5-12, de l'importance de l'entrelacement lui-même. Tel que mentionné au début de cette section, l'entrelacement permet d'exploiter pleinement le potentiel du codage dans le cas du canal radio-mobilité comme dans le cas de tout canal caractérisé par des salves d'erreurs.

Les figures 5-13 et 5-14 permettent justement d'étudier la répartition des erreurs ou, en quelque sorte, la répartition de la longueur des salves d'erreurs.

Ainsi, à la figure 5-13, on montre de quelle façon, pour un canal donné, on passe de salves de longueur moyenne 4 à des salves de longueur moyenne 1 en améliorant le rapport signal/bruit.

FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

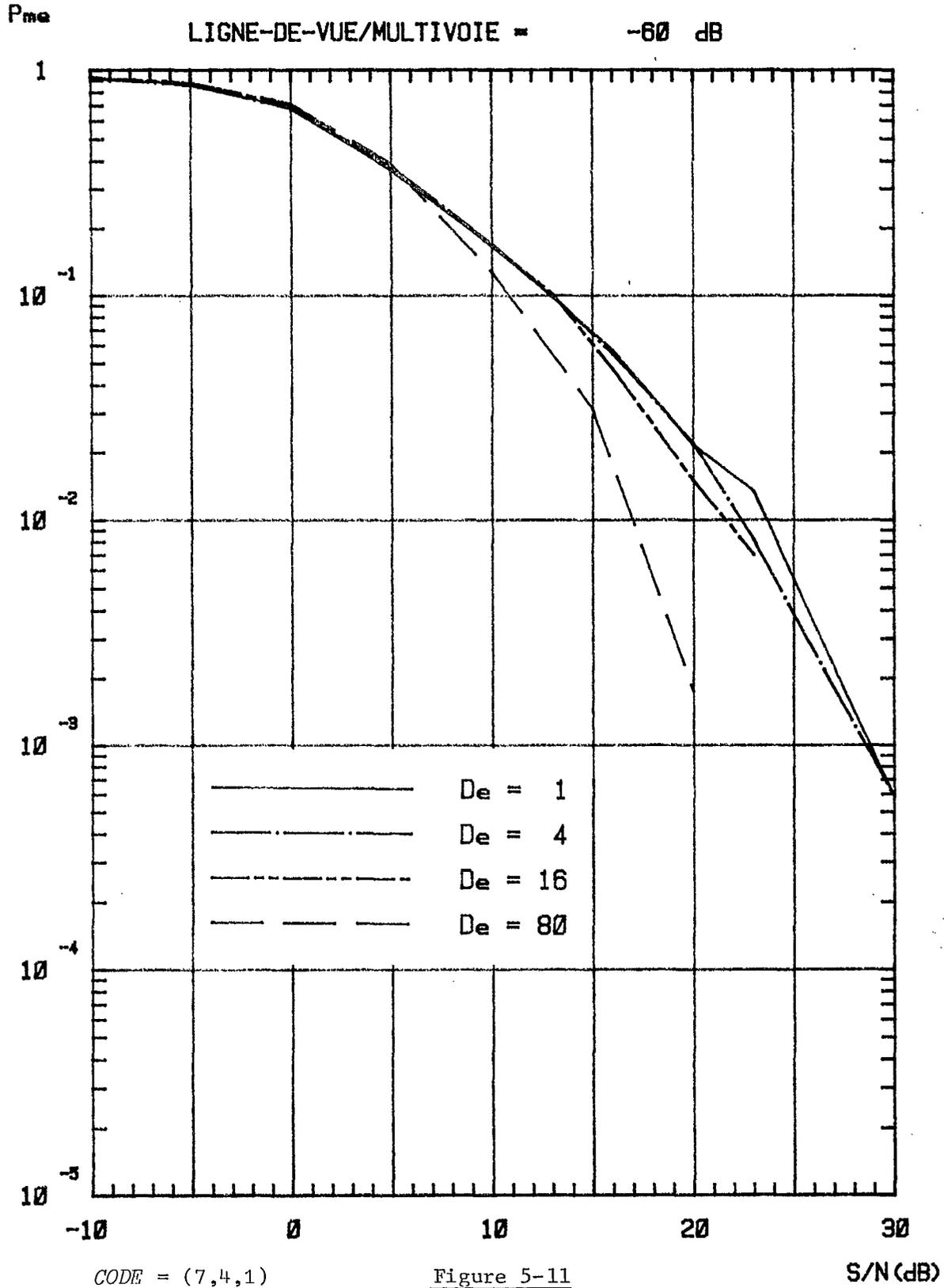


Figure 5-11

FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

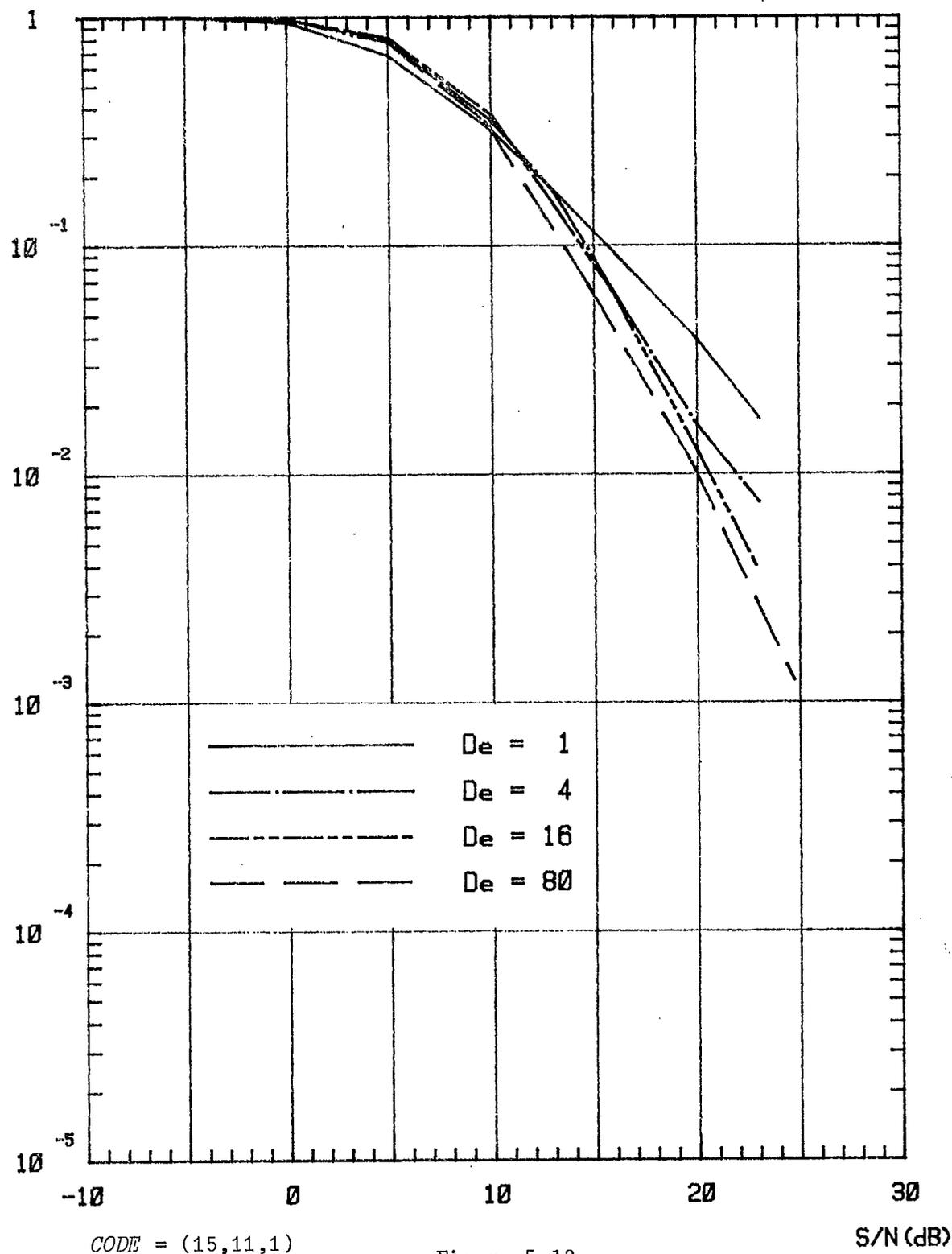
P_{me}

Figure 5-12

REPARTITION DES ERREURS vs S/N

(FREQ=450MHz, VITESSE=90km/h, TAUX=1200bits/s, LIGNE-VUE/MULTIVOIE=-60dB)

(%) DEGRE D'ENTRELACEMENT = 1 N = 7 bits

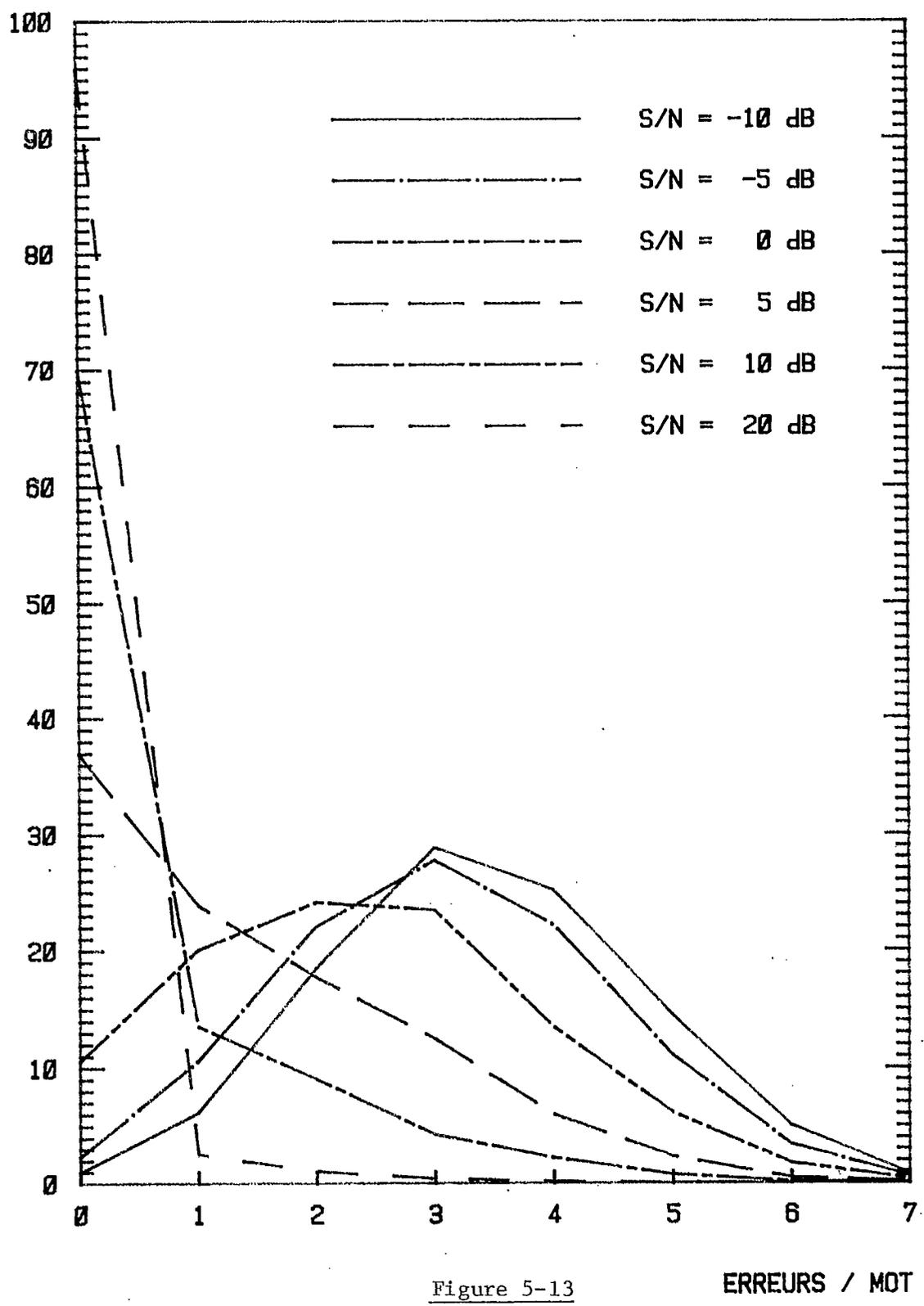


Figure 5-13

ERREURS / MOT

EFFET DE L'ENTRELACEMENT DE BITS

REPARTITION DU NOMBRE DES ERREURS DUES AU CANAL PAR BLOC DE 15 BITS.

(FREQ=450MHz, VITESSE=30km/h, TAUX=1200bits/s, LIGNE-VUE/MULTIVOIE=-60dB)

(%) S/N = 5 dB , DE = DEGRE D'ENTRELACEMENT

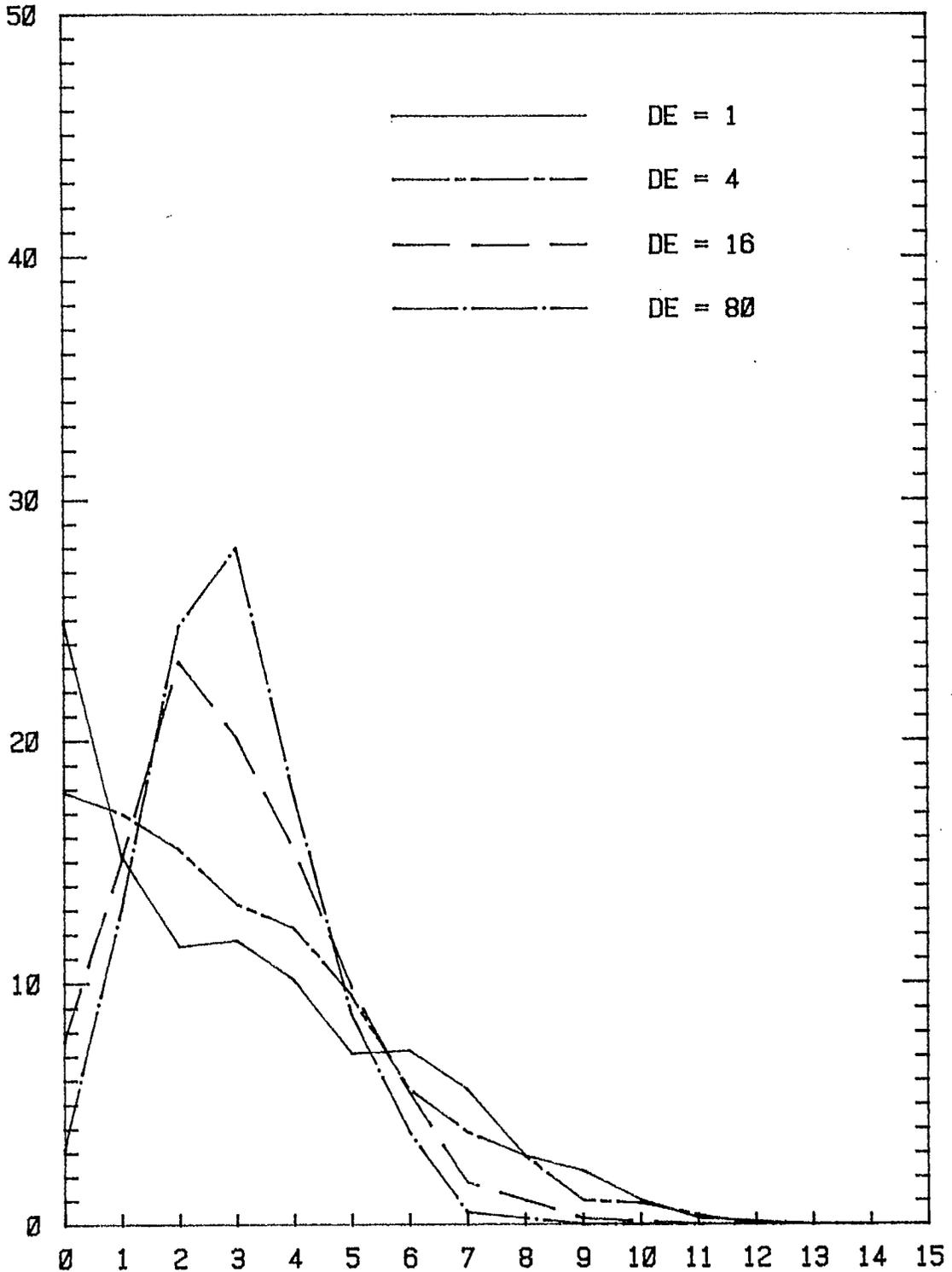


Figure 5-14

ERREURS / MOT

A la figure 5-14, on montre que l'effet de l'entrelacement est d'atténuer les extrêmes: la probabilité de longues salves d'erreur (5 et plus) est fortement réduite. La probabilité de n'avoir aucune erreur est également réduite mais cela n'a pas d'importance étant donné l'utilisation du codage pour la correction d'erreurs.

5.2 RESULTATS COMPLEMENTAIRES

Les figures 5-15 à 5-48 présentent un ensemble de résultats pour sept codes de type BCH en faisant varier les paramètres suivants:

- fréquence de transmission: 150 ou 800 MHz,
- vitesse du véhicule: 30 ou 90 km/h,
- rapport ligne-de-vue/multivoie: -60, -20 ou 0 dB.

Le taux de transmission est uniforme à 1200 bits/s. Chaque graphique donne les résultats pour des profondeurs d'entrelacement de 1, 4, 16 et, dans plusieurs cas, pour des profondeurs d'entrelacement de 80.

On trouvera ci-après un tableau résumé indiquant le contenu de chaque figure.

Seul un examen attentif des figures peut permettre des conclusions sur la performance de différents codes en différentes conditions. Cependant le tableau 5-1 permet de comparer les sept codes avec différentes possibilités d'entrelacement; il donne le rapport signal/bruit (en dB) requis pour obtenir une probabilité d'erreur par mot P_{me} de 10^{-2} ; le taux de transmission est de 1200 bits/s et le rapport ligne-de-vue/multivoie est de -60 dB.

Une série de résultats est donnée pour une fréquence d'opération de 150 MHz et une vitesse du véhicule de 30 km/h. Pour ces conditions, les creux de l'affaiblissement sont beaucoup moins fréquents et ont une durée beaucoup plus longue que pour l'autre cas présenté: 800 MHz et 90 km/h. Il s'agit en quelque sorte des deux cas extrêmes.

On ne peut pas comparer un code à un autre simplement sur la base de la probabilité d'erreur par mot P_{me} . Il faut tenir compte de différents facteurs dont, en particulier, le ratio entre le nombre de bits transmis et le nombre de bits d'information: et justement, un grand intérêt de l'entrelacement est qu'il ne vient pas diminuer ce ratio.

Tableau résumé des figures

Figure	Code	Fréquence (MHz)		Vitesse km/h		Rapport ligne-de-vue/multivoie (dB)			
		150	800	30	90	-60	-20	-10	
5-15	3, 1, 1	v		v		v			*
5-16	7, 1, 3	v		v		v			*
5-11	7, 4, 1	v		v		v			*
5-17	15, 1, 7	v		v		v			*
5-18	15, 5, 3	v		v		v			*
5-19	15, 7, 2	v		v		v			*
5-20	15, 11, 1	v		v		v			*
5-21	3, 1, 1		v		v	v			*
5-22	7, 1, 3		v		v	v			*
5-23	7, 4, 1		v		v	v			*
5-24	15, 1, 7		v		v	v			*
5-25	15, 5, 7		v		v	v			*
5-26	15, 7, 2		v		v	v			*
5-12	15, 11, 1		v		v	v			*
5-27	3, 1, 1	v		v			v		
5-28	7, 1, 3	v		v			v		
5-29	7, 4, 1	v		v			v		
5-30	15, 1, 7	v		v			v		
5-31	15, 5, 3	v		v			v		
5-32	15, 7, 2	v		v			v		
5-33	15, 11, 1	v		v			v		
5-34	3, 1, 1		v		v		v		
5-35	7, 1, 3		v		v		v		
5-36	7, 4, 1		v		v		v		
5-37	15, 1, 7		v		v		v		
5-38	15, 5, 3		v		v		v		
5-39	15, 7, 2		v		v		v		
5-40	15, 11, 1		v		v		v		
5-41	3, 1, 1	v		v				v	
5-42	7, 4, 1	v		v				v	
5-43	15, 7, 2	v		v				v	
5-44	15, 11, 1	v		v				v	
5-45	3, 1, 1		v		v			v	
5-46	7, 4, 1		v		v			v	
5-47	15, 7, 2		v		v			v	
5-48	15, 11, 1		v		v			v	

Taux de transmission: 1200 bits/s

Profondeur d'entrelacement: 1, 4, 16 et, si *: 80.

Tableau 5-1

Code	Ratio bits transmis/ bits d'information	Rapport signal/bruit (dB) pour $P_{me} = 10^{-2}$ à							
		150 MHz, 30 km/h pour degré d'entrelacement				800 MHz, 90 km/h pour degré d'entrelacement			
		1	4	16	80	1	4	16	80
3, 1, 1	3	18	18	17	12	18	14	12	12
7, 1, 3	7	17	17	13	10	13	9	7	7
7, 4, 1	1.8	24	23	22	17	22	17	16	16
15, 1, 7	15	15	11	8	-	8	6	4	3
15, 5, 3	3	22	21	17	12	18	13	12	-
15, 7, 2	2.1	24	23	19	16	20	18	16	16
15, 11, 1	1,4	27	26	23	19	-	24	21	20

Taux de transmission: 1200 bits/s
Rapport ligne-de-vue/multivoie: -60 dB.

On peut voir au tableau 5-1 l'effet combiné du codage et de l'entrelacement. On y voit que la profondeur d'entrelacement requise à 150 MHz et 30 km/h est beaucoup plus importante qu'à 800 MHz et 90 km/h. De façon générale, on doit prévoir une profondeur d'entrelacement plus importante pour un système à 150 MHz que pour un système à 800 MHz.

On voit également au tableau 5-1 tout l'intérêt de l'entrelacement. Ainsi, à 150 MHz et 30 km/h, l'entrelacement rend les codes 15,7,2 et 15,11,1 à peu près aussi performants que les codes 3,1,1 et 7,1,3 sans entrelacement, ces derniers étant beaucoup moins intéressants que les premiers du point de vue du ratio bits transmis/bits d'information.

5.3 CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce rapport différents résultats sur la modélisation du canal radio-mobile numérique pour des systèmes de communication à faible taux de transmission, c'est-à-dire à des taux de transmission tels que la prédiction de performance peut ne tenir compte que de l'enveloppe du signal reçu, sans faire intervenir de considérations sur la phase ou les délais associés aux différents parcours dus aux réflexions et réfractions qui caractérisent l'environnement du récepteur mobile.

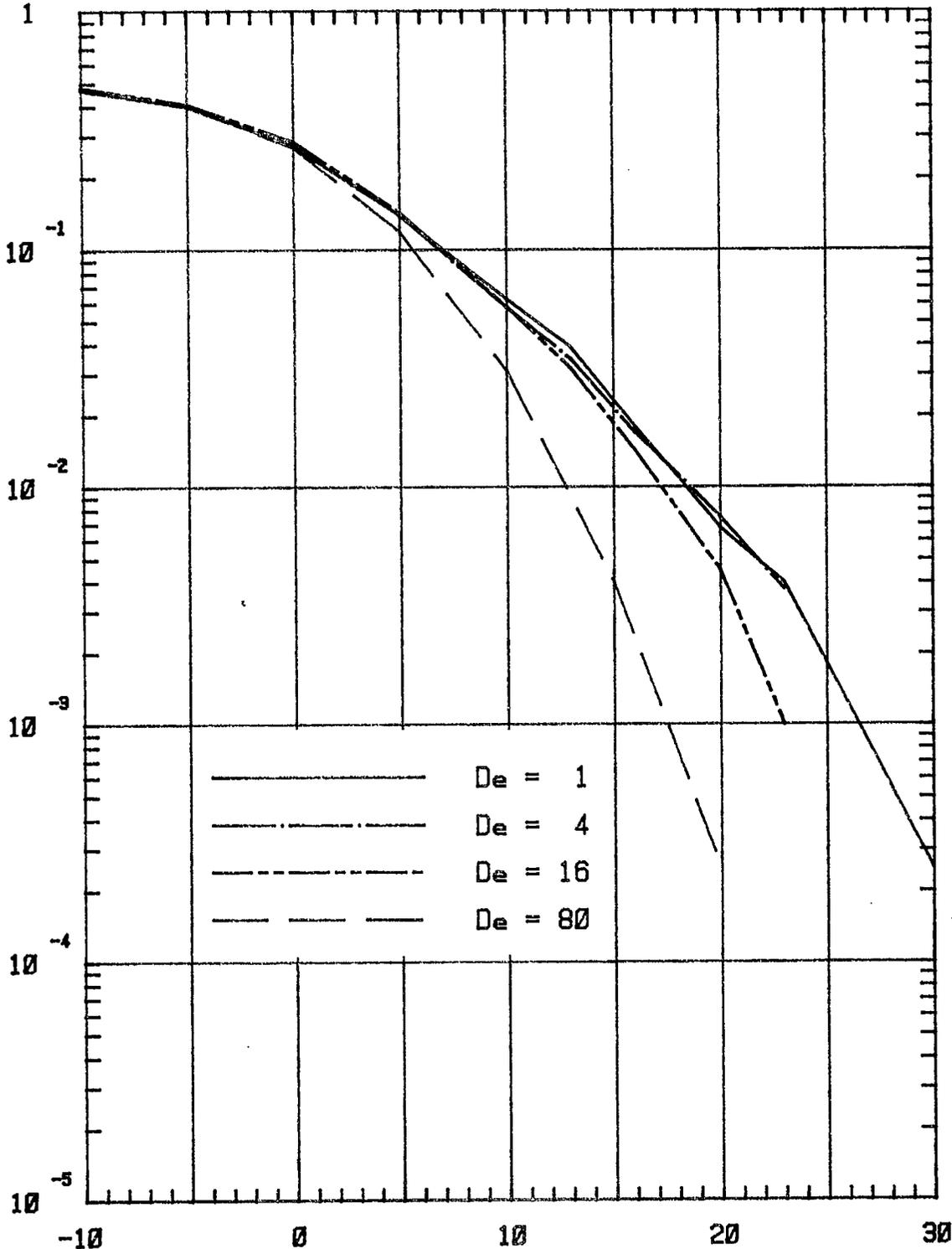
En particulier, les résultats présentés ont montré l'intérêt du codage et de l'entrelacement pour un ensemble de paramètres tels fréquence de transmission, vitesse du véhicule, ratio ligne-de-vue/multivoie, type de code, profondeur d'entrelacement. Un travail important d'interprétation et d'analyse resterait à entreprendre.

Parmi les sujets qui n'ont pas été abordés dans cette étude, et qui devraient faire l'objet d'études plus poussées, on peut mentionner la diversité de réception au niveau du véhicule et de la station centrale, et, éventuellement, une modélisation plus précise des conditions d'interférence à l'intérieur du même canal.

Il serait tout indiqué par ailleurs de faire la liaison entre ces travaux et des mesures réelles des conditions de propagation et de la performance de systèmes.

FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/e
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

P_{me}



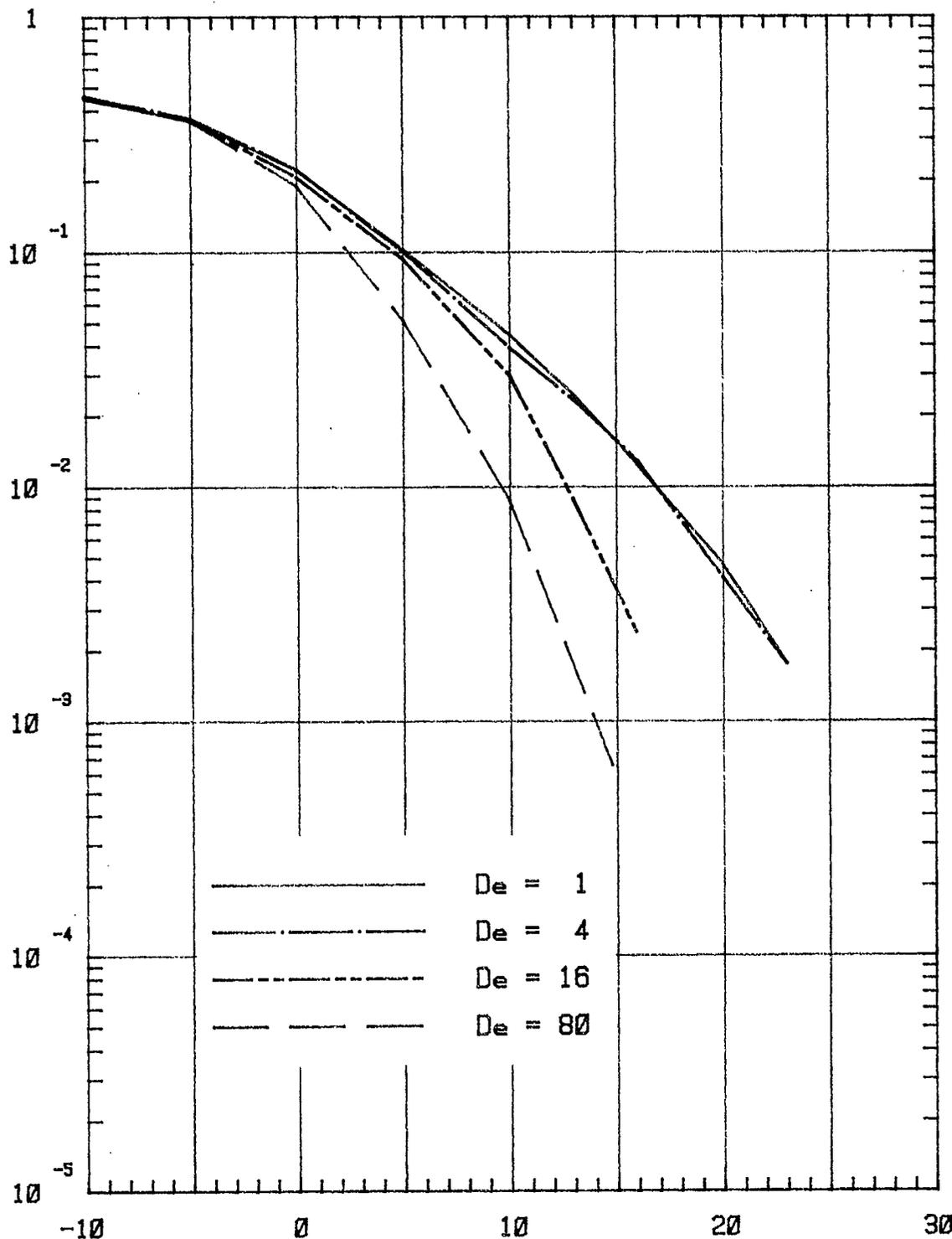
CODE = (3,1,1)

Figure 5-15

S/N (dB)

FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/e
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

Pme

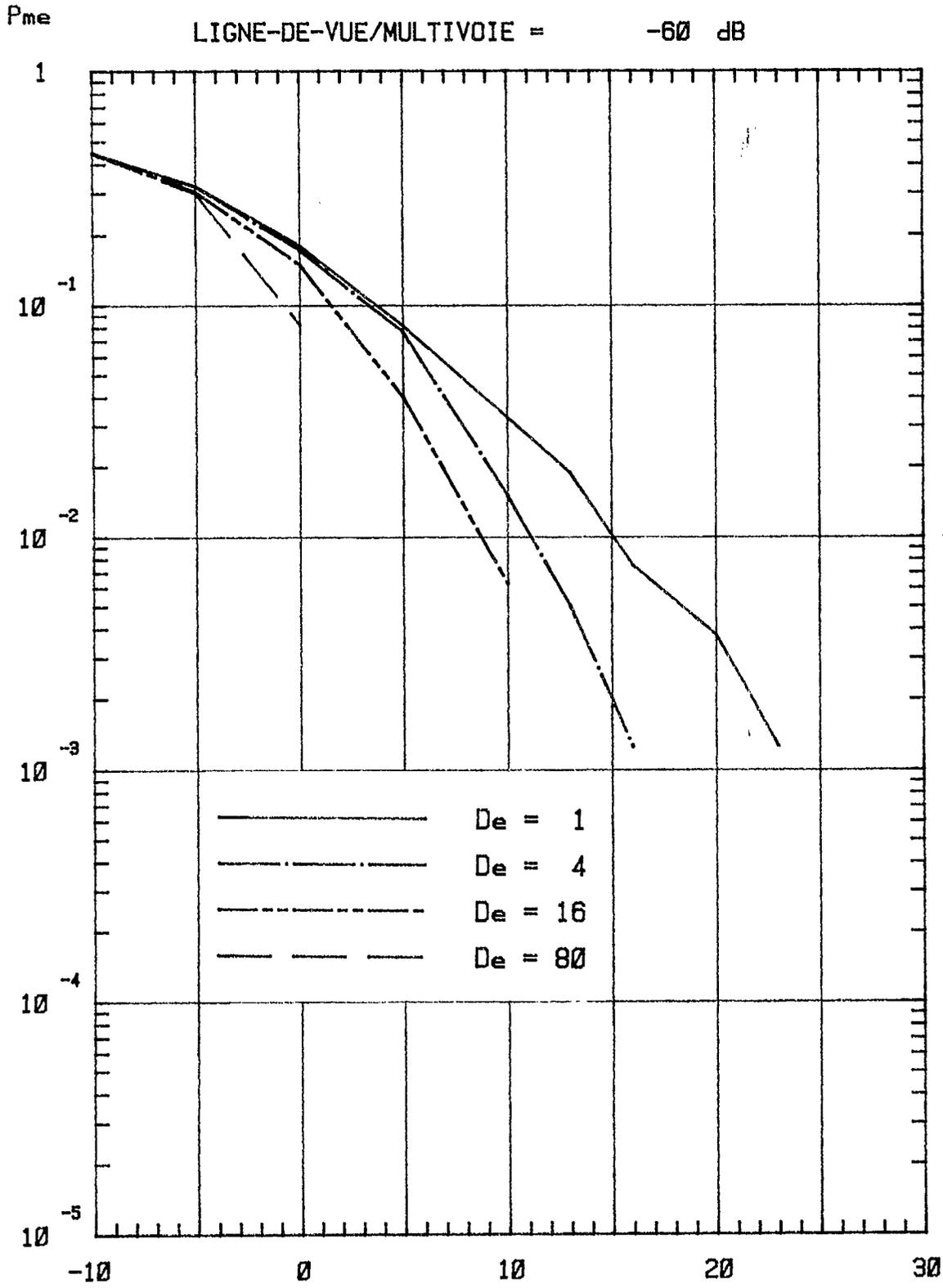


CODE = (7,1,3)

Figure 5-16

S/N (dB)

FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/e
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

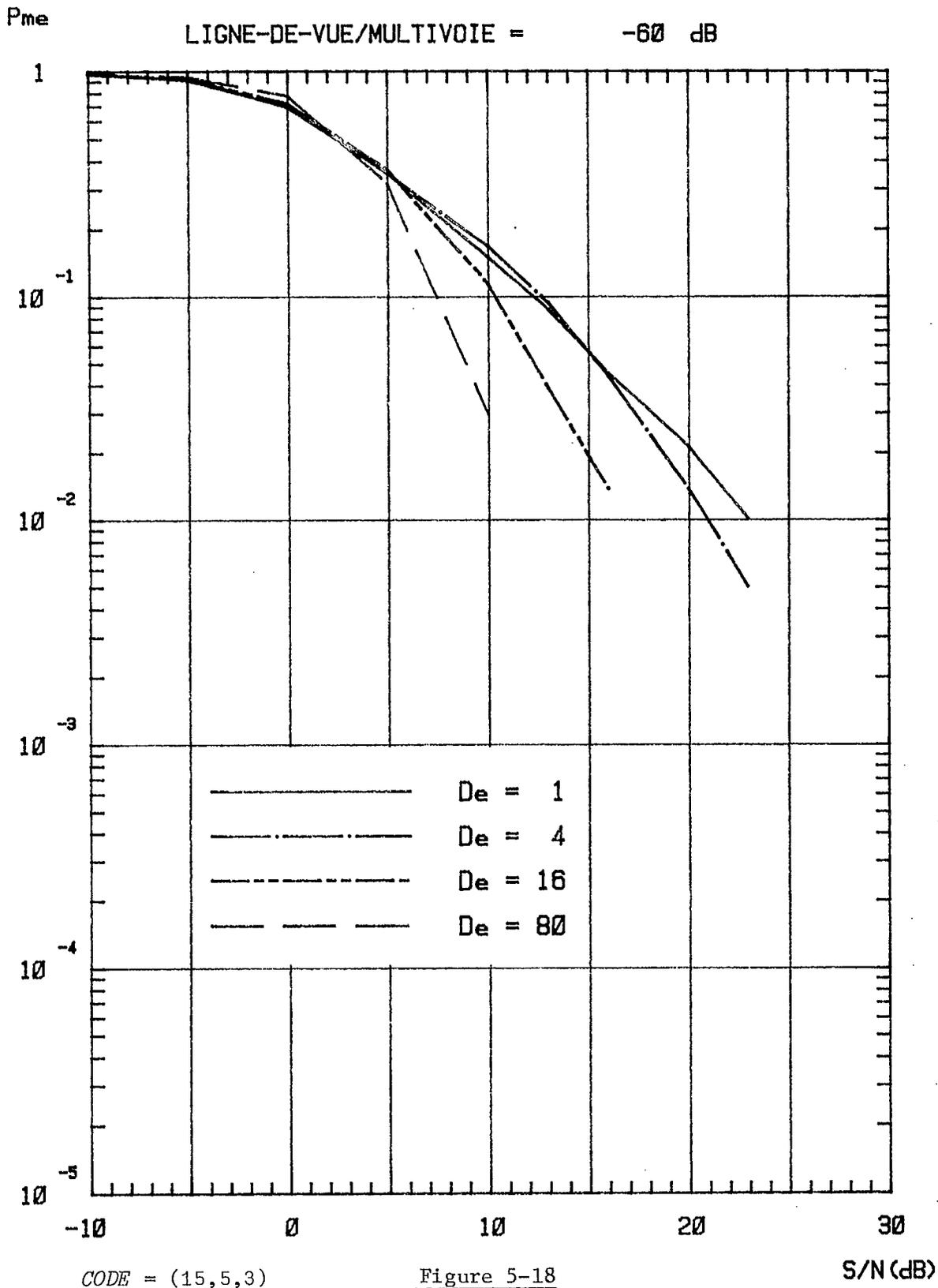


CODE = (15,1,7)

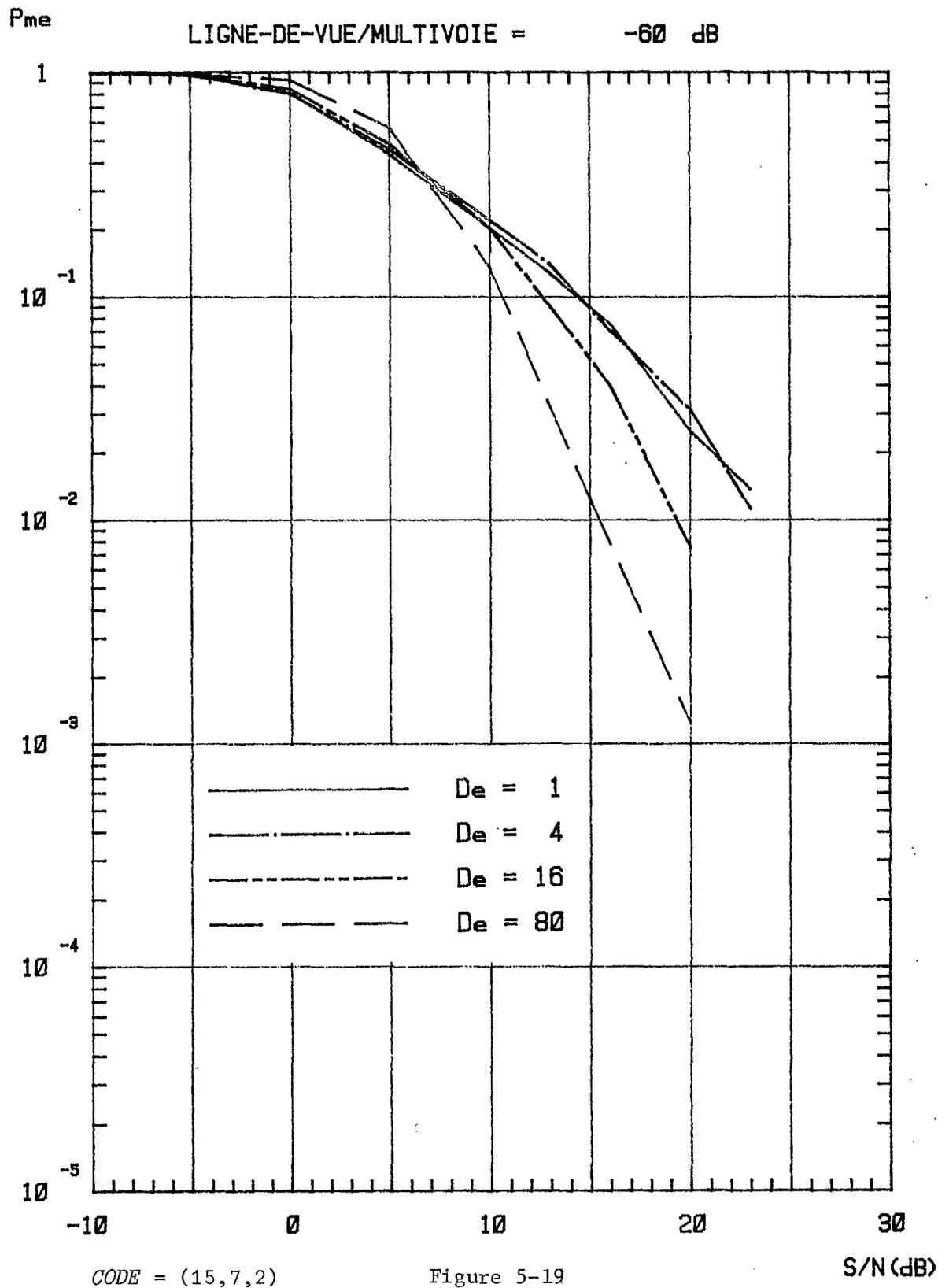
Figure 5-17

S/N (dB)

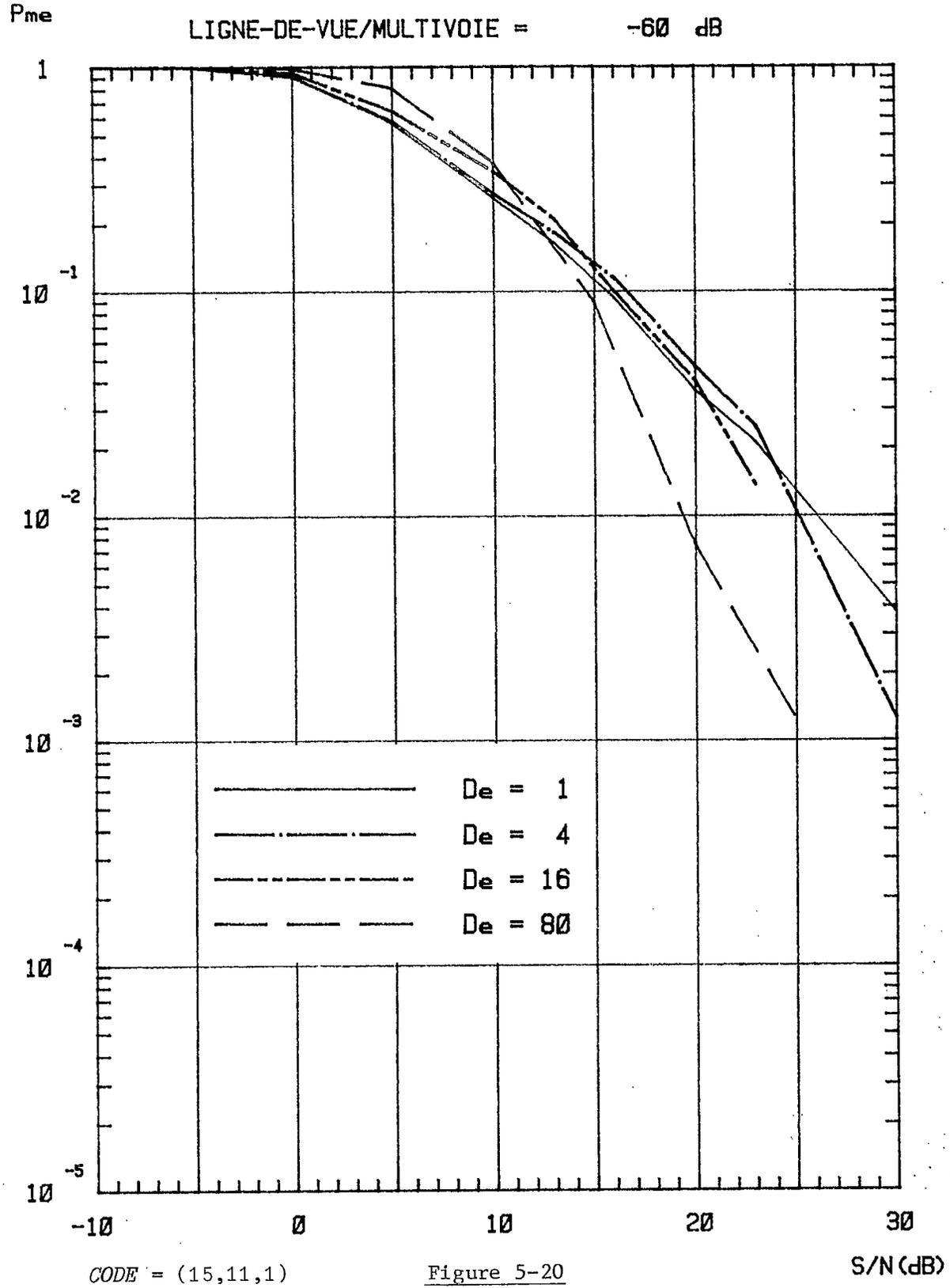
FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB



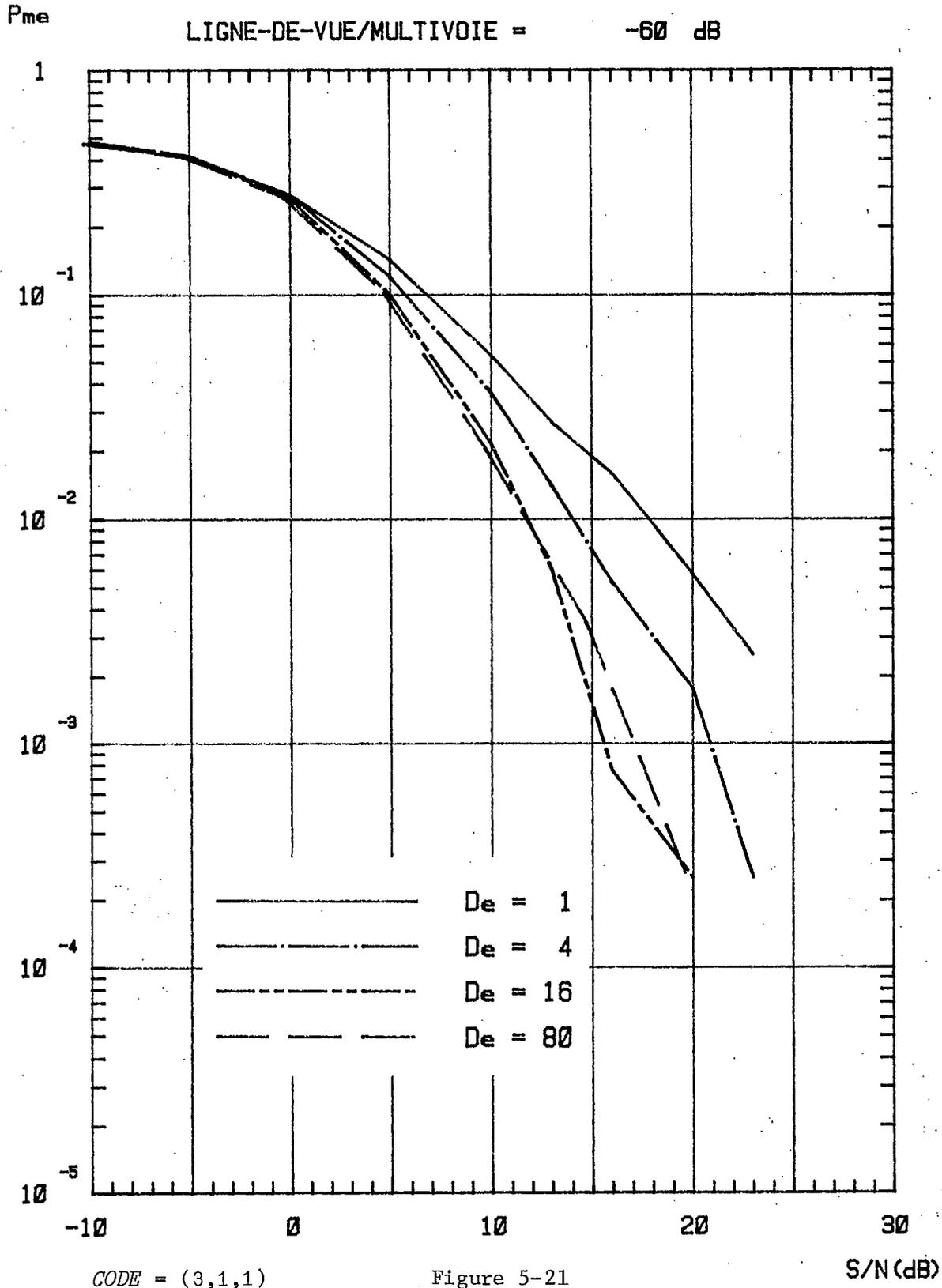
FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/e
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB



FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

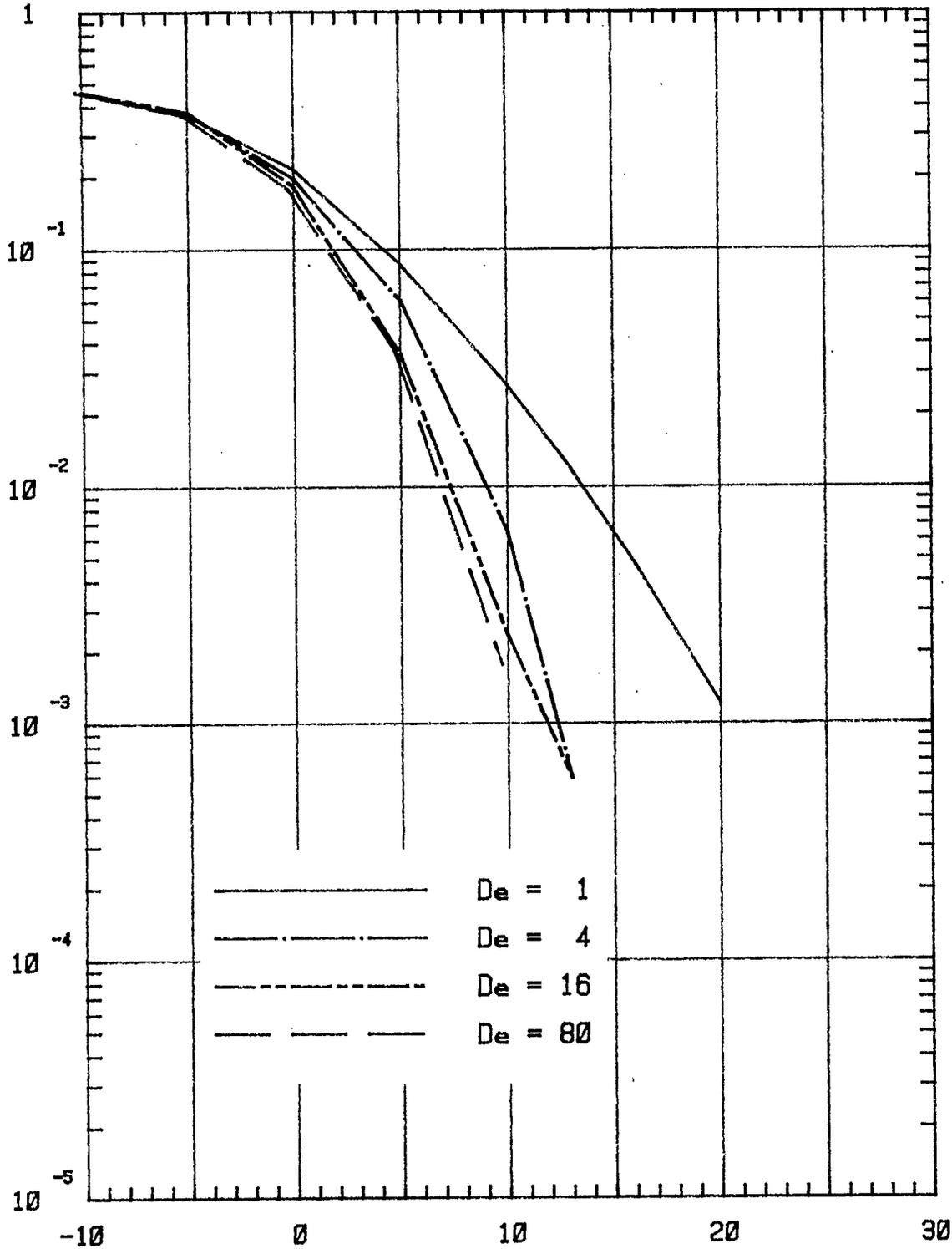


FREQUENCE = 800 MHz
VITESSE = 90 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB



FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

P_{me}

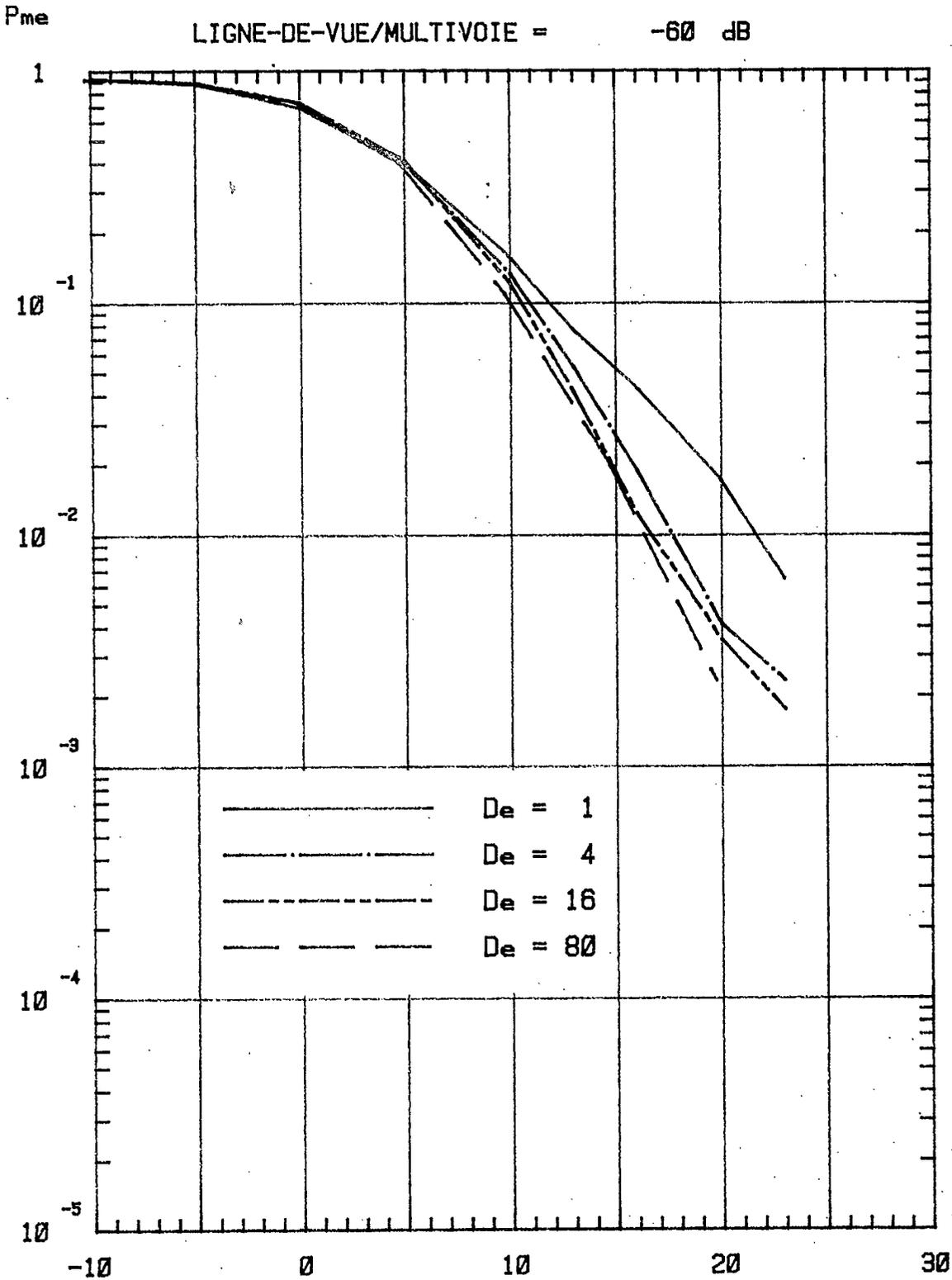


CODE = (7,1,3)

Figure 5-22

S/N (dB)

FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

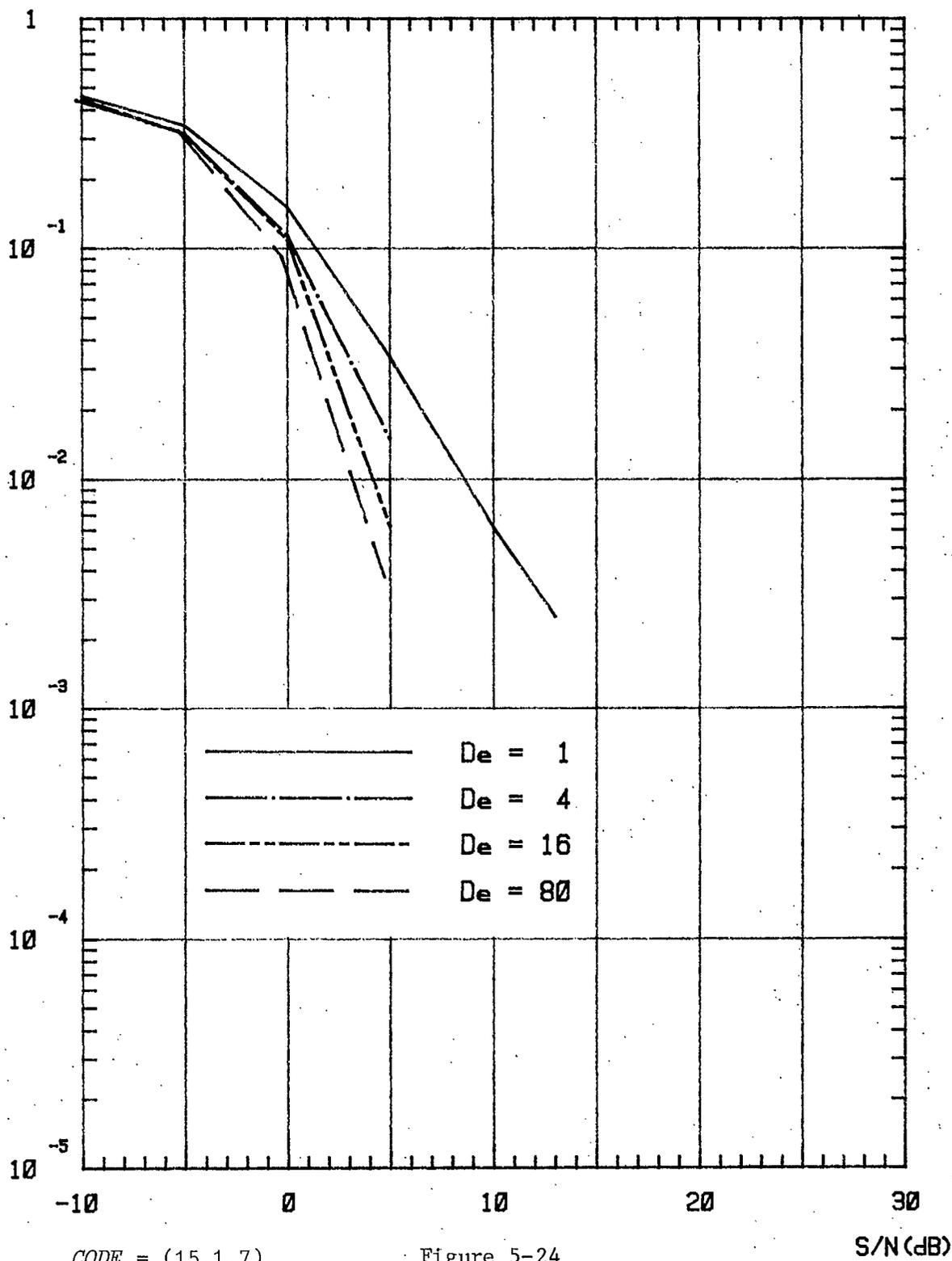


CODE = (7,4,1)

Figure 5-23

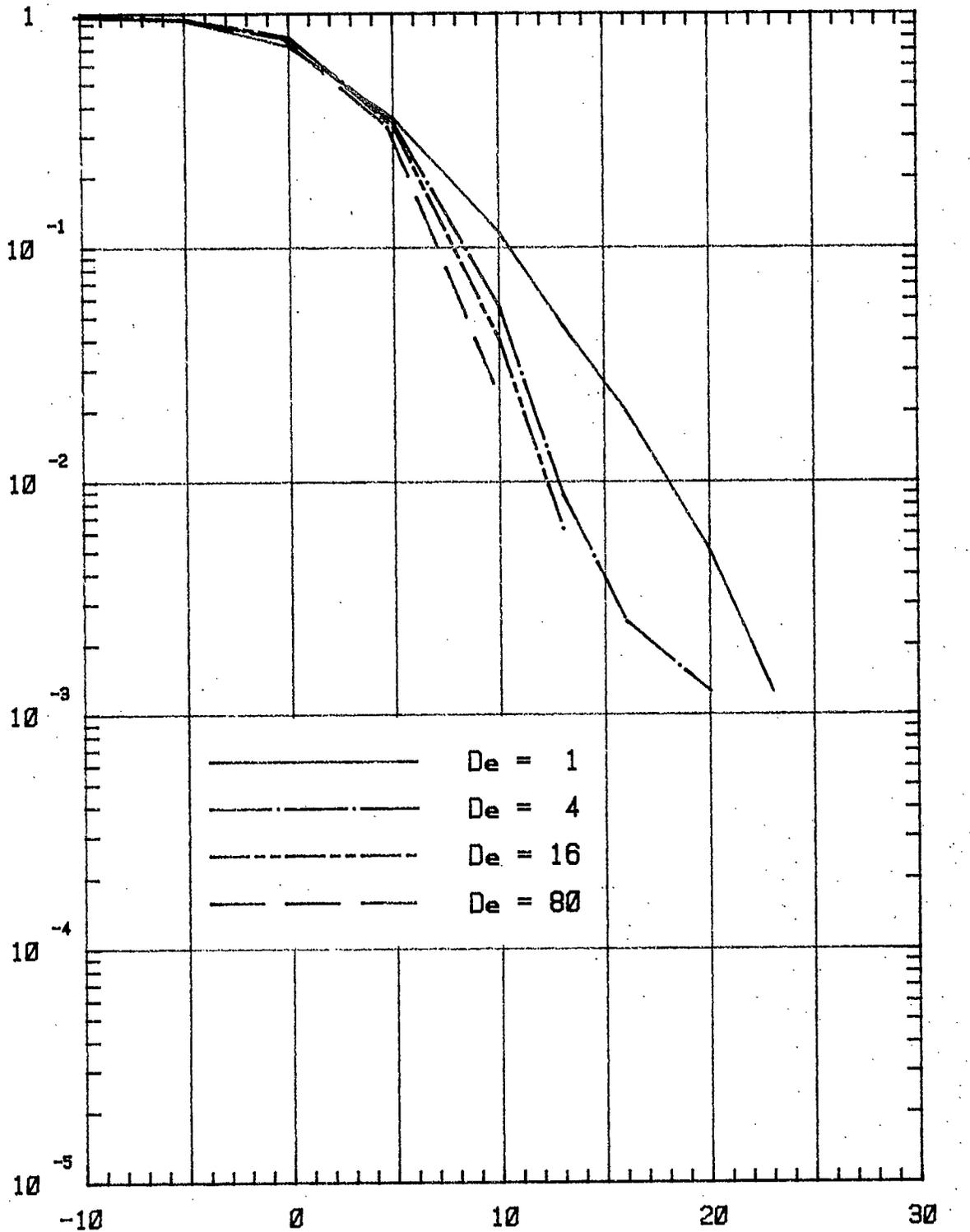
S/N (dB)

FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/e
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

P_{me}

FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/e
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB

P_{me}

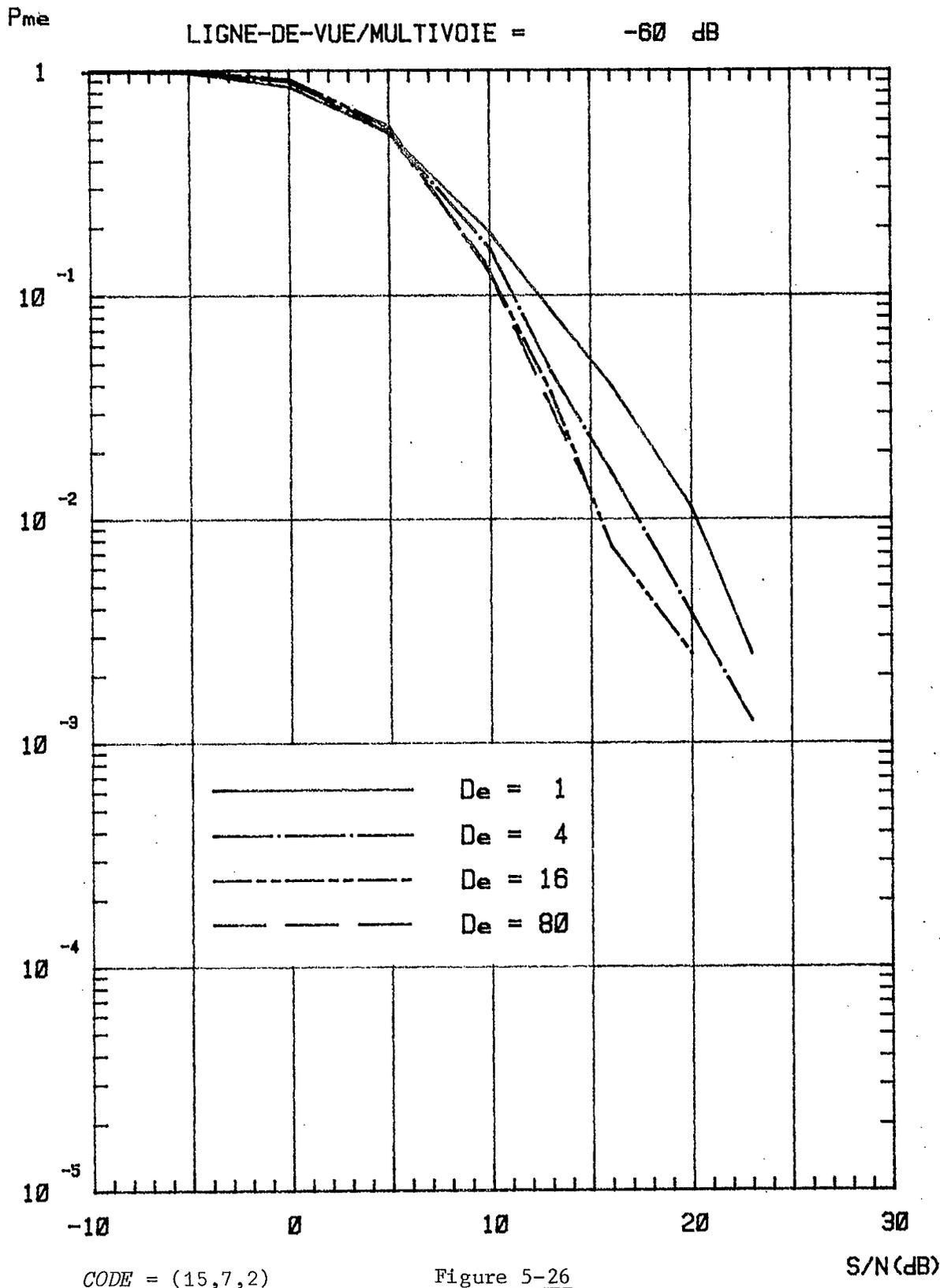


CODE = (15,5,3)

Figure 5-25

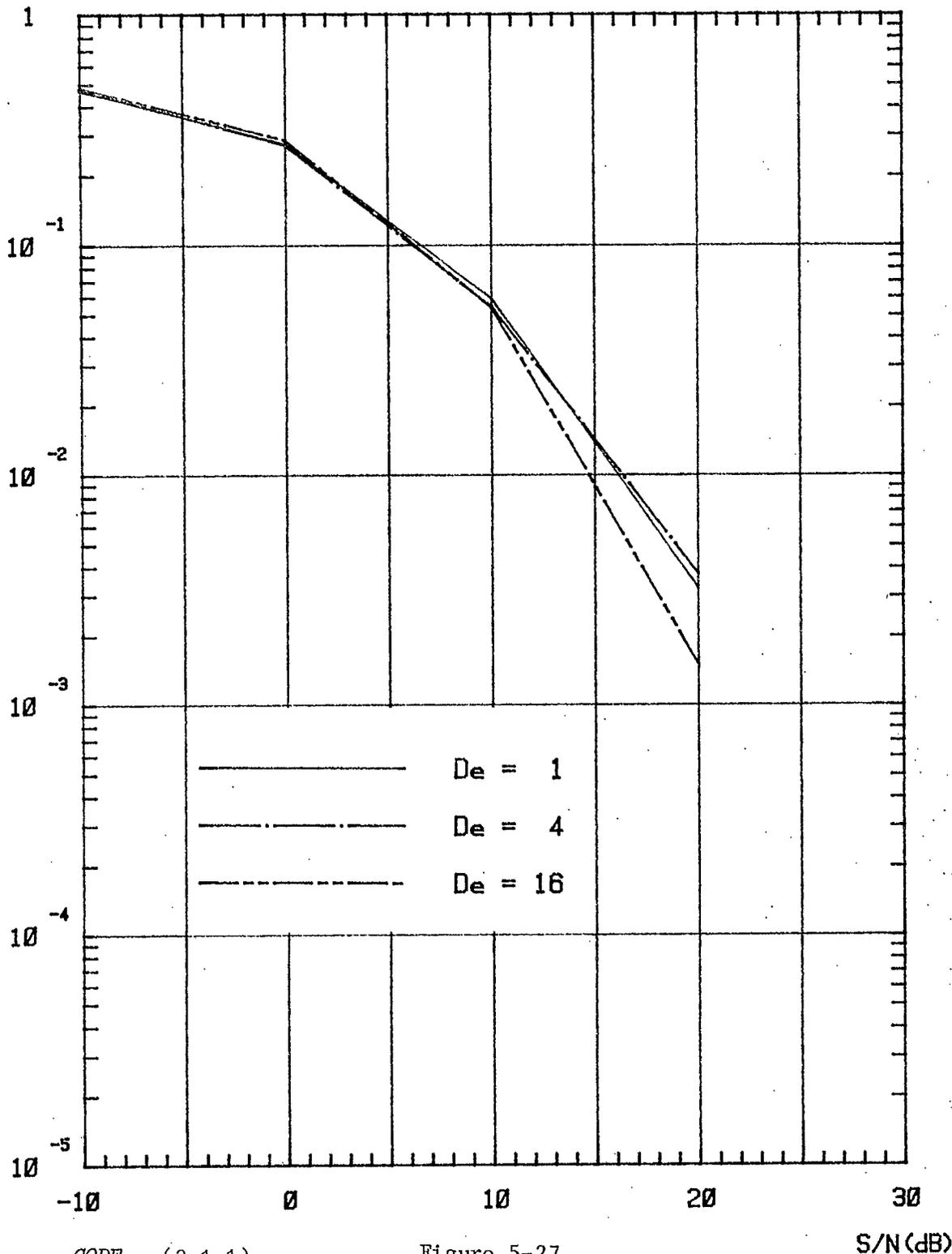
S/N (dB)

FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -60 dB



FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB

P_{me}



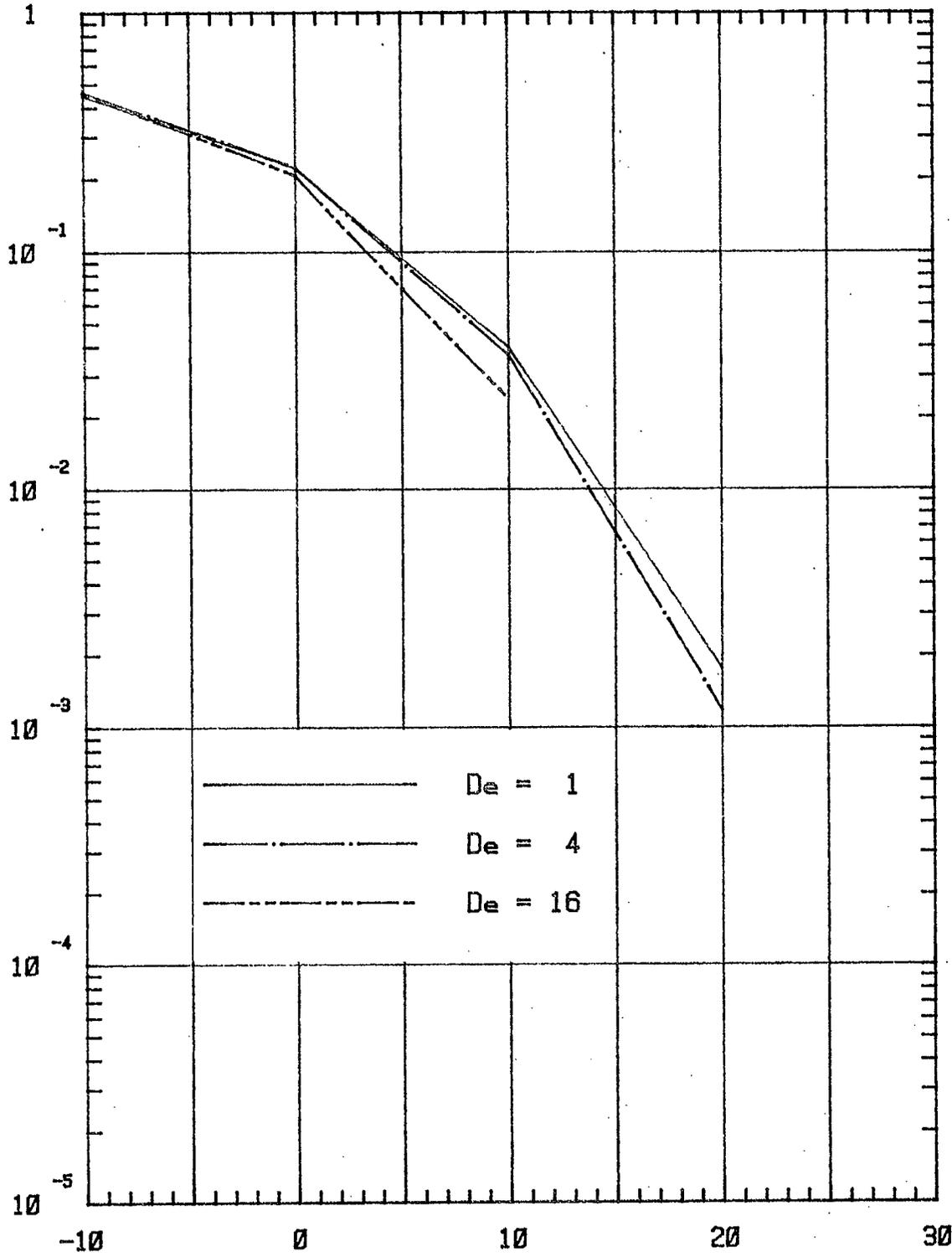
CODE = (3,1,1)

Figure 5-27

S/N (dB)

FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB

P_{me}

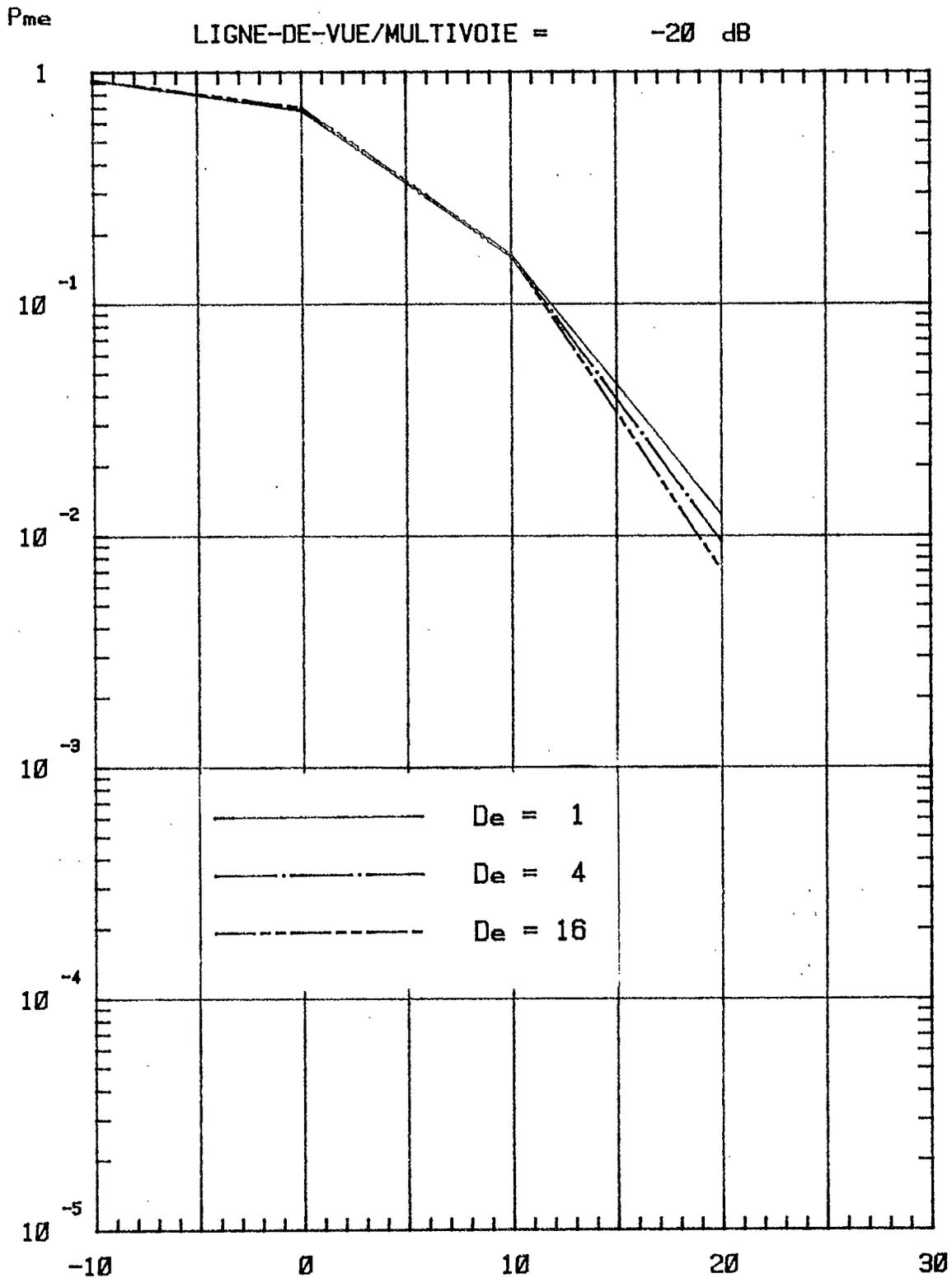


CODE = (7,1,3)

Figure 5-28

S/N (dB)

FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB



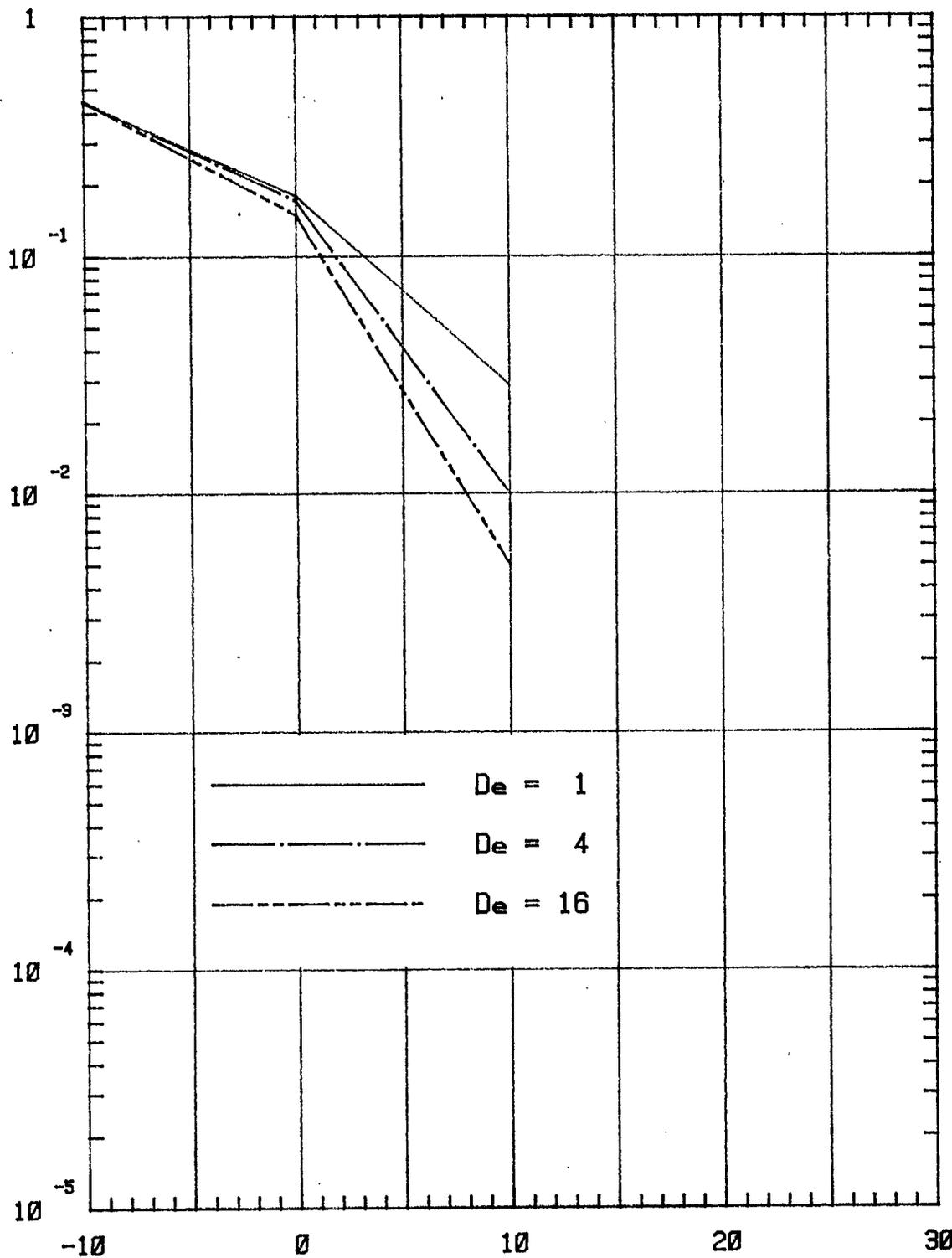
CODE = (7,4,1)

Figure 5-29

S/N (dB)

FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB

P_{me}

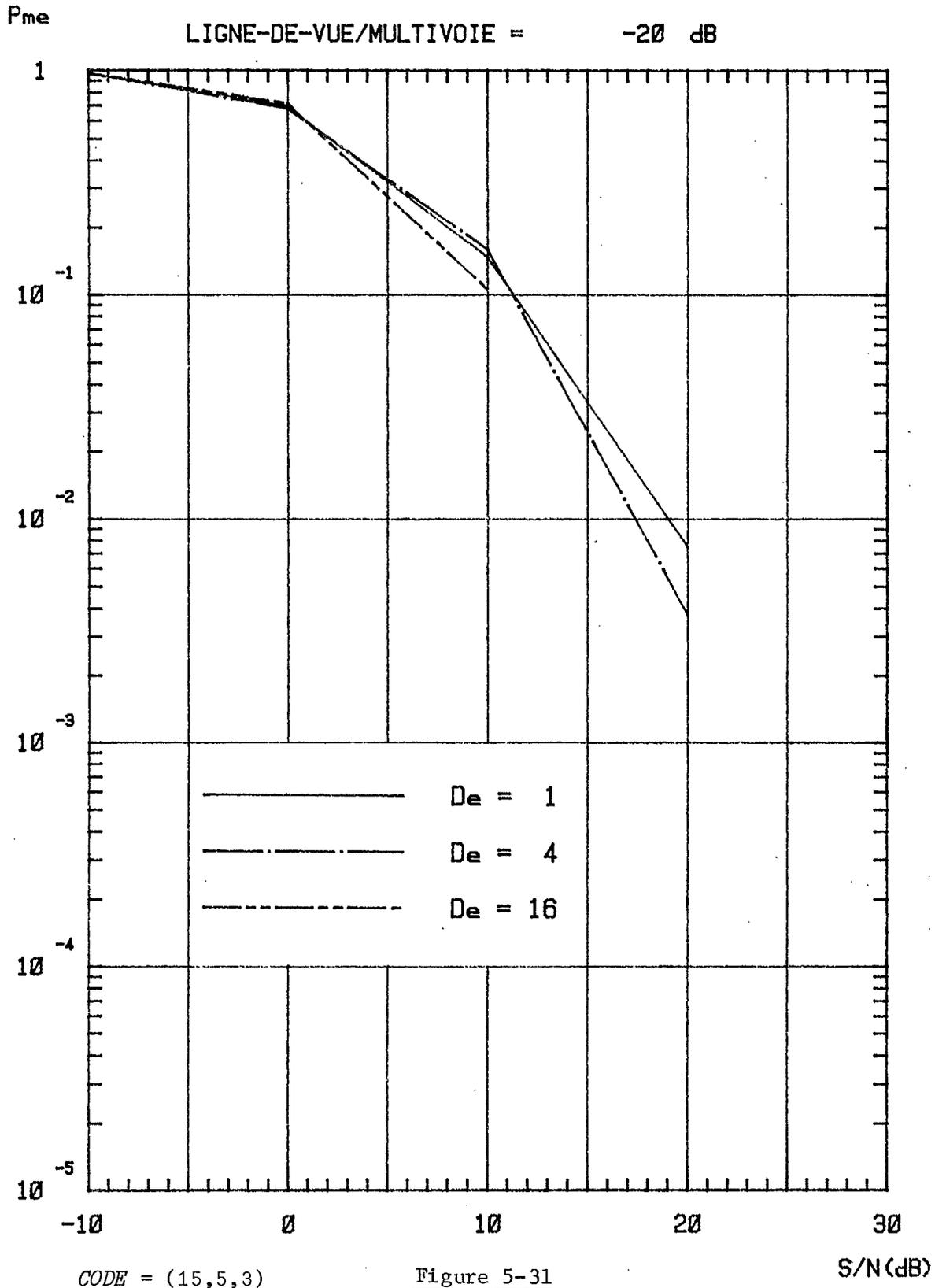


CODE = (15,1,7)

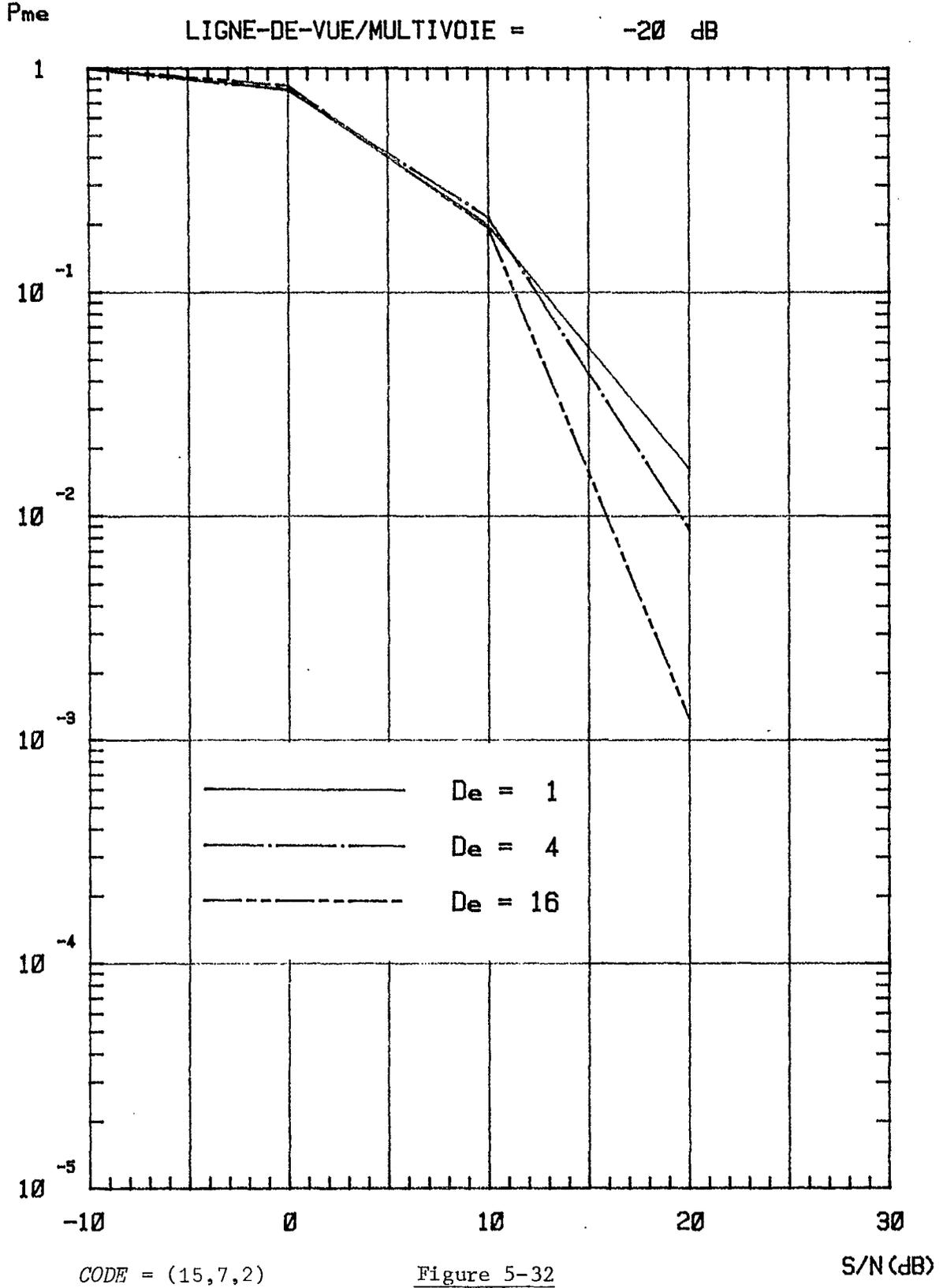
Figure 5-30

S/N (dB)

FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/e
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB

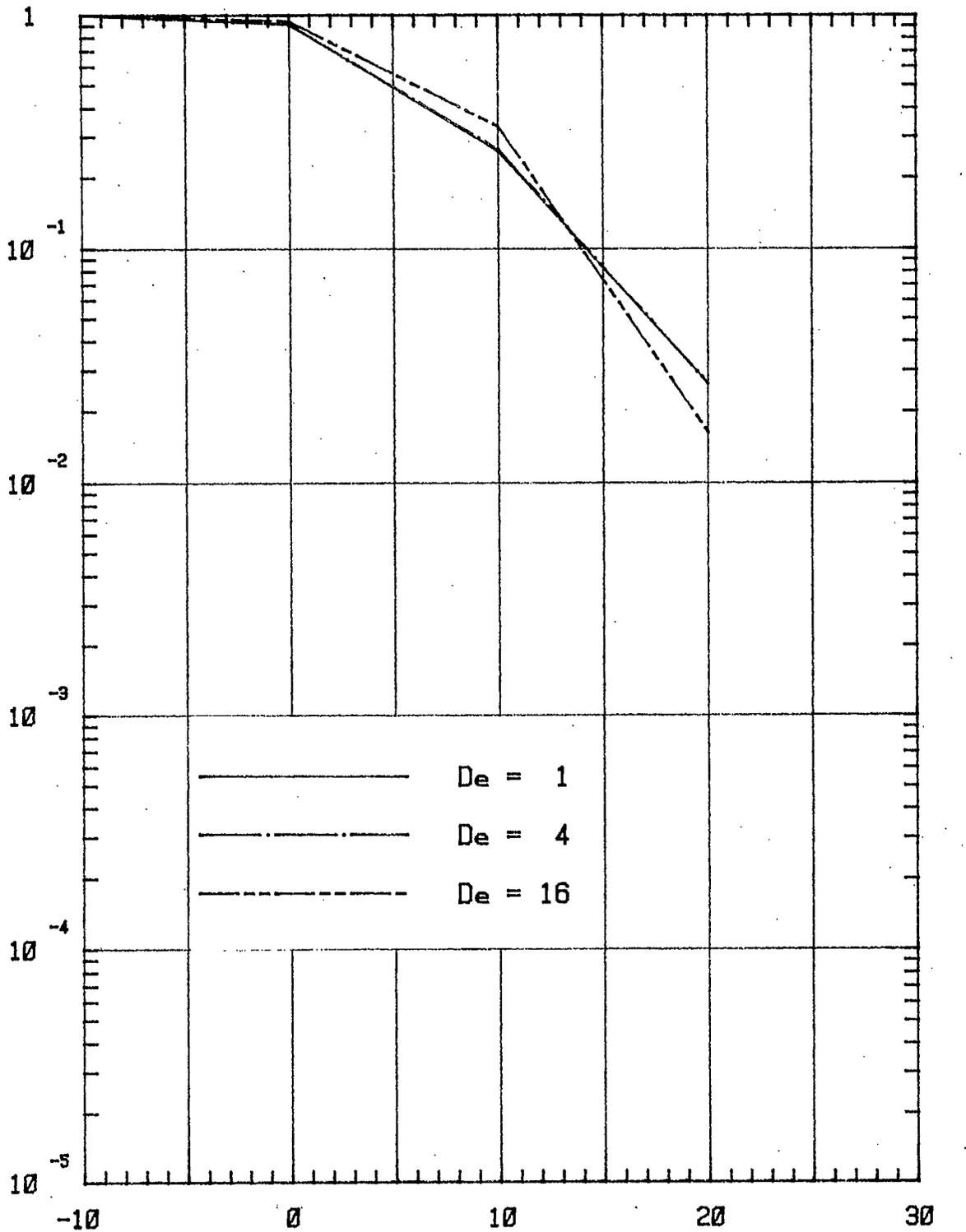


FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/e
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB



FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB

P_{me}



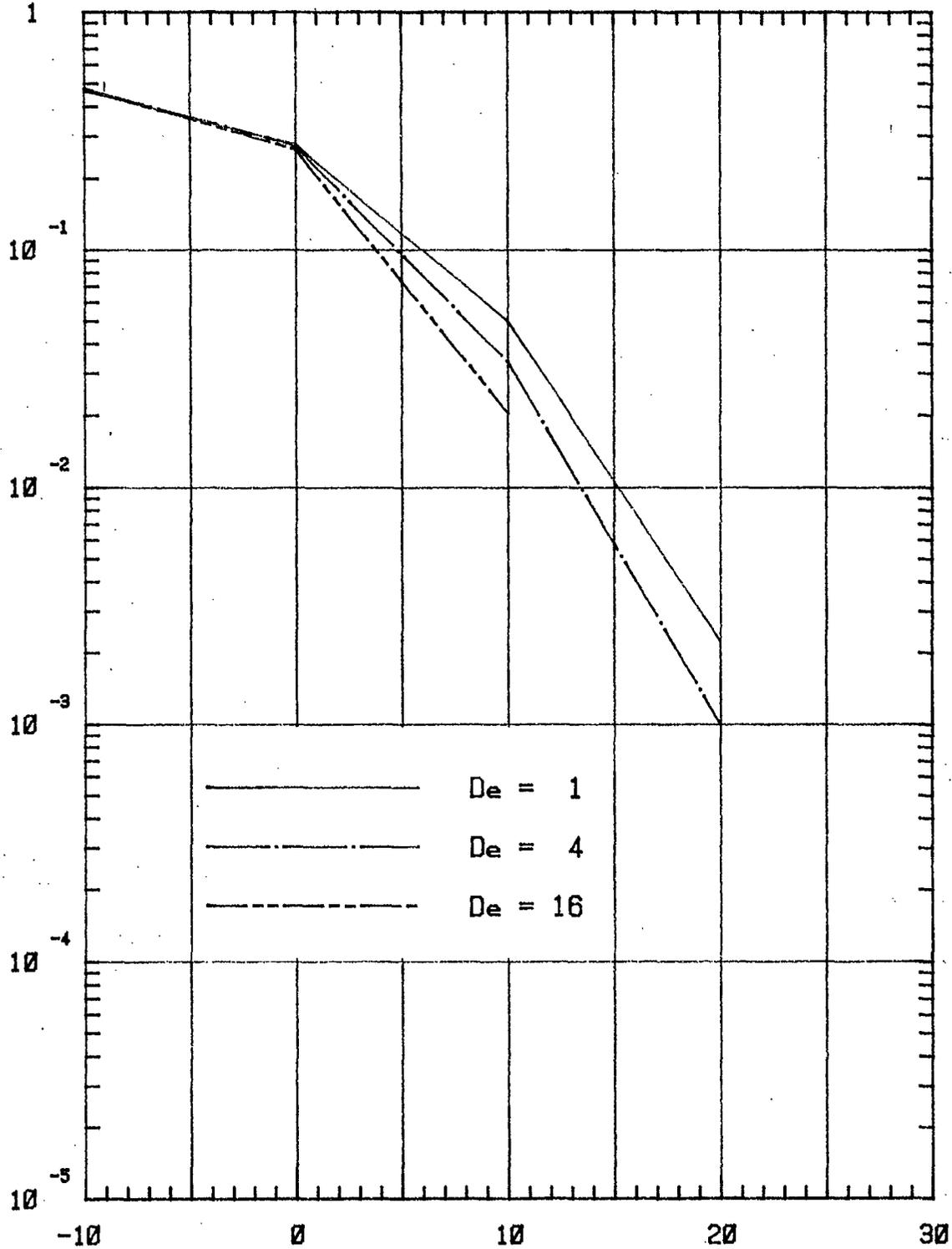
CODE = (15,11,1)

Figure 5-33

S/N (dB)

FREQUENCE = 800 MHz
VITESSE = 90 km/h
TAUX = 1200 bits/e
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB

P_{me}

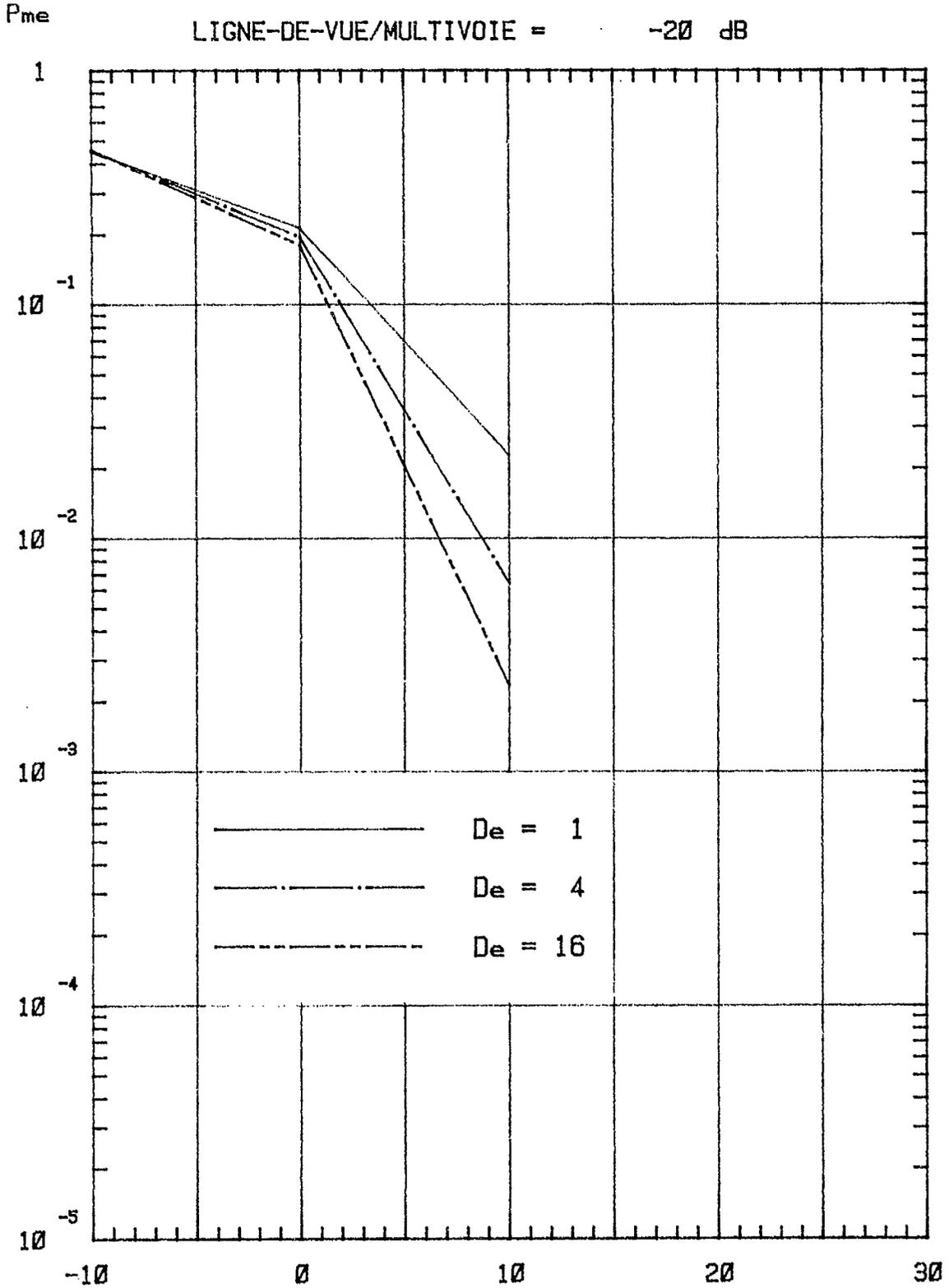


CODE = (3,1,1)

Figure 5-34

S/N (dB)

FREQUENCE = 800 MHz
VITESSE = 90 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB

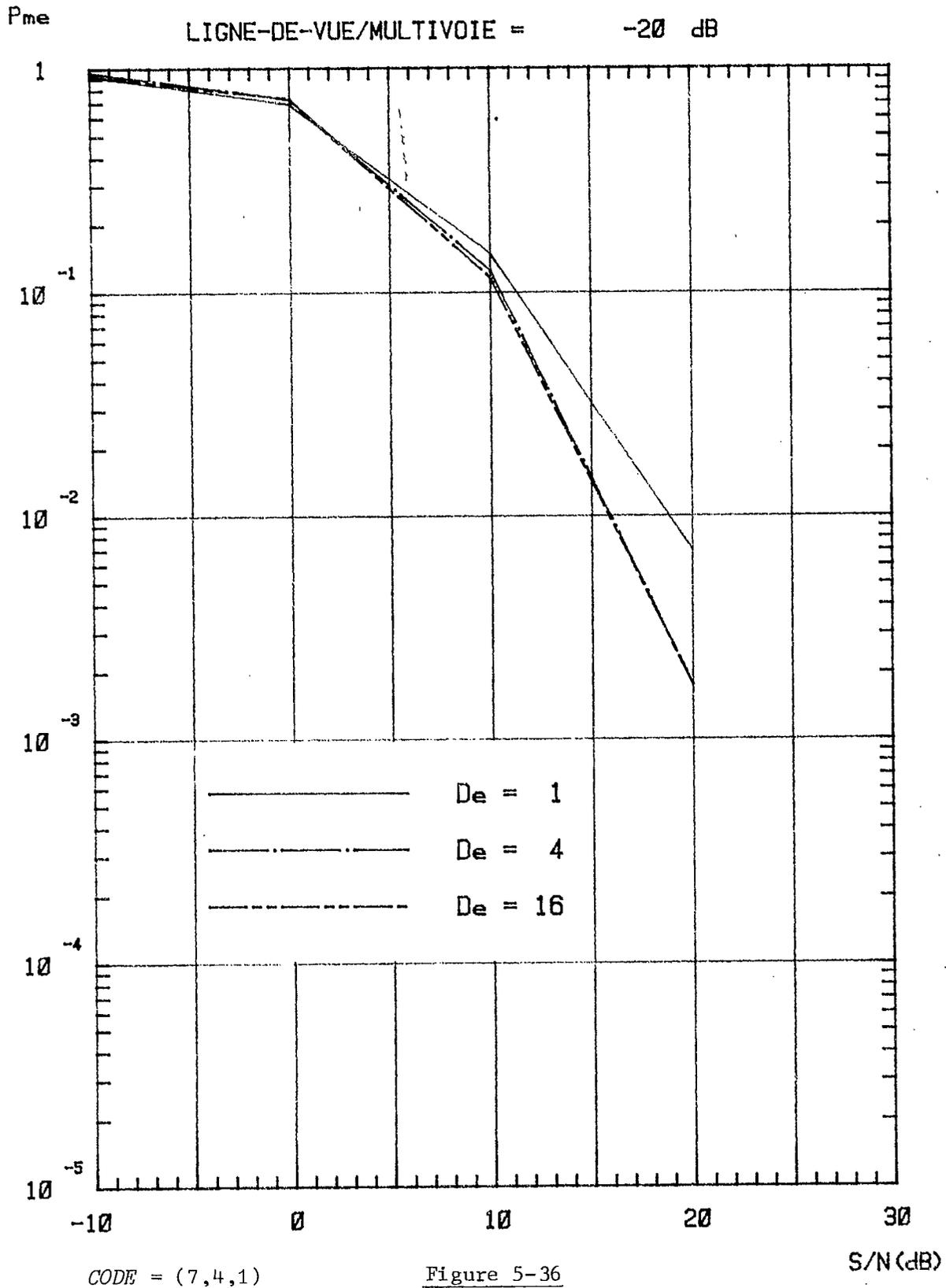


CODE = (7,1,3)

Figure 5-35

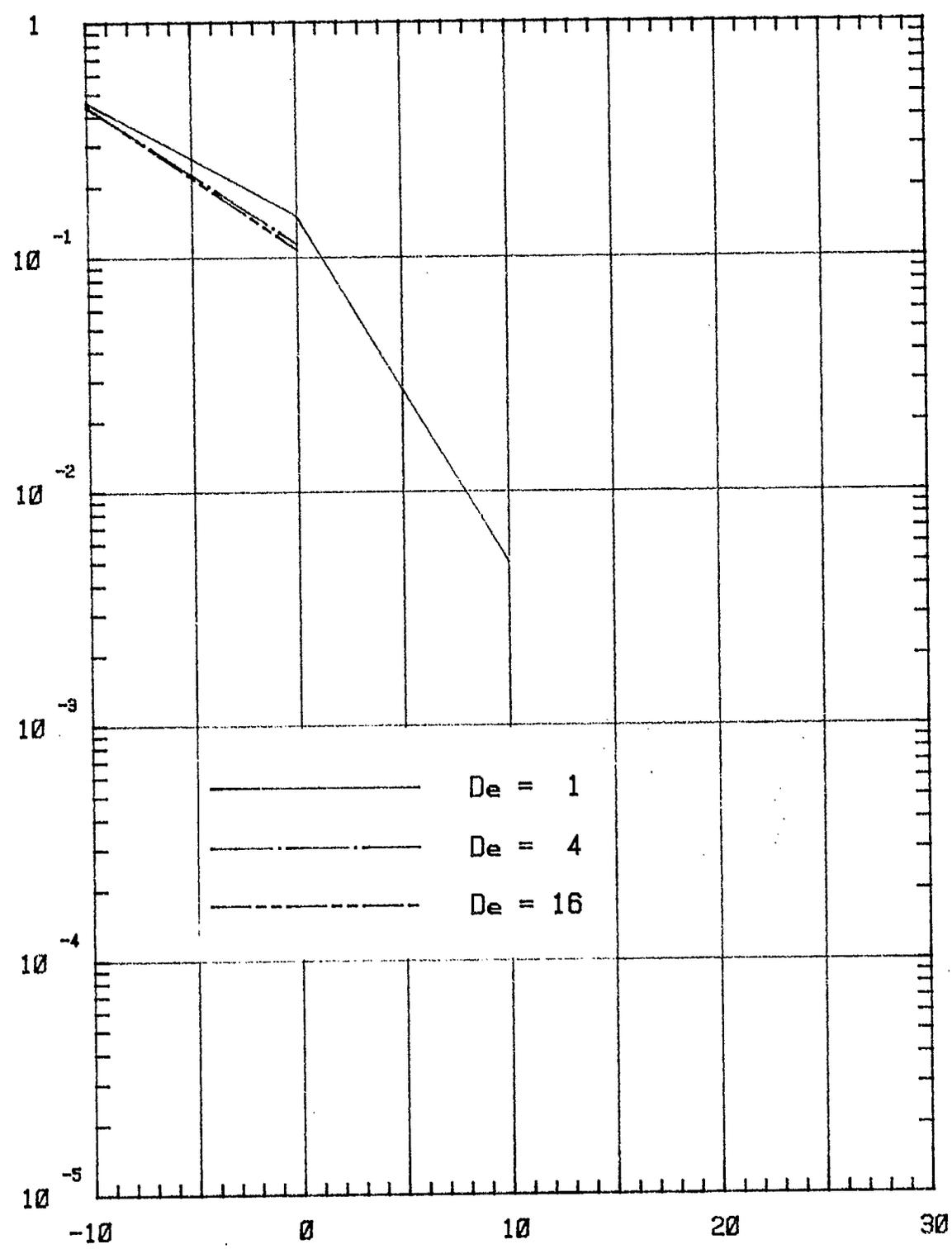
S/N (dB)

FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/e
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB



FREQUENCE = 800 MHz
VITESSE = 90 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB

P_{me}

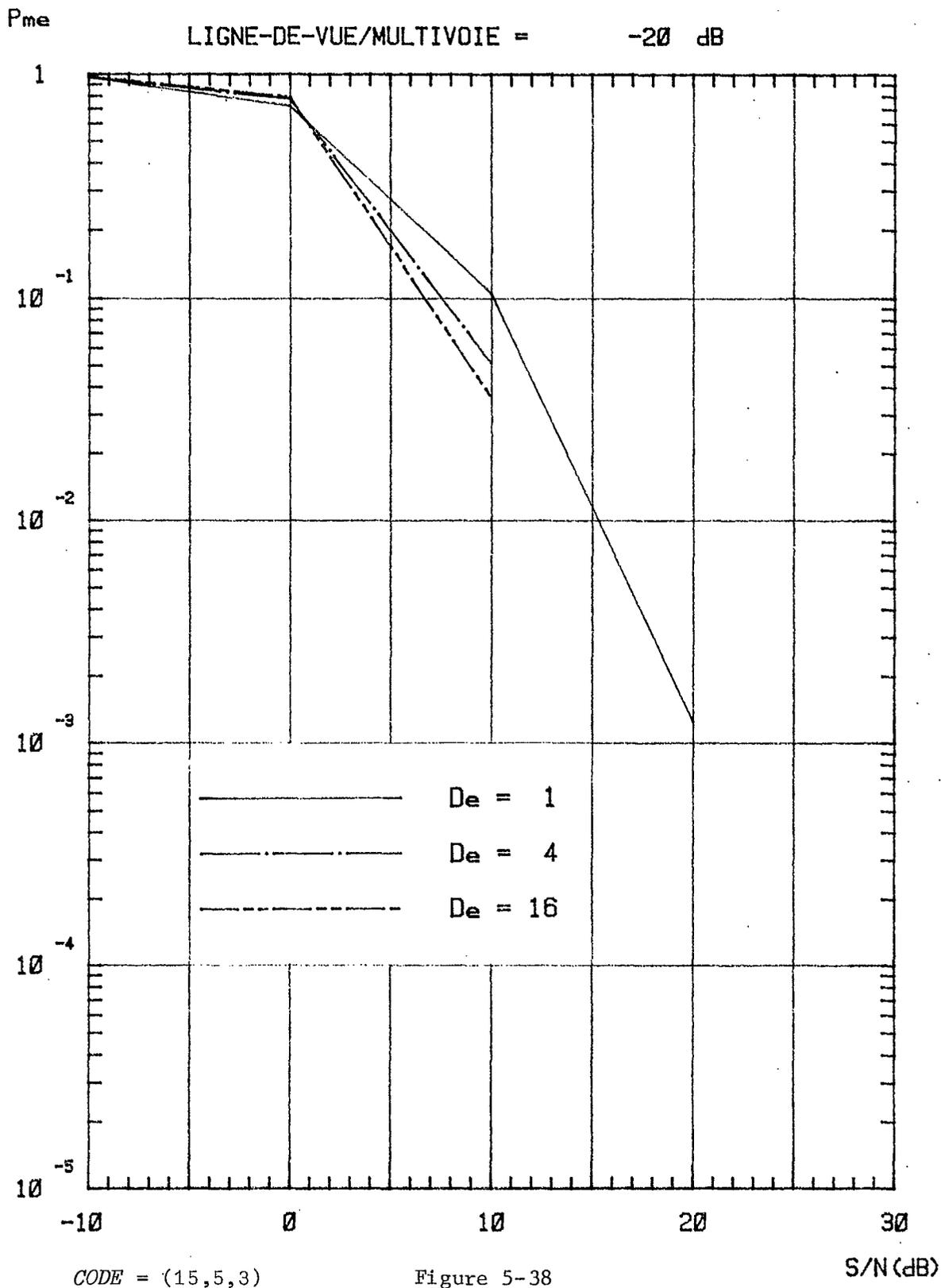


CODR = (15,1,7)

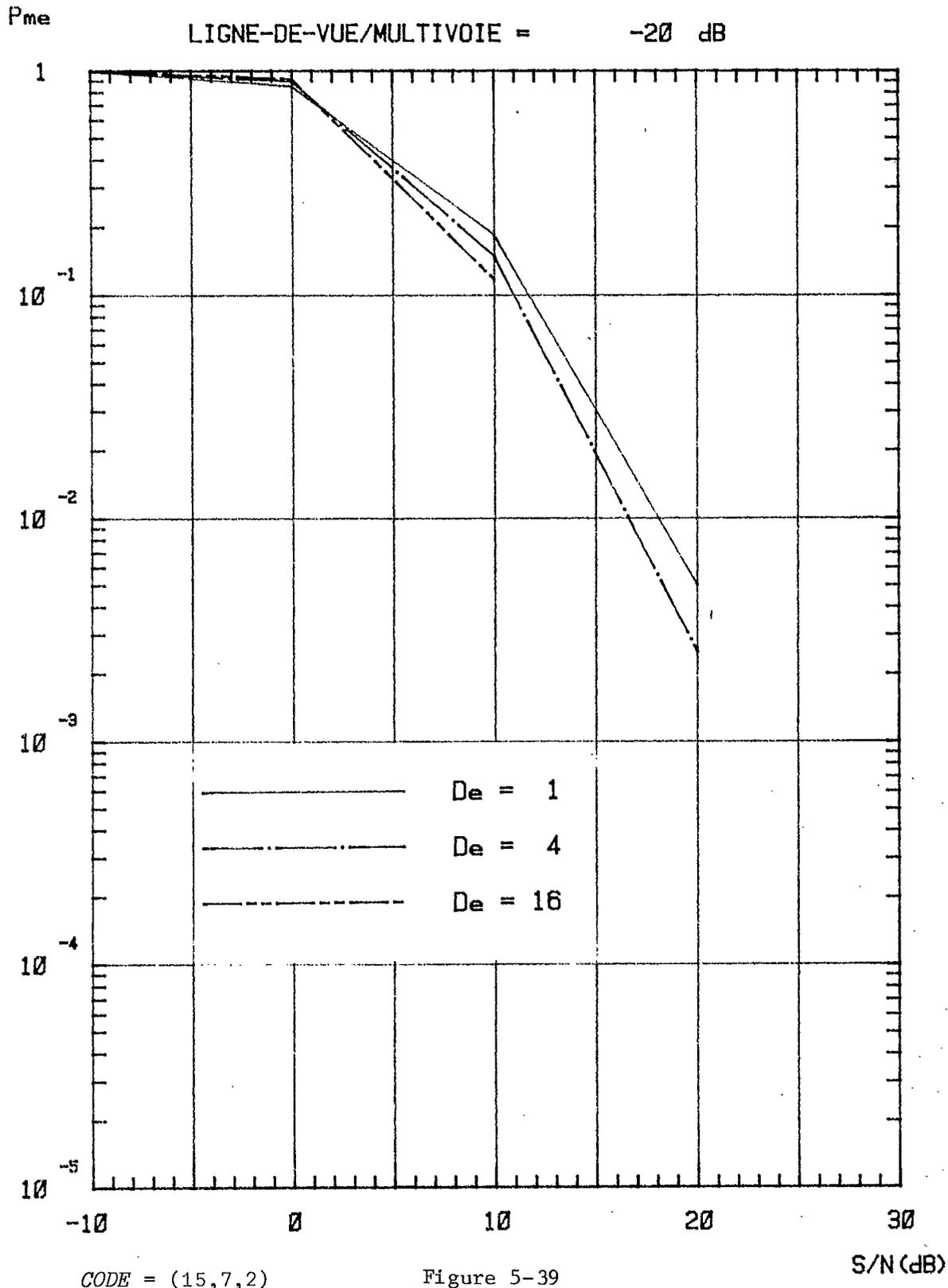
Figure 5-37

S/N (dB)

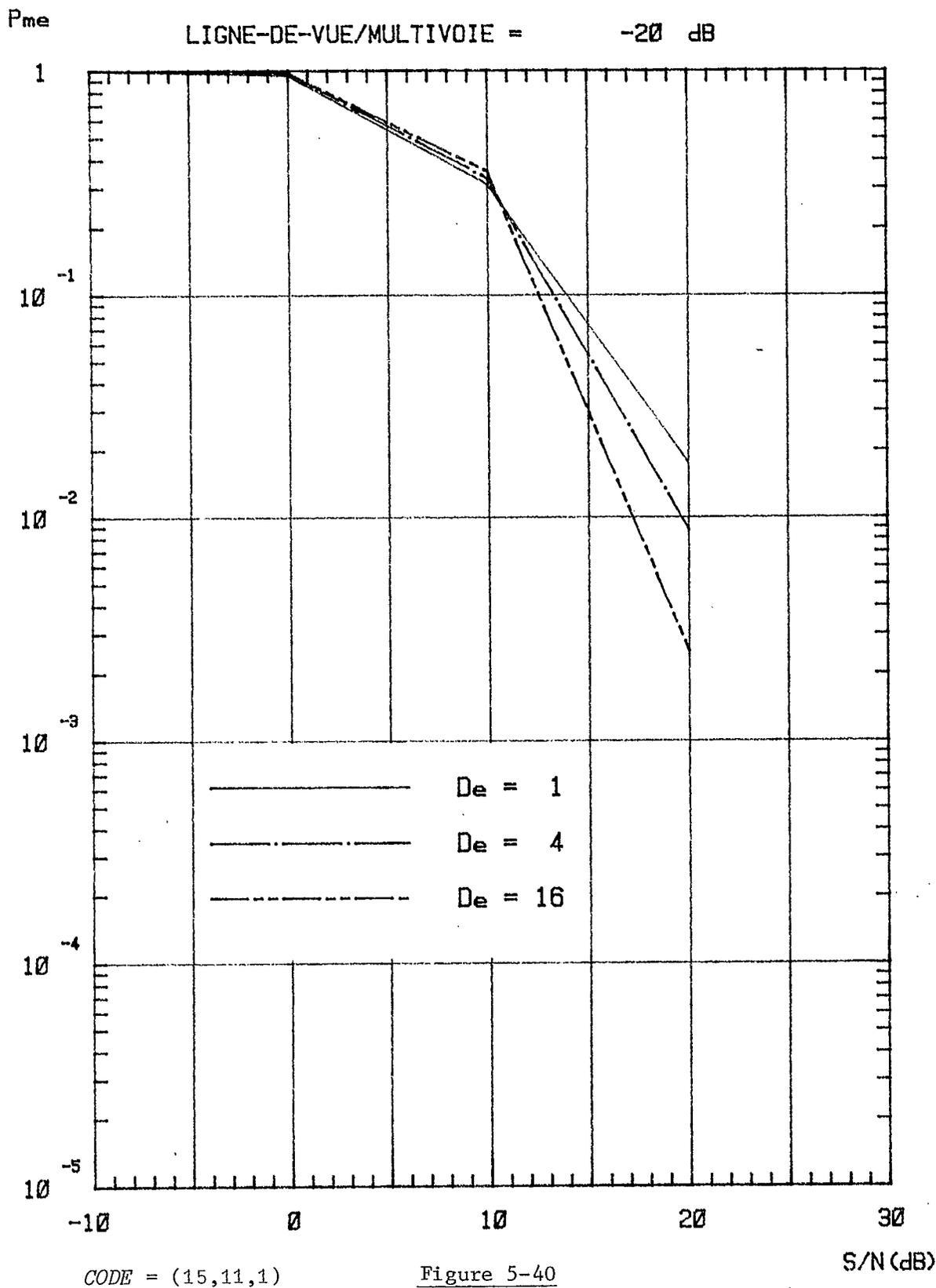
FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB



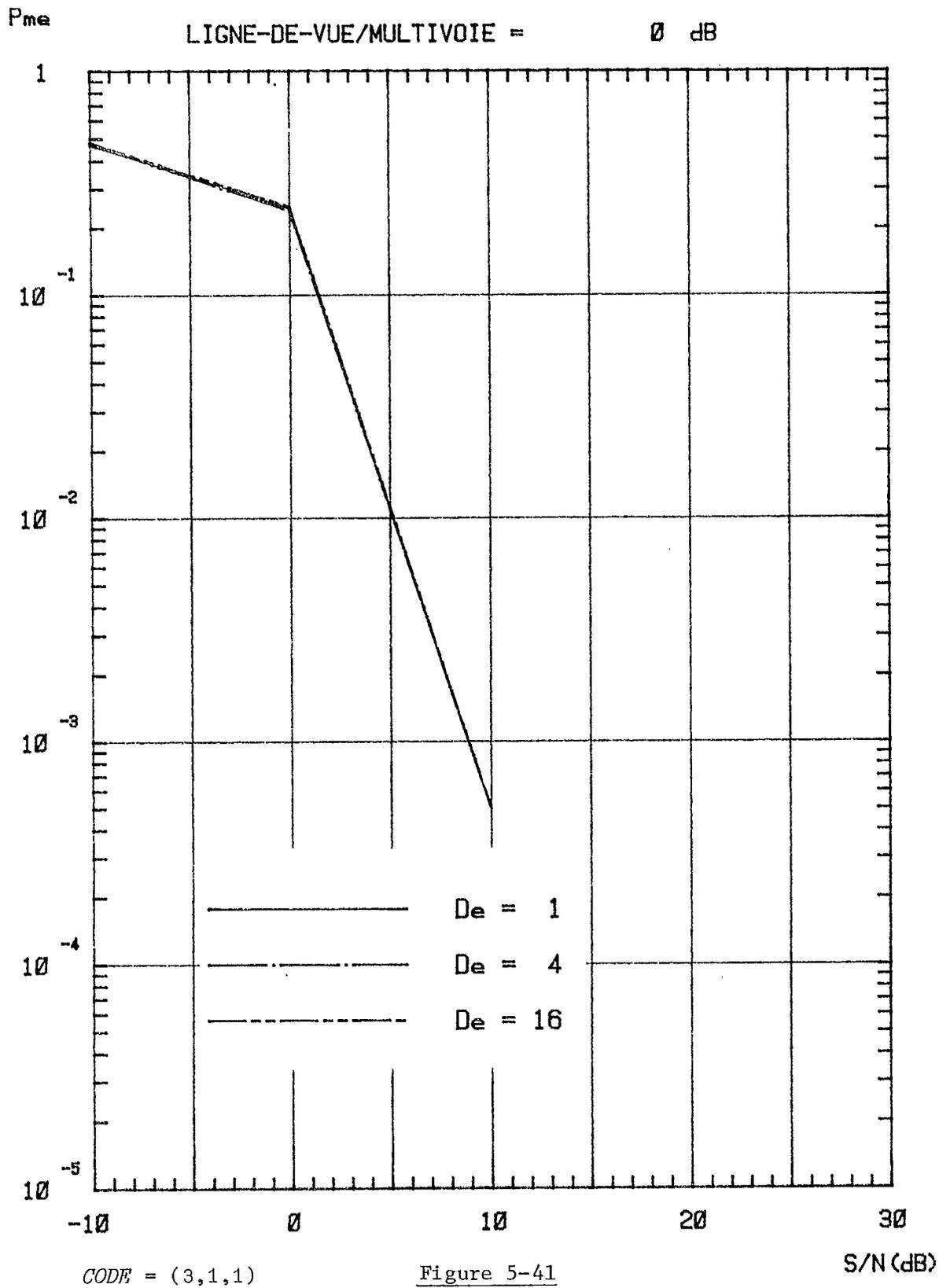
FREQUENCE = 800 MHz
VITESSE = 90 km/h
TAUX = 1200 bits/e
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB



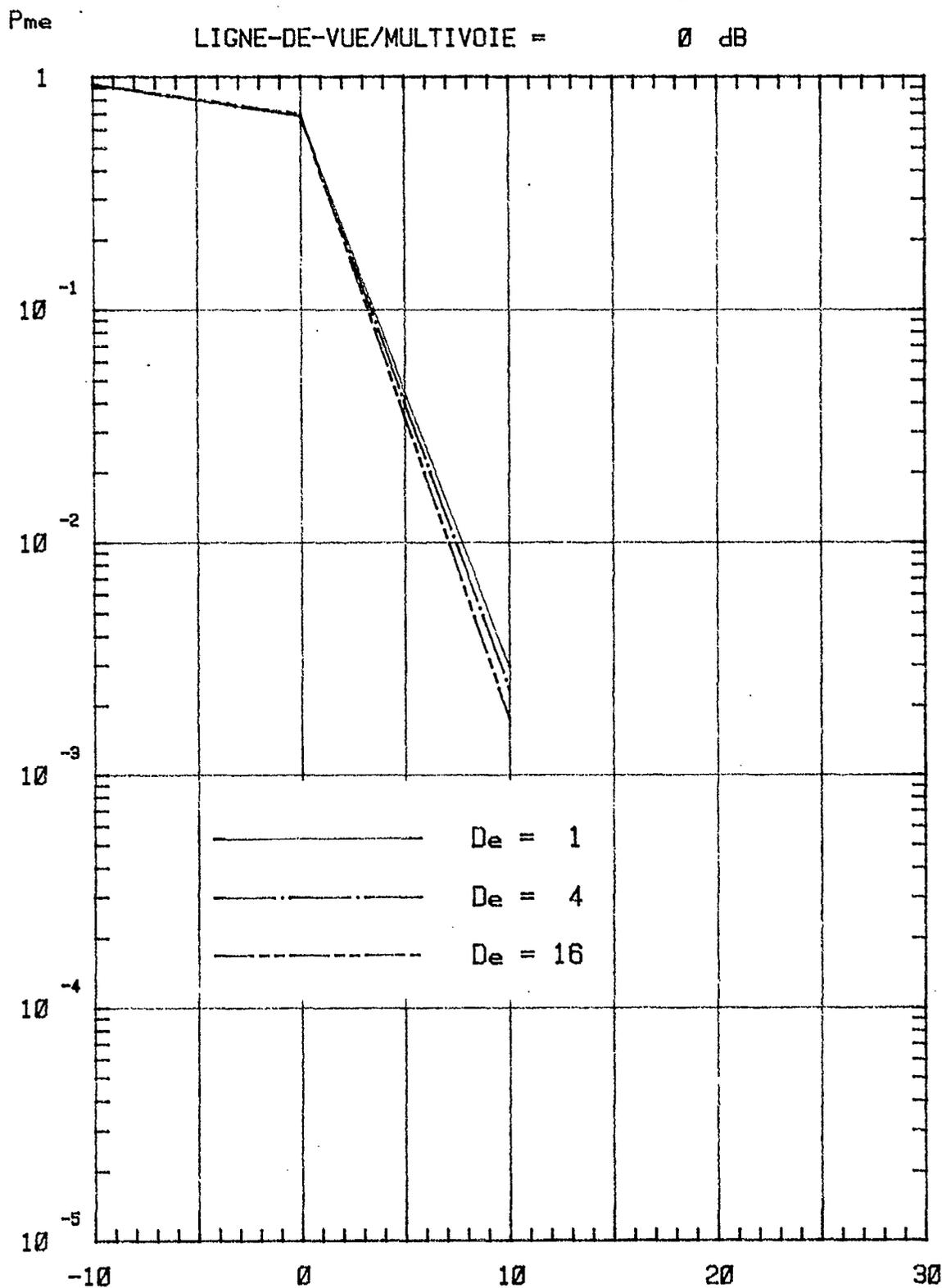
FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = -20 dB



FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = 0 dB



FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/e
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = 0 dB



CODE = (7,4,1)

Figure 5-42

S/N (dB)

FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/e
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = 0 dB

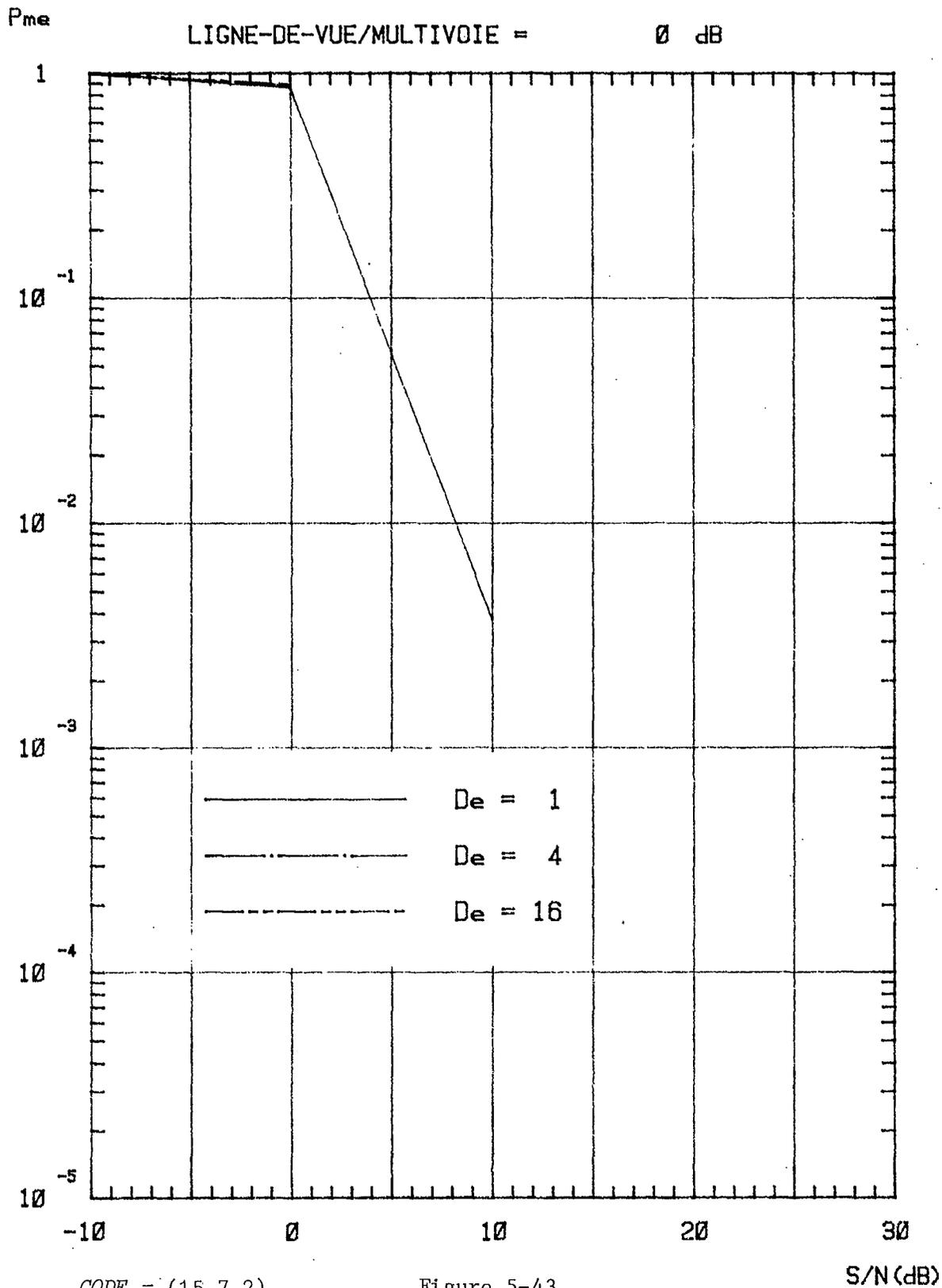
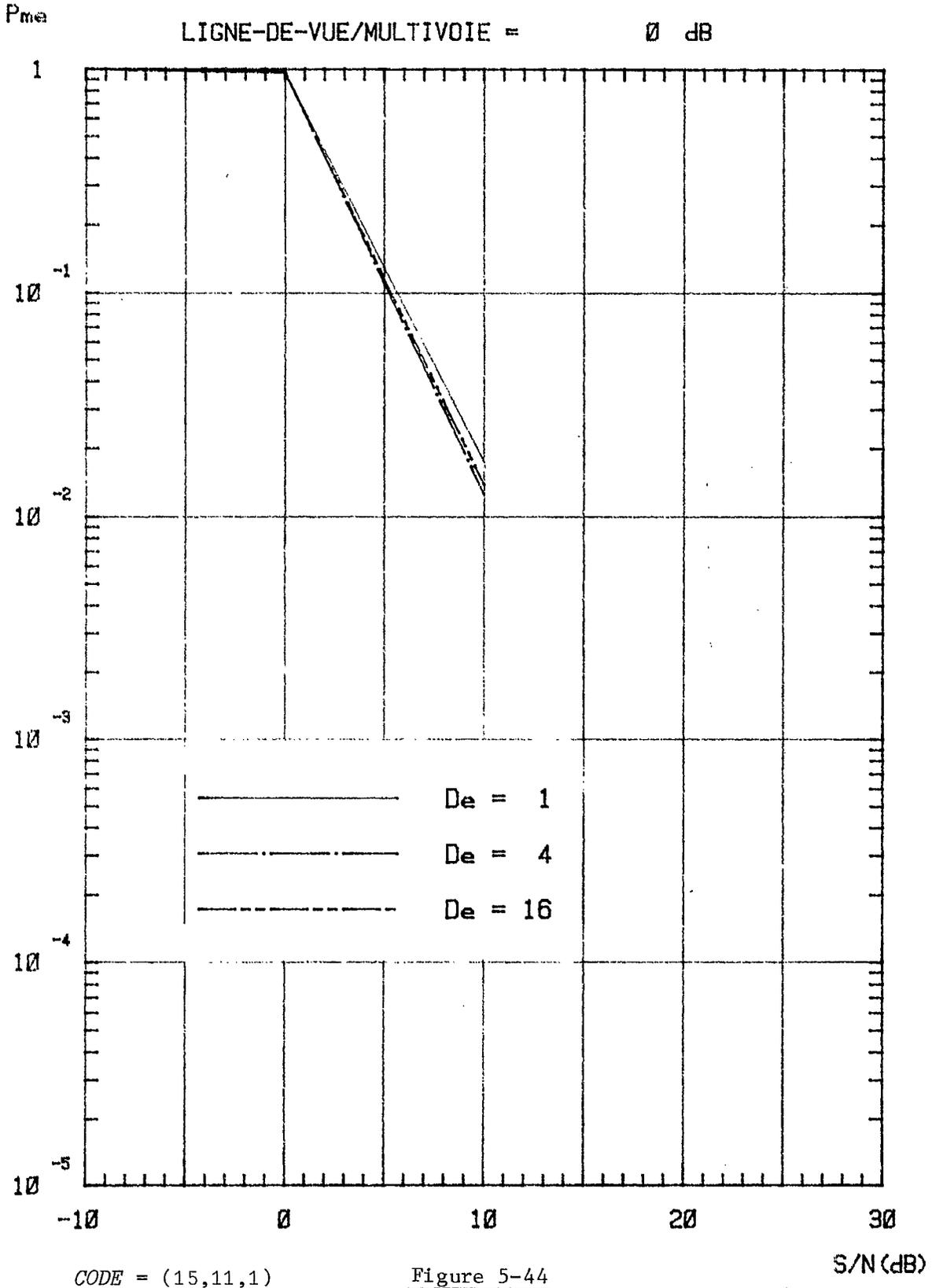


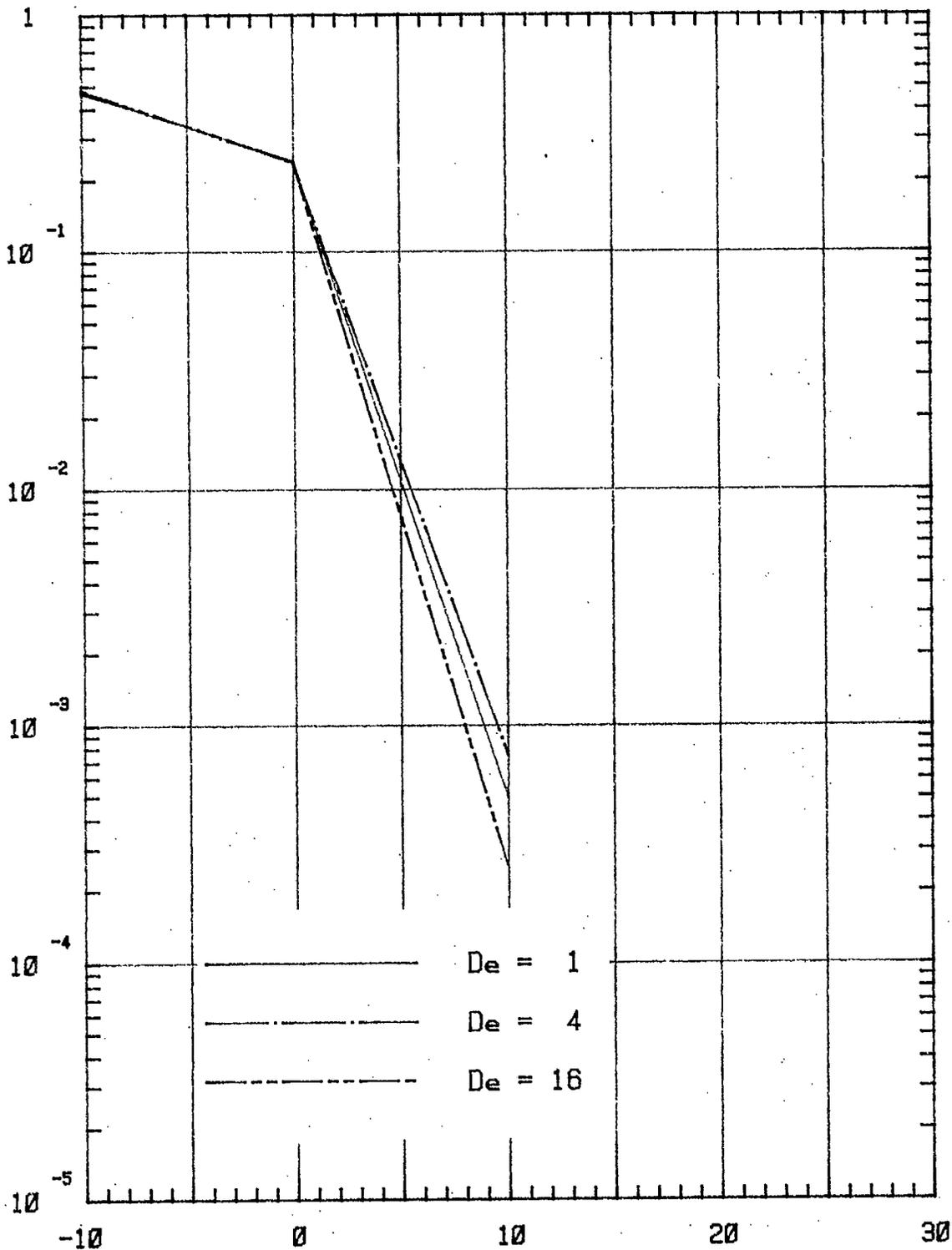
Figure 5-43

FREQUENCE = 800 MHz
VITESSE = 90 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = 0 dB



FREQUENCE = 800 MHz
 VITESSE = 90 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = 0 dB

P_{me}



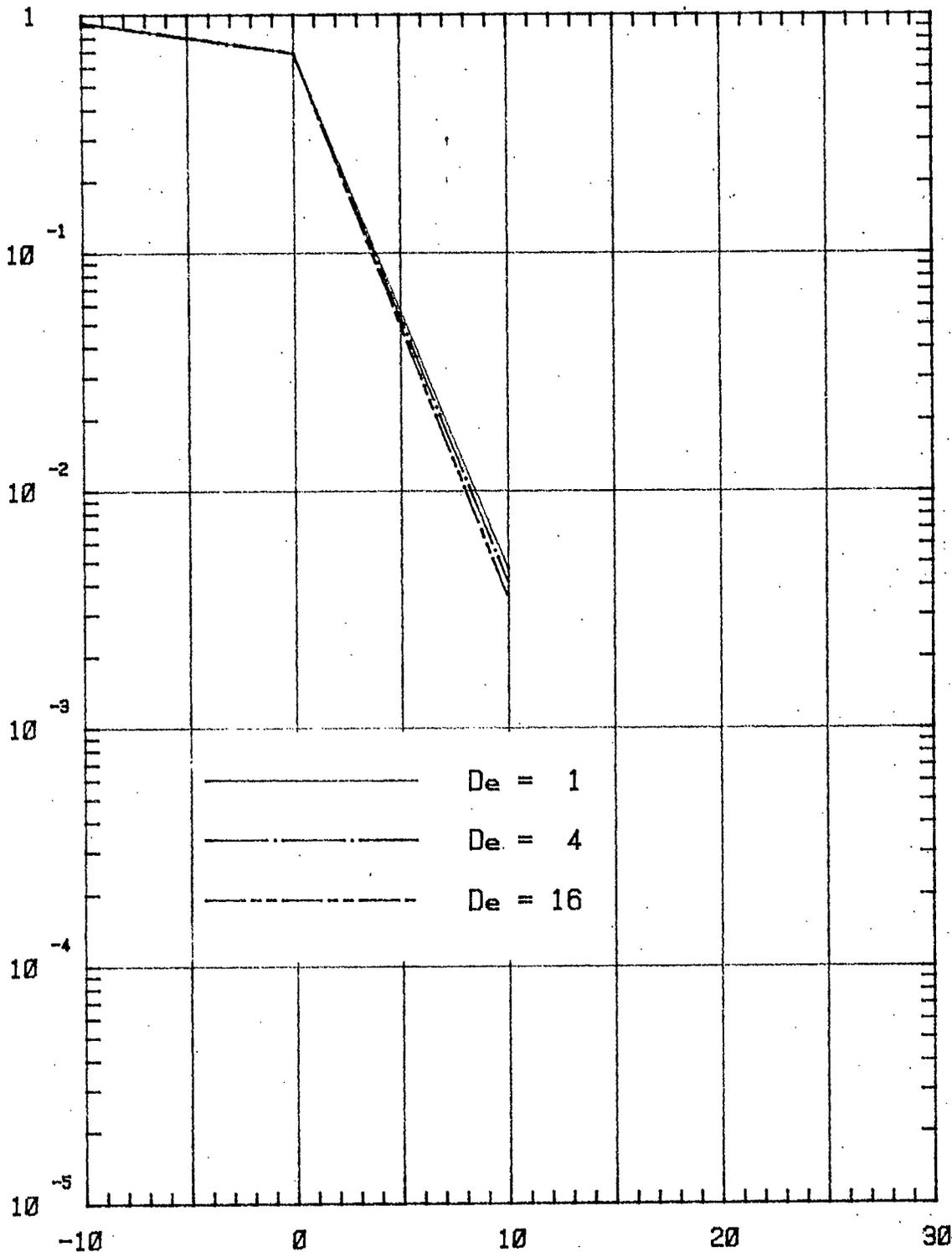
CODE = (3,1,1)

Figure 5-45

S/N (dB)

FREQUENCE = 150 MHz
 VITESSE = 30 km/h
 TAUX = 1200 bits/s
 LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = 0 dB

P_{me}

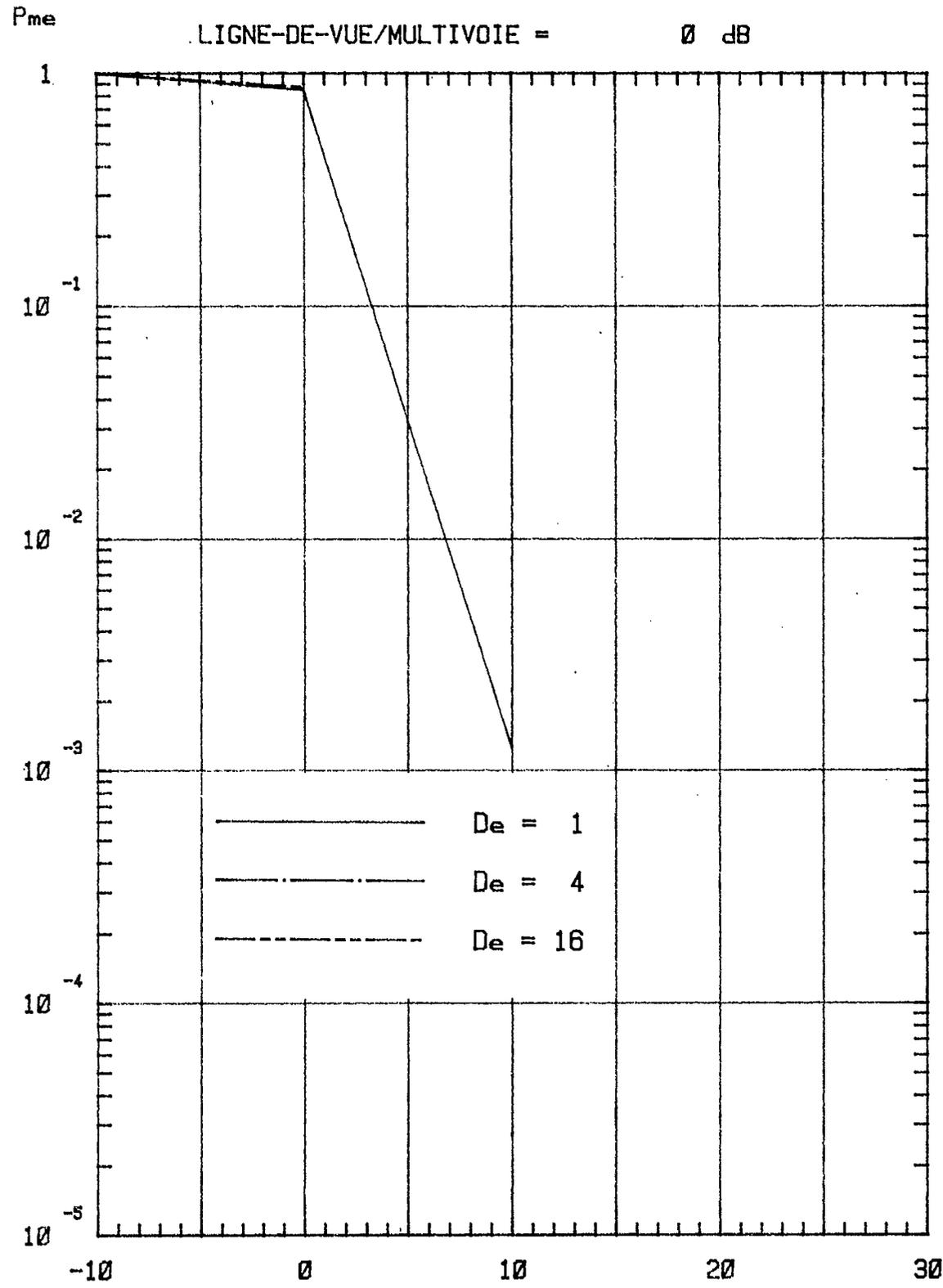


CODE = (7,4,1)

Figure 5-46

S/N (dB)

FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/e
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = 0 dB

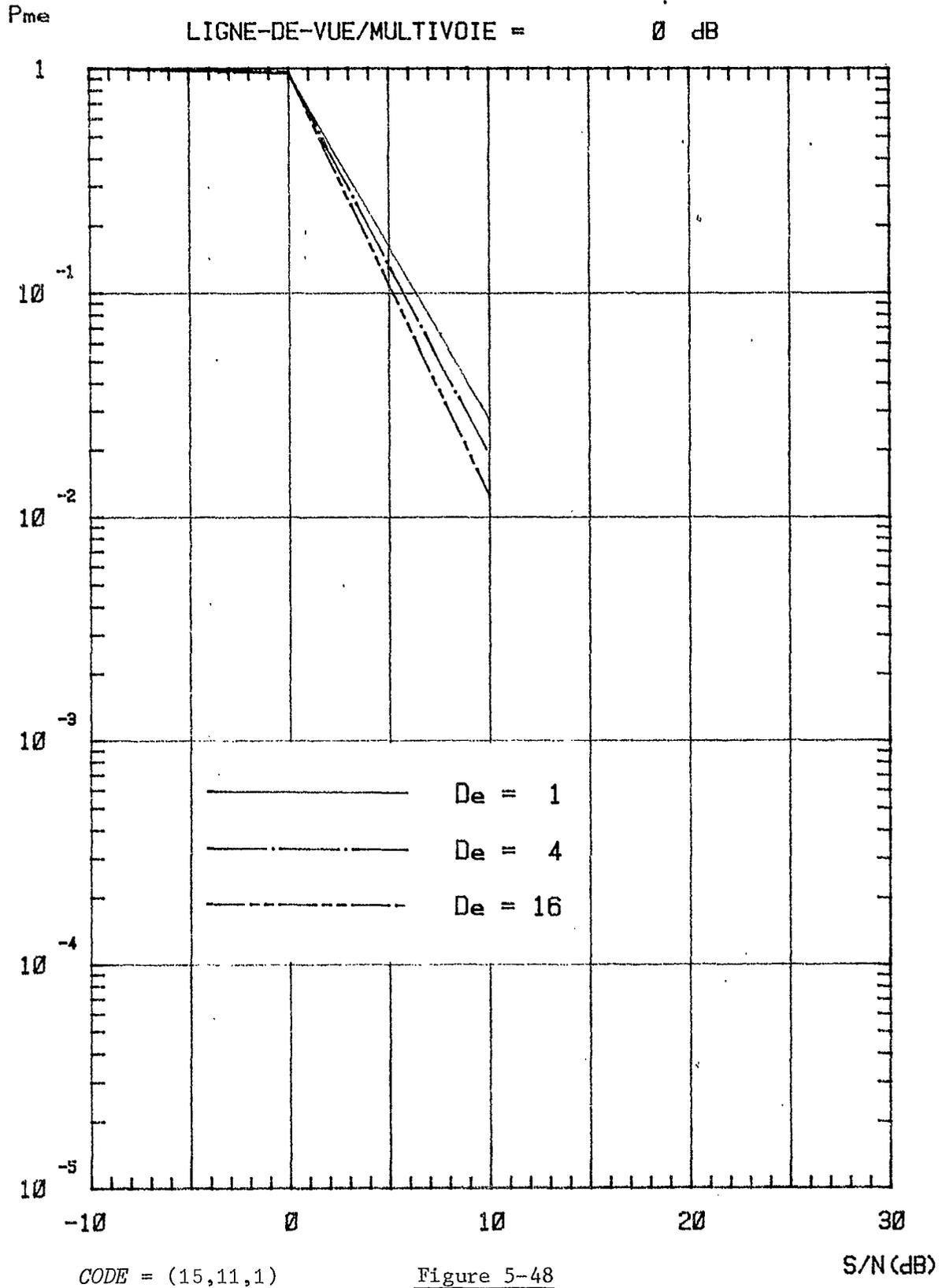


CODE = (15,7,2)

Figure 5-47

S/N (dB)

FREQUENCE = 150 MHz
VITESSE = 30 km/h
TAUX = 1200 bits/s
LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE = 0 dB



Bibliographie

- [1] G.Y. DELISLE, M. LECOURS, "Etude des problèmes de propagation associés aux stations émettrices et mobiles terrestres en milieu urbain", Rapport final LT-79-8229, Contrat OSU78-00243, Ministère des Communications, Ottawa, mars 1979.
- [2] G.Y. DELISLE, M. LECOURS, J.-P. LEFEVRE, "Etude des problèmes de propagation associés aux stations émettrices et mobiles terrestres en milieu urbain", Rapport final LT-80-8223, Contrat OSU79-00219, Ministère des Communications, Ottawa, mars 1980.
- [3] G.Y. DELISLE, M. LECOURS, J.-P. LEFEVRE, E. BOSSE, "Etude des problèmes de propagation associés aux stations émettrices et mobiles terrestres en milieu urbain", Rapport final LT-81-8280, Contrat OSU80-00169, Ministère des Communications, Ottawa, mars 1981.
- [4] G.Y. DELISLE, M. LECOURS, G. GONTHIER, J.-Y. CHOUINARD, "Etude des problèmes de propagation associés aux stations émettrices et mobiles terrestres en milieu urbain", Rapport final LT-82-8214, Contrat OSU81-00145, Ministère des Communications, Ottawa, mars 1982.
- [5] G.L. TURIN, F.D. CLAPP, T.L. JOHNSTON, S.B. FINE, D. LAVRY, "A statistical model of urban multipath propagation", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-21, n° 1, pp. 1-9, février 1972.
- [6] S. ELNOUBI, S.C. GUPTA, "Error rate performance of non-coherent detection of duobinary coded MSK and TFM in mobile radio communication systems", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 2, pp. 62-76, mai 1981.
- [7] S.O. RICE, "Statistical properties of a sine wave plus random noise", Bell Syst. Tech. J., vol. 27, pp. 109-157, janvier 1948.
- [8] R.H. CLARKE, "A statistical theory of mobile radio reception", Bell Syst. Tech. J., vol. 47, pp. 957-1000, juillet 1968.
- [9] G.A. ARREDONDO, W.H. CHRISS, E.H. WALKER, "A multipath fading simulator for mobile radio", IEEE Trans. Commun., vol. COM-21, n° 11, pp. 1325-1328, novembre 1973.
- [10] J.I. SMITH, "A computer generated multipath fading simulation for mobile radio", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-24, n° 3, pp. 39-40, août 1975.
- [11] K. OTANI, K. DAIKOKU, H. OMORI, "Burst error performance encountered in digital land mobile radio channel", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 4, pp. 156-160, novembre 1981.
- [12] R.C. FRENCH, "Error rate predictions and measurements in the mobile radio channel", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-27, n° 3, pp. 110-116, août 1978.
- [13] W.D. GREGG, Analog and digital communication, Wiley, New York, N.Y., 1977.
- [14] S. LIN, An introduction to error-correcting codes, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1970.
- [15] W.W. PETERSON, E.J. WELDON, Error-correcting codes, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1972.

- [16] R.G. GALLAGHER, Information theory and reliable communication, Wiley, New-York, N.Y., 1968.
- [17] E.R. BERLEKAMP, Algebraic coding theory, McGraw-Hill, New York, N.Y., 1968.

Publications additionnelles d'intérêt:

- [18] S. LIN, D.J. COSTELLO, Error control coding: fundamentals and applications, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1983.
- [20] A.C. STOCKER, "Co-channel interference and its avoidance in close-spaced systems", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 3, pp. 145-150, août 1982.
- [21] A. GAMST, "Homogeneous distribution of frequencies in a regular hexagonal cell system", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 3, pp. 132-144, août 1982.
- [22] S.M. ELNOUBI, R. SINGH, S.C. GUPTA, "A new frequency channel assignment algorithm in high capacity mobile communication systems", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 3, pp. 125-131, août 1982.
- [23] R. MUAMMAR, S.C. GUPTA, "Co-channel interference in high-capacity mobile radio systems", IEEE Trans. Commun., vol. COM-30, n° 8, pp. 1973-1978, août 1982.
- [24] S.H. BAKRY, M.H. ACKROYD, "Teletraffic analysis for multicell mobile radio telephone systems", IEEE Trans. Commun., vol. COM-30, n° 8, pp. 1905-1909, août 1982.
- [25] H. SUZUKI, K. HIRADE, "Spectrum efficiency of M-ary PSK land mobile radio", IEEE Trans. Commun., vol. COM-30, n° 7, pp. 1803-1805, juillet 1982.
- [26] L.J. GREENSTEIN, B.A. CZEKAJ-AUGUN, Part I: "Special issue on spread spectrum communications", pp. 817-1073; Part II: "Performance comparisons among digital radio techniques subjected to multipath fading", pp. 1185-1197, IEEE Trans. Commun., vol. COM-30, n° 5, mai 1982.
- [27] P.M. PETROVIC, "Digitized speech transmission at VHF using existing FM mobile radios", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 2, pp. 76-88, mai 1982.
- [28] K. DAIKOKU, K. MUROTA, K. MOMMA, "High-speed digital transmission experiments in 920 MHz urban and suburban mobile radio channels", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 2, pp. 70-75, mai 1982.
- [29] R.H. MUAMMAR, S.C. GUPTA, "Spectrum efficiency of a frequency-hopped MFSK spread spectrum mobile radio system", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 2, pp. 66-69, mai 1982.
- [30] G.L. CHOUDHURY, S.S. RAPPAPORT, "Cellular communication schemes using generalized fixed channel assignment and collision type request channels", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 2, pp. 53-65, mai 1982.
- [31] C. LEUNG, "Optimized selection diversity for Rayleigh fading channels", IEEE Trans. Commun., vol. COM-30, n° 3, pp. 554-557, mars 1982.
- [32] W.F. BODTMANN, H.W. ARNOLD, "Fade-duration statistics of a Rayleigh-distributed wave", IEEE Trans. Commun., vol. COM-30, n° 3, pp. 549-553, mars 1982.

- [33] Y.S. YEH, D.O. REUDINK, "Efficient spectrum utilization for mobile radio systems using space diversity", IEEE Trans. Commun., vol. COM-30, n° 3, pp. 447-455, mars 1982.
- [34] M. HATA, K. KINOSHITA, K. HIRADE, "Radio link design of cellular land mobile communication systems", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 1, pp. 25-31, février 1982.
- [35] C.D. McGILLEM, C.L. CHEN, S.K. TARTONO, T.C. LEE, "Experimentally determined accuracy and stability of loran C signals for land vehicle location", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 1, pp. 15-25, février 1982.
- [36] H. SUZUKI, "Canonic receiver analysis for M-ary angle modulations in Rayleigh fading environment", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 1, pp. 7-14, février 1982.
- [37] M.R. KARIM, "Transmission of digital data over a Rayleigh fading channel", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-31, n° 1, pp. 1-6, février 1982.
- [38] W.C.Y. LEE, Mobile communications engineering, McGraw-hill, New-York, N.Y., 1982.
- [39] D.C. COX, "Cochannel interference considerations in frequency reuse small-coverage-area radio systems", IEEE Trans. Commun., vol. COM-30, n° 1, pp. 135-142, janvier 1982.
- [40] D.J. BAKER, A. EPHREMIDES, "The architectural organization of a mobile radio network via a distributed algorithm", IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, n° 11, pp. 1694-1701, novembre 1981.
- [41] L.B. MILSTEIN, D.L. SHILLING, R.L. PICKHOLTZ, "Comparison of performance of 16-ary QASK and MSK over a frequency selective Rician fading channel", IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, n° 11, pp. 1622-1633, novembre 1981.
- [42] Q. BALZANO, O. GARAY, K. SIWIAK, "The near field of dipole antennas, Part II: Experimental results", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 4, pp. 175-181, novembre 1981.
- [43] Q. BALZANO, O. GARAY, K. SIWIAK, "The near field of dipole antennas, Part I: Theory", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 4, pp. 161-174, novembre 1981.
- [44] J. ZANDER, "A statistical model of the urban UHF radio channel", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 4, pp. 145-155, novembre 1981.
- [45] R. MACIEJKO, "Digital modulation in Rayleigh fading in the presence of co-channel interference and noise", IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, n° 9, pp. 1379-1386, septembre 1981.
- [46] L. JASINSKI, "Statistical analysis of communication range and reliability in the presence of interference", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 3, pp. 123-130, août 1981.
- [47] K.H. AWADALLA, "Direction diversity in mobile communications", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 3, pp. 121-123, août 1981.
- [48] D.R. HUMMELS, F.W. RATCLIFFE, "Calculation of error probability for FSK and OQPSK systems operating in a fading multipath environment", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 3, pp. 112-120, août 1981.
- [49] S. ASAKAWA, F. SUGIYAMA, "A compact spectrum constant envelope digital phase modulation", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 3, pp. 102-111, août 1981.

- [50] G.H. KNOUSE, P.A. CASTRUCCIO, "The concept of an integrated terrestrial land mobile satellite system", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 3, pp. 97-101, août 1981.
- [51] K. MUROTA, K. HIRADE, "GMSK modulation for digital mobile radio telephony", IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, n° 7, pp. 1044-1050, juillet 1981.
- [52] E. BOSSE, "Simulation du canal de propagation pour les communications radio-mobile en milieu urbain", Thèse de maîtrise, Université Laval, Québec, Canada, juin 1981.
- [53] P.J. MABEY, "Digital signalling for radio paging", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 2, pp. 85-94, mai 1981.
- [54] P.A. CASTRUCCIO, "The technical and economic role of space technology in terrestrial mobile communications", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 2, pp. 77-84, mai 1981.
- [55] R.E. ANDERSON, R.L. FREY, J.R. LEWIS, R.T. MILTON, "Satellite-aided mobile communications: Experiments, applications, and prospects", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 2, pp. 54-61, mai 1981.
- [56] T. AULIN, "Characteristics of a digital mobile radio channel", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 2, pp. 45-53, mai 1981.
- [57] S.H. BAKRY, M.H. ACKROYD, "Teletraffic analysis for single-cell mobile radio telephone systems", IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, n° 3, pp. 298-304, mars 1981.
- [58] J.K.S. SIN, N.D. GEORGANAS, "A simulation study of a hybrid channel assignment scheme for cellular land-mobile radio systems with Erlang-C service", IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, n° 2, pp. 143-147, février 1981.
- [59] B.G. HASKELL, "Computer simulation results on frequency hopped MFSK mobile radio-noiseless care", IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, n° 2, pp. 125-132, février 1981.
- [60] M. MATSUMOTO, G.R. COOPER, "Multiple narrow-band interferers in a FH-DPSK spread-spectrum communication system", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 1, pp. 37-42, février 1981.
- [61] D. SHKLARSKY, L.B. MILSTEIN, P.K. DAS, "The use of the Hilbert transform to double the information rate in spread-spectrum communications", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 1, pp. 29-36, février 1981.
- [62] R.W. NETTLETON, G.R. COOPER, "Performance of a frequency-hopped differentially modulated spread-spectrum receiver in a Rayleigh fading channel", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 1, pp. 14-29, février 1981.
- [63] O.C. YUE, "Hard-limited versus linear combining for frequency-hopping multiple-access systems in a Rayleigh fading environment", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 1, pp. 10-14, février 1981.
- [64] C.L. WEBER, G.K. HUTH, B.H. BATSON, "Performance considerations of code division multiple-access systems", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, n° 1, pp. 3-10, février 1981.
- [65] P.F. TURNEY, "An improved stop-and-wait ARQ logic for data transmission in mobile radio systems", IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, n° 1, pp. 68-71, janvier 1981.

- [66] K. OTANI, H. OMORI, "Distribution of burst error lengths in Rayleigh fading radio channels", Electron. Lett., vol. 16, pp. 889-891, novembre 1980.
- [67] K.S. SHANMUGAN, Digital and analog communication systems, John Wiley and Sons, New-York, N.Y., 1979.
- [68] P.J. MABEY, "Mobile radio data transmission-coding for error control", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-27, n° 3, pp. 99-109, août 1978.
- [69] W.C. JAKES, Microwave mobile communications, John Wiley and Sons, New-York, N.Y., 1974.
- [70] A. PAPOULIS, Probability, random variables and stochastic processes, McGraw-Hill, New-York, N.Y., 1965.
- [71] M. NAKAGAMI, "The m-distribution - A general formula of intensity distribution of rapid fading", Pergamon Press, 1960.
- [72] S.O. RICE, "Mathematical analysis of random noise", Bell Syst. Tech. J., vol. 24, pp. 46-156, janvier 1945.
- [73] S.O. RICE, "Mathematical analysis of random noise", Bell Syst. Tech. J., vol. 23, pp. 282-332, juillet 1944.

APPENDICE A

Programme de simulation
du canal de transmission
radio-mobile numérique
(langage FORTRAN)

PAGE 1 C PROGRAMME SIMUL5 (RADIO-MOBILE NUMERIQUE)

C SIMULATION D'UN CANAL DE TRANSMISSION NUMERIQUE

C
C

```

DIMENSION RX(2050)
DIMENSION NOM(3)
INTEGER A1(1200)
INTEGER TAUX
INTEGER FATX
INTEGER TE
COMMON/ET1/V,FR,TE,RLMDB,ETAMOY,RLM,X
COMMON/ET2/RX,TAUX,FATX,TETX,LRX
COMMON/ET3/XX,A1

```

C INITIALISATION

```

X=10.
XX=10.

```

C LECTURE ET ECRITURE DES PARAMETRES

```

READ(6,100) FR
READ(6,101) V
READ(6,102) TAUX
READ(6,103) TE
READ(6,104) ETAMOY
READ(6,105) RLMDB
FATX=TAUX/1200
TETX=1./FLOAT(FATX)
LRX=(256*FATX)+2
NOMBIT=TAUX*TE
WRITE (6,200)
WRITE (6,201) FR
WRITE (6,202) V
WRITE (6,203) TAUX
WRITE (6,204) TE
WRITE(6,208) NOMBIT
WRITE (6,205) ETAMOY
WRITE (6,206) RLMDB
WRITE (6,207)
DO 10 IBOUC=1,TE
WRITE (6,600) IBOUC

```

C CALCUL DU NIVEAU DU SIGNAL

```

CALL RICE

```

C GENERATION DE LA SEQUENCE D ERREURS

```

CALL GNERR

```

```

WRITE (6,400)

```

```

WRITE (6,401) (A1(I),I=1,TAUX)

```

C NOMMER UN FICHIER ET Y INSCRIRE A1

```

READ (6,500) (NOM(I),I=1,3)

```

```

WRITE (6,501) (NOM(I),I=1,3)

```

```

CALL QMOND (23,'21,NOM,3,1200)

```

```

CALL QMOND (16,'21,A1(1),A1(512))

```

```

CALL QMOND (16,'21,A1(513),A1(1024))

```

```

CALL QMOND (16,'21,A1(1025),A1(1200))

```

```

CALL QMOND (15,'21)

```

10

```

CONTINUE

```

PAGE 2 C PROGRAMME SIMUL5 (RADIO-MOBILE NUMERIQUE)

```

CALL MONOUT
STOP
100  FORMAT(F5.2)
101  FORMAT (F5.2)
102  FORMAT (I4)
103  FORMAT (I4)
104  FORMAT (F5.2)
105  FORMAT (F5.2)
200  FORMAT(1H1,5X,70H SIMULATION D UN CANAL DE TRANSMISSION RADIO-MOBIL
1E NUMERIQUE')
201  FORMAT(1H-,70HFR          FREQUENCE DE LA PORTEUSE=' ,24X,F5.1,20H MH
12')
202  FORMAT(1H0,70HV          VITESSE DU VEHICULE=' ,29X,F5.2,20H KM/H')
203  FORMAT(1H0,70HTAUX      TAUX DE TRANSMISSION=' ,29X,I4,20H BITS/S')
204  FORMAT(1H0,70HTE        DUREE DE LA TRANSMISSION=' ,25X,I4,20H S')
205  FORMAT(1H0,70HETAMOY    RAPPORT SIGNAL/BRUIT MOYEN=' ,22X,F5.1,20H
1DB')
206  FORMAT(1H0,70HRLMDB     RAPPORT LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE=' ,18X,F5.1,
120H DB')
207  FORMAT(1H0,100HPE(ETA) = 0.5*EXP(-ETA/2.)',20X,70HMODULATION= NC=F
1SK')
208  FORMAT(1H0,70HNOMBIT     NOMBRE TOTAL DE BITS=' ,28X,I5,20H BITS')
300  FORMAT(1H-,100HNIVEAU DU SIGNAL INSTANTANE'//12(F6.1))
400  FORMAT(1H0,50HSEQUENCE D ERREURS'//)
401  FORMAT(1H ,72I1)
500  FORMAT(3A2)
501  FORMAT(1H-,40HNOM DU FICHIER; ',3A2)
600  FORMAT(1H-,72(1H*)///21X,50H TEMPS= SECONDE ',I4)
END

```

PAGE 1 C SOUS-PROGRAMME 'RICE'

C CALCUL DU NIVEAU DU SIGNAL SELON UNE DISTRIBUTION DE RICE

C
C

```

SUBROUTINE RICE
INTEGER Taux
INTEGER FATX
DIMENSION RX(2050)
DIMENSION RY(2050),F(200)
INTEGER TE
COMMON/ET1/V,FR,TE,RLMDB,ETAMOY,RLM,X
COMMON/ET2/RX,TAUX,FATX,TETX,LRX

```

C INITIALISATION

```

PI=3.14159265
DO 10 I=1,200
F(I)=0.0
10 CONTINUE
DO 20 I=1,2050
RX(I)=0.0
RY(I)=0.0
20 CONTINUE

```

C CALCUL DES COEFFICIENTS DU FILTRE

```

XX1=925.9259E-6
XX1=(XX1*256.)/150.
IFD=FR*V*TETX*XX1
DO 30 I=2,IFD
T=I-1
P=SQRT(1.-(T/FLOAT(IFD))**2)
F(I-1)=1./SQRT(P)
30 CONTINUE
P=FLOAT(2*IFD-1)
P=FLOAT(IFD-1)/SQRT(P)
P=FLOAT(IFD)*(PI/2.-ATAN(P))
F(IFD)=SQRT(P)

```

C CALCUL DU NIVEAU DU SIGNAL

```

DO 40 I=1,IFD,2
RM=RNORM(X)
RX(I)=F(I)*RM
RM=RNORM(X)
RY(I)=F(I)*RM
RM=RNORM(X)
RX(I+1)=F(I+1)*RM
RM=RNORM(X)
RY(I+1)=F(I+1)*RM
40 CONTINUE
CALL RFFTR(RX,11,1)
CALL RFFTR(RY,11,1)
S=0.
RLM=10.** (RLMDB/20.)
RLM2=RLM**2.
DO 50 I=1,TAUX
RX(I)=RX(I)**2+RY(I)**2
S=S+RX(I)
50 CONTINUE

```

PAGE 2 C SOUS-PROGRAMME 'RICE'

```
S=S/LOAT(TAUX)
DO 60 I=1,TAUX
RX(I)=RX(I)/S
RX(I)=RX(I)+RLM2
RX(I)=RX(I)/(RLM2+1.)
RX(I)=10.*ALOG10(RX(I))
RX(I)=RX(I)+ETAMOY
CONTINUE
RETURN
END
```

60

PAGE 1 C SOUS-PROGRAMME 'GNERR'

C GENERATION D'UNE SEQUENCE D'ERREUR EN FONCTION DU NIVEAU RECU

C
C

```
SUBROUTINE GNERR
INTEGER TAUX
INTEGER FATX
DIMENSION RX(2050)
INTEGER A1(1200)
COMMON/ET2/RX,TAUX,FATX,TETX,LRX
COMMON/ET3/XX,A1
```

C INITIALISATION

```
NS=0
DO 10 I=1,TAUX
  A1(I)=0
```

10 CONTINUE

C GENERATION DE LA SEQUENCE

```
DO 50 I=1,TAUX
  ETA=RX(I)
  ETA=10.**(ETA/10.)
  ZPE=0.5*EXP(-ETA/2.)
  Y1=RUNIF(XX)
  IF(Y1-ZPE) 20,20,30
```

20 A1(I)=1

NS=NS+1

30 CONTINUE

50 CONTINUE

RETURN

END

APPENDICE B

Programme de simulation
pour une transmission numérique
avec codage BCH
dans le canal radio-mobile

- 1) Programme principal (pages 123 à 130)
- 2) Sous-programmes (pages 131 à 143)

```

C PROGRAMME DE SIMULATION (EVALUATION DE LA PERFORMANCE DES CODES)
C
C *****
C SIMULATION DE TRANSMISSION NUMERIQUE AVEC CODAGE BCH DANS UN CANAL
C AVEC AFFAIBLISSEMENTS DE RAYLEIGH.
C
C DESCRIPTION;
C *****
C 1) GENERATION ALEATOIRE DE BITS D'INFORMATION A TRANSMETTRE
C 2) CODAGE SELON LE CODE BCH CHOISI
C 3) SIMULATION DE LA TRANSMISSION PAR L'UTILISATION DE SEQUENCES
C D'ERREUR REPRESENTANT LE CANAL RADIO-MOBILE AVEC AFFAIBLISSEMENTS
C DE RAYLEIGH ( LES SEQUENCES D'ERREURS SONT GENEREES PAR UN AUTRE
C PROGRAMME)
C 4) CORRECTION DES ERREURS DANS LE MOT-CODE RECU
C 5) DECODAGE POUR RETROUVER L'INFORMATION TRANSMISE
C 6) COMPARAISON ENTRE L'INFORMATION TRANSMISE ET L'INFORMATION RECUE
C 7) STATISTIQUES
C
C CARTES DE DONNEES;
C *****
C 1) PARAMETRES N,K,T DU CODE BCH
C 2) PARAMETRE G DU CODE BCH
C 3) DEGRE D'ENTRELACEMENT
C 4) POLYNOME PRIMITIF POUR GENERER LE CORPS GALOIS
C 5) NUMERO DE LA PREMIERE DES DIX SEQUENCES A TRAITER
C
C LISTE DES VARIABLES;
C *****
C A1=SEQUENCE D'ERREUR EN BINAIRE
C AL1=SEQUENCE D'ERREUR EN LOGIQUE
C C=COMPTEUR
C DE=DEGRE D'ENTRELACEMENT
C EX=POLYNOME DE CORRECTION D'ERREURS
C FLGRNN=DRAPEAU DE RESTE NON-NUL (RF. DIVISION DE POLYNOMES)
C G=GENERATEUR DE POLYNOME(OCTAL)
C INFOBI=VECTEUR QUI CONTIENT L'INFORMATION EN BINAIRE
C INFODE=INFORMATION EN DECIMAL
C INFOLO=VECTEUR QUI CONTIENT L'INFORMATION EN LOGIQUE
C K=NOMBRE DE BITS D'INFORMATION PAR MOT-CODE
C KG=NOMBRE DE BITS UTILES DE POLOG
C MCORIG=MOT CORRIGE
C MESSLO=MESSAGE DECODE (LOGIQUE)
C MORECU=MOT RECU
C MOTCOD=MOT CODE, V(X) DANS L'ORGANIGRAMME (V(X)=G(X)*M(X))
C N=NOMBRE TOTAL DE BITS PAR MOT-CODE
C NBALEA=NOMBRE ALEATOIRE
C NBBENT=NOMBRE DE BITS ENTRELACEES DANS LA SEQUENCE
C NBLIGN=NOMBRE DE LIGNES DE LA MATRICE DU CORPS GALOIS
C NBLOC=NOMBRE DE MOTS DE N BITS DANS LA SEQUENCE D'ERREUR
C NEPMSQ=VECTEUR DES NOMBRES D'ERREURS PAR MOTS DANS LES SEQUENCES
C NERR=NOMBRE D'ERREURS POUR UN MOT DE N BITS DANS LA SEQ. D'ERREUR
C NERDEC=NOMBRE DE MOTS ERRONES APRES DECODAGE
C NERDET=NOMBRE DE MOTS AVEC DETECTION D'ERREUR SEULEMENT

```

C NMOSER=NOMBRE DE MOTS SANS ERREUR APRES DECODAGE
 C NMSESQ=NB. DE MOTS DE N BITS SANS ERREUR DANS 1 SEQUENCE
 C NOM=NOM DU FICHIER DE LA SEQUENCE D'ERREUR
 C NORIG=NOUVELLE ORIGINE DE POLOG, ETANT DONNE KG
 C NUM=NUMERO DE LA PREMIERE DES 10 SEQUENCES A TRAITER
 C PBERSQC=PROBABILITE D'UNE BIT EN ERREUR DANS 1 SEQ, D'ERREUR UTILE
 C PRESQC=PROBABILITE D'UNE BIT EN ERREUR DANS 1 SEQ, D'ERREUR COMPLETE
 C PCBE=PROBABILITE D'ERREUR PAR BIT D'INFORMATION
 C PEPPD=PROBABILITE D'ERREUR PAR MOT DECODE (PE + PD)
 C PMEECU=PROB. D'UN MOT EN ERREUR DANS 10 SEQUENCES D'ERREUR
 C PMSECU=PROB. D'UN MOT SANS ERREUR DANS 10 SEQUENCES D'ERREUR
 C PMSSEQ=PROB. D'UN MOT SANS ERREUR DANS 1 SEQUENCE D'ERREUR
 C POBIN=GENERATEUR DE POLYNOME EN BINAIRE
 C PC=PROBALITE D'UN DECODAGE CORRECT
 C PD=PROBABILITE D'UNE DETECTION D'ERREUR SEULEMENT
 C PE=PROBABILITE D'UN DECODAGE ERRONE
 C POLOG=GENERATEUR DE POLYNOME EN LOGIQUE
 C ROT=VARIABLE UTILISEE POUR ROTATION
 C S=SYNDROME (VECTEUR DE 2T ELEMENTS)
 C T=MAXIMUM D'ERREURS CORRIGIBLES PAR MOT-CODE
 C TAUX=NOMBRE D'ELEMENTS DANS LA SEQUENCE D'ERREUR (POUR 1 SECONDE)
 C TCBER=NB. DE BITS EN ERREUR DANS 10 SEQUENCES UTILES
 C TCBERC=NB. DE BITS EN ERREUR DANS 10 SEQUENCES COMPLETES
 C TERDEC=NOMBRE DE MOTS ERRONES APRES DECODAGE (10 SEQUENCES)
 C TERDET=NOMBRE DE MOTS AVEC DETECTION D'ERREUR SEULEMENT(10 SEQUENCES)
 C TERSQC=NB. DE BITS EN ERREUR DANS 1 SEQUENCE COMPLETE
 C TMEESQ=NB. DE MOTS EN ERREUR DANS 10 SEQUENCES D'ERREUR
 C TMSSEQ=NB. DE MOTS DE N BITS SANS ERREUR DANS 10 SEQUENCES
 C TNMSR=NOMBRE DE MOTS SANS ERREUR APRES DECODAGE (10 SEQUENCES)
 C TOCOD=TAUX DU CODE (K/N)
 C TOTBIT=NOMBRE TOTAL DE BITS UTILISEES DANS LA SEQUENCE
 C TOTERR=NB. DE BITS EN ERREUR DANS 1 SEQUENCE UTILE
 C VCXCHA=VECTEUR DES MOTS-CODE RECUS ET CORRIGES (LOGIQUE)
 C VERRA1=VECTEUR DES NOMBRES D'ERREURS PAR MOT DE N BITS DANS A1
 C VINFO=VECTEUR DES MOTS D'INFORMATION AVANT TRANSMISSION(DECIMAL)
 C VINFOD=VECTEUR DES MOTS D'INFORMATION APRES DECODAGE
 C VMOERR=VECTEUR DE DIAGNOSTIC DES MOTS APRES DECODAGE
 C VX=VECTEUR DES MOTS-CODE TRANSMIS (LOGIQUE)
 C VXCHAP=VECTEUR DES MOTS-CODE RECUS (LOGIQUE)
 C X=SEMENCE POUR GENERATION DE NOMBRES ALEATOIRES

C
 C*****
 C
 C

```

REAL NBALEA
INTEGER TNMSR,TERDEC,TERDET,DEUXT,SOMSYN,N,K,T,TOTERR,ROT,C,KG,DE
INTEGER G(80),BB(3),VERRA1(400),POBIN(240),VMOERR(400),S(126),EXP
INTEGER INFOBI(255),A1(1200),VINFO(400),VINFOD(400),TAUX,NOM(3)
INTEGER FLGRNN,TOTBIT,TERSQC,TCBERC,TMSSEQ,TMEESQ,TCBER,NEPMSQ(33)
LOGICAL CANAL(255),MORECU(255),EX(255),MORIG(255)
LOGICAL XOR,VX(1200),AL1(1200),VXCHAP(1200),VCXCHA(1200)
LOGICAL MOTCOD(493),INFOLO(255),POLOG(240),MESSLO(255),CG(64,6)
DIMENSION NU(50)
COMMON/A/CG,NBLIGN,M
COMMON/B/T,S
COMMON/C/N
DATA NOM(1)/2HSE/,NOM(2)/2HQU/
DATA NU(1)/2H01/,NU(2)/2H02/,NU(3)/2H03/,NU(4)/2H04/,NU(5)/2H05/
  
```

```

DATA NU(6)/2H06/,NU(7)/2H07/,NU(8)/2H08/,NU(9)/2H09/,NU(10)/2H10/
DATA NU(11)/2H11/,NU(12)/2H12/,NU(13)/2H13/,NU(14)/2H14/
DATA NU(15)/2H15/,NU(16)/2H16/,NU(17)/2H17/,NU(18)/2H18/
DATA NU(19)/2H19/,NU(20)/2H20/,NU(21)/2H21/,NU(22)/2H22/
DATA NU(23)/2H23/,NU(24)/2H24/,NU(25)/2H25/,NU(26)/2H26/
DATA NU(27)/2H27/,NU(28)/2H28/,NU(29)/2H29/,NU(30)/2H30/
DATA NU(31)/2H31/,NU(32)/2H32/,NU(33)/2H33/,NU(34)/2H34/
DATA NU(35)/2H35/,NU(36)/2H36/,NU(37)/2H37/,NU(38)/2H38/
DATA NU(39)/2H39/,NU(40)/2H40/,NU(41)/2H41/,NU(42)/2H42/
DATA NU(43)/2H43/,NU(44)/2H44/,NU(45)/2H45/,NU(46)/2H46/
DATA NU(47)/2H47/,NU(48)/2H48/,NU(49)/2H49/,NU(50)/2H50/

```

```

C
C LECTURE DES PARAMETRES N,K,T,G
C PREMIERE CARTE  N,K,T   3 CHAMPS DE 3
C DEUXIEME CARTE  G     1 CHAMPS DE 80
C
  READ(6,1) (N,K,T)
1  FORMAT(3I3)
  READ(6,2) (G(I),I=1,80)
2  FORMAT(80I1)
C
C LECTURE DU DEGRE D'ENTRELACEMENT
C
  READ(6,640) (DE)
C
C CONVERSION DU PARAMETRE G (OCTAL) EN BINAIRE
C
  DO 27 I=1,80
  CALL CDECBI(G(I),3,88)
  DO 27 J=1,3,1
  L=J+3*I
  POBIN(L)=88(J)
27  CONTINUE
C
C CONVERSION DE POBIN EN LOGIQUE (POLOG)
C
  CALL CBILOG(POBIN,240,POLOG)
C
C RESTRUCTURATION DE POLOG
C
  C=1
31  IF(POLOG(C)) GO TO 32
  C=C+1
  GO TO 31
32  KG=241-C
  NORIG=240-KG
  CALL ROTGVL(POLOG,240,NORIG)
C
C GENERATION DU CORPS GALOIS
C
  M=IFIX(ALOG(FLOAT(N+1))/ALOG(2.0))
  NBLIGN=N
  CALL CORGAL
C
C CALCUL DU NOMBRE DE MOTS D'INFORMATION A TRANSMETTRE
C
  TAUX=1200
  NBLOC=TAUX/N

```

```

      NBUTSQ=NBLOC*N
C
C  INITIALISATION DES VARIABLES DE STATISTIQUE
C
      TNMOSR=0
      TERDEC=0
      TERDET=0
      TCBERC=0
      TCBER=0
      TMSESQ=0
      DO 35 I=1,16
      NEPMSQ(I)=0
35    CONTINUE
C
C  IMPRESSION DES PARAMETRES DU CODE (N,K,T,G)
C
      WRITE (6,451)
      WRITE(6,390)(N,K,T)
      WRITE(6,400)(G(J),J=9,80)
C
C  LECTURE DU NUMERO DE LA PREMIERE DES 10 SEQUENCES A TRAITER
C
      READ(6,700)(NUM)
      DO 300 ISB=1,10
C
C  ACQUISITION DE LA SEQUENCE D'ERREUR + IMPRESSION DU NOM DU FICHIER
C
      NNN=NUM+ISB-1
      NOM(3)=NU(NNN)
      CALL QMOND(21,'21,NOM)
      CALL QMOND(17,'21,A1(1),A1(512))
      CALL QMOND(17,'21,A1(513),A1(1024))
      CALL QMOND(17,'21,A1(1025),A1(1200))
      WRITE(6,601)(NOM(I),I=1,3)
C
C  CONVERSION BINAIRE-LOGIQUE DE LA SEQUENCE D'ERREUR
C
      CALL CBILOG(A1,TAUX,AL1)
C
C  INITIALISATION
C
      NMSESQ=0
      TOTERR=0
      X=5.
C
C **** CODAGE ****
C
      DO 50 IND=1,NBLOC
C
C  GENERATION ALEATOIRE DE L'INFORMATION A TRANSMETTRE
C
      NBALEA=RUNIF(X)
      NBALEA=NBALEA*2.**K
      INFODE=IFIX(NBALEA)
      VINFO(IND)=INFODE
C
C  CONVERSION DECIMAL-BINAIRE

```

```

C
  CALL CDECHI(INFODE,K,INFOBI)
C
C  CONVERSION DE L'INFORMATION DE BINAIRE A LOGIQUE
C
  CALL CBILOG(INFOBI,K,INFOLO)
C
C  CODAGE; MULTIPLICATION DES POLYNOMES POLOG ET INFOLO
C
  CALL MULPOL(POLOG,KG,INFOLO,K,MOTCOD,N)
C
C  GROUPEMENT EN SEQUENCE DE L'INFORMATION CODEE
C  + STATISTIQUES SUR LA SEQUENCE D'ERREUR
C
  INDI=N*(IND-1)
  NERR= 0
  DO 40 I=1,N
  INDIC=INDI+I
  VX(INDIC)=MOTCOD(I)
  NERR=NERR+A1(INDIC)
40  CONTINUE
  VERRA1(IND)=NERR
  NEPMSQ(NERR+1)=NEPMSQ(NERR+1)+1
  IF (NERR.EQ.0) NMSESQ=NMSESQ+1
  TOTERR=TOTERR+NERR
50  CONTINUE
  TERSQC=TOTERR
  IF (NBUTSQ.EQ.TAUX) GO TO 52
  NN=NBUTSQ+1
  DO 51 I=NN,TAUX
  TERSQC=TERSQC+A1(I)
51  CONTINUE
52  TCBERC=TCBERC+TERSQC
  TMSESQ=TMSESQ+NMSESQ
  TCBER=TCBER+TOTERR
  PBERSQ=FLOAT(TOTERR)/FLOAT(NBUTSQ)
  PMSESQ=FLOAT(NMSESQ)/FLOAT(NBLOC)
  PBESQC=FLOAT(TERSQC)/FLOAT(TAUX)
C
C  ENTRELACEMENT DE BITS (DE=DEGRE D'ENTRELACEMENT)
C
53  IF (DE.EQ.1) GO TO 55
  TOTBIT=NBLOC*N
  NBBENT=(DE*N)*(TOTBIT/(DE*N))
  CALL ENTBIT(VX,N,NBBENT,DE)
  GO TO 55
C
C**** SIMULATION DE LA TRANSMISSION ****
C
C
55  CALL ADVLOG(VX,A1,TAUX,VXCHAP)
C
C**** CORRECTION DES ERREURS + DECODAGE ****
C
C  ENTRELACEMENT INVERSE
C
  IF (DE.EQ.1) GO TO 58

```

```

CALL ENTBIT(VXCHAP,DE,NBBENT,N)
58 DO 100 IND=1,NBLOC
   INDI=N*(IND-1)
   DO 60 I=1,N
   INDIC=INDI+I
   MORECU(I)=VXCHAP(INDIC)
60 CONTINUE
C
C CALCUL DU SYNDROME
C
   CALL SYNDRO(MORECU)
C
C TEST SYNDROME NUL (AUCUNE CORRECTION A FAIRE)
C
   DEUXT=2*T
   SOMSYN=0
   DO 70 I=1,DEUXT
   SOMSYN=SOMSYN+S(I)
70 CONTINUE
   IF (SOMSYN.NE.0) GO TO 75
   DO 72 I=1,N
   MCORIG(I)=MORECU(I)
72 CONTINUE
   GO TO 77
C
C CALCUL DU POLYNOME DE POSITION DES ERREURS + CORRECTION
C
75 CALL POLPER(EX)
   CALL ADVLOG(MORECU,EX,N,MCORIG)
77 DO 80 I=1,N
   VCXCHA(INDIC)=MCORIG(I)
80 CONTINUE
C
C DECODAGE (DIVISION DE POLYNOMES)
C
83 CALL INVOVL(MCORIG,N)
   CALL DIVPOL(MCORIG,N,POLOG,KG,MESSLO,FLGRNN)
C
C TEST (DIVISION AVEC RESTE NON=NUL)
C
   IF (FLGRNN.NE.-1) GO TO 85
   INFODE=-1
   GO TO 90
C
C CONVERSION EN DECIMAL DE L'INFORMATION DECODEE
C
85 ROT=N-K
   CALL ROTGVL(MESSLO,N,ROT)
   CALL CLOGBI(MESSLO,K,INFOBI)
   CALL CRIDEC(INFOBI,K,INFODE)
90 VINFOD(IND)=INFODE
100 CONTINUE
C
C COMPARAISON ENTRE L'INFO. TRANSMISE ET L'INFO. DECODEE
C
   CALL CMPVEN(VINFO,VINFOD,NBLOC,VMOERR,NERDEC,NERDET)
C
C STATISTIQUES POUR 1 SEQUENCE

```

```

C
200  NMOSER=NBLOC-NERDEC-NERDET
      TNMOSR=TNMOSR+NMOSER
      TERDEC=TERDEC+NERDEC
      TERDET=TERDET+NERDET
      PC=FLOAT(NMOSER)/FLOAT(NBLOC)
      PE=FLOAT(NERDEC)/FLOAT(NBLOC)
      PD=FLOAT(NERDET)/FLOAT(NBLOC)
      TOCOD=FLOAT(K)/FLOAT(N)
300  CONTINUE
C
C CALCUL ET IMPRESSION DES STATISTIQUES POUR LES 10 SEQUENCES
C
      PBESQC=FLOAT(TCBERC)/FLOAT(TAUX*10)
      PBERSQ=FLOAT(TCBER)/FLOAT(NBUTSQ*10)
      NBLOC=NBLOC*10
      PC=FLOAT(TNMOSR)/FLOAT(NBLOC)
      PE=FLOAT(TERDEC)/FLOAT(NBLOC)
      PD=FLOAT(TERDET)/FLOAT(NBLOC)
      PMSECU=FLOAT(TMSESQ)/FLOAT(NBLOC)
      PEPPD=PE+PD
      PCBE=PEPPD*(FLOAT(T+1)/FLOAT(N))
      TMEESQ=NBLOC-TMSESQ
      PMEECU=FLOAT(TMEESQ)/FLOAT(NBLOC)
      WRITE(6,650)
      WRITE(6,452) (TCBERC,PBESQC)
      WRITE(6,453) (TCBER,PBERSQ)
      WRITE(6,575) (TMSESQ,PMSECU)
      WRITE(6,576) (TMEESQ,PMEECU)
      WRITE(6,563) (NBLOC)
      WRITE(6,565) (TNMOSR,PC)
      WRITE(6,566) (TERDEC,PE)
      WRITE(6,567) (TERDET,PD)
      WRITE(6,580) (PEPPD)
      WRITE(6,581) (PCBE)
      WRITE(6,568) (TOCOD)
      WRITE(6,643) (DE)
390  FORMAT(1H-,55HPARAMETRES DU CODE;1///55H N   NOMBRE TOTAL DE BITS=
1',34X,I3//55H K   NOMBRE DE BITS D INFORMATION=1',26X,I3//55H T   M
2AXIMUM D ERREURS CORRIGIBLES=1',25X,I3//55H G   GENERATEUR DE POLYN
3OME(OCTAL)=1)
400  FORMAT(1H ,72I1)
450  FORMAT(1H-,72(1H*))
451  FORMAT(1H1,100HFREQUENCE=1//50H VITESSE=1//50H TAUX=1//50H DUREE=1
1//50H NOMBRE DE BITS=1//50H RAPPORT SIGNAL/BRUIT MOYEN=1//50H RAPP
2ORT LIGNE-DE-VUE/MULTIVOIE=1)
452  FORMAT(50H0TOTAL DE BITS EN ERREUR(SEQ, COMPLETES)= 1',15,10X,5HP=
1',F8,6)
453  FORMAT(50H0TOTAL DE BITS EN ERREUR(SEQ, UTILES)=      1',15,10X,3HP=
1',F8,6)
550  FORMAT(1H0,50HMESSAGE TRANSMIS (DECIMAL)1/)
551  FORMAT(1H0,50HMESSAGE RECU ET DECODE (DECIMAL)1/)
552  FORMAT(1H ,12I6)
560  FORMAT(50H0DIAGNOSTIC PAR MOT!50H 0 - DECODAGE CORRECT 1/50H 1 -
1DECODAGE ERRONE!50H 2 - DETECTION D ERREURS SEULEMENT!/)
561  FORMAT(1H ,72I1)
563  FORMAT(27H0NOMBRE DE MOTS TRANSMIS = ,I4)
565  FORMAT(50H0NB DE MOTS AVEC DECODAGE CORRECT=1',14X,I4,5X,3HPC=,F8,6

```

```

1)
566 FORMAT(50H0NB DE MOTS AVEC DECODAGE ERRONE=1,15X,I4,5X,3HPE=,F8.6)
567 FORMAT(50H0NB DE MOTS AVEC DETECTION D ERREURS SEULEMENT=1,1X,I4,5
1X,3HPD=,F8.6)
568 FORMAT(30H0TAUX DU CODE (K/N)=1,F6.4)
569 FORMAT(50H0NOMBRE D ERREURS POUR CHACUN DES 1,I3,9H MOTS DE ,I2,10
1H BITS'/)
570 FORMAT(1H ,24I3)
571 FORMAT(50H0NB. DE BITS EN ERREUR SUR1,I5,50H BITS UTILISEES=1,I4,
17X,2HP=,F6.4)
572 FORMAT(50H0NOMBRE DE MOTS SANS ERREUR DANS LA SEQUENCE=1,I3)
573 FORMAT(50H NB. DE BITS EN ERREUR SUR1,I5,50H BITS=1,10X,I4,7X,2H
1P=,F6.4)
574 FORMAT(50H NB. DE MOTS SANS ERREUR DANS LA SEQUENCE(SUR1,I4,3H)= ,
1I3,4X,3HP= ,F8.6)
575 FORMAT(50H0NB. DE MOTS SANS ERREUR DANS LES SEQUENCES=1,I6,7X,3HP=
1 ,F8.6)
576 FORMAT(50H0NB. DE MOTS EN ERREUR DANS LES SEQUENCES=1,I6,9X,3HP= ,
1F8.6)
580 FORMAT(1H0,53X,6HPE+PD=,F8.6)
581 FORMAT(59H0PROBABILITE D ERREUR PAR BIT D INFORMATION',12X,5HRCBE=
1,F8.6)
600 FORMAT(3A2)
601 FORMAT(1H ,40HNOM DU FICHIER;1,3A2)
602 FORMAT(1H0,50HSEQUENCE D ERREUR'/)
603 FORMAT(1H ,72I1)
640 FORMAT(I3)
641 FORMAT(18H0ENTRELACEMENT DE ,I4,29H BITS SUR UNE POSSIBILITE DE ,
1I4)
642 FORMAT(50H0PAS D ENTRELACEMENT DE BITS')
643 FORMAT(50H0DEGRE D ENTRELACEMENT=1,I4)
650 FORMAT(60H0STATISTIQUES POUR LES 10 SEQUENCES;')
700 FORMAT(I2)
701 FORMAT(1H ,I4,50H MOTS AVEC',I3,20H ERREURS',8X,3HP= ,F6.4)
CALL MONOUT
STOP
END

```

FUNCTION ADDMOA(EXP01,EXP02)

```

C
C FONCTION QUI FAIT L'ADDITION DE DEUX MONOMES EN ALPHA
C
C ENTREE EXP01=EXPOSANT DU PREMIER MONOME
C      EXP02=EXPOSANT DU DEUXIEME MONOME
C SORTIE ADDMOA=NUMERO DE LA LIGNE DE LA MATRICE DU CORPS GALOIS (CG)
C      CORRESPONDANT AU MONOME RESULTANT.
C
      LOGICAL CG(64,6)
      LOGICAL RESUL(8),XOR
      INTEGER NBLIGN,M,EXP01,EXP02,ADDMOA,LIGNCG,MAX
      COMMON/A/CG,NBLIGN,M
      MAX=2**M-1
      IF (EXP01.GE.0) GO TO 2
      EXP01=EXP01+(MAX*(1+(-1*(EXP01/MAX))))
2     IF (EXP02.GE.0) GO TO 3
      EXP02=EXP02+(MAX*(1+(-1*(EXP02/MAX))))
3     IF ((EXP01.NE.0).AND.(EXP02.NE.0)) GO TO 5
      ADDMOA=EXP01+EXP02
      GO TO 20
5     DO 10 I=1,M
      RESUL(I)=XOR(CG(EXP01,I),CG(EXP02,I))
10    CONTINUE
      ADDMOA=LIGNCG(RESUL)
20    RETURN
      END

```

SUBROUTINE ADVLOG(V1,V2,N,VR)

```

C
C SOUS-ROUTINE D'ADDITION TERME A TERME DE DEUX VECTEURS LOGIQUES
C ( ADDITION MODULO-2 ,OU EXCLUSIF )
C
C ENTREE V1=VECTEUR LOGIQUE 1
C      V2=VECTEUR LOGIQUE 2
C      N=OMBRE D'ELEMENTS DES VECTEURS A ADDITIONNER,ET DU RESULTAT
C SORTIE VR=RESULTAT DE LA SOMME ( VECTEUR DE N ELEMENTS )
C
      INTEGER N
      LOGICAL XOR,V1(N),V2(N),VR(N)
      DO 10 I=1,N
      VR(I)=XOR(V1(I),V2(I))
10    CONTINUE
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE CBIDEC(B,N,D)

```

C
C SOUS-ROUTINE DE CONVERSION BINAIRE A DECIMAL
C
C ENTREE B=NOMBRE BINAIRE
C          N=NOMBRE DE BIT DE B
C SORTIE D=NOMBRE DECIMAL
C

```

```

      INTEGER N,D,B(N)
      D=0
      DO 10 I=1,N
      D=D+B(I)*2**(N-I)
10    CONTINUE
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE CRILOG(VB,L,VL)

```

C
C SOUS-ROUTINE DE CONVERSION BINAIRE A LOGIQUE
C
C ENTREES          VB=VECTEUR BINAIRE
C                  L=LONGUEUR DU VECTEUR VB
C SORTIE           VL=VECTEUR LOGIQUE
C

```

```

      INTEGER L,VB(L)
      LOGICAL VL(L)
      DO 10 II=1,L
      VL(II)=VB(II).EQ.1
10    CONTINUE
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE CDFCBI(D,K,B)

```

C
C SOUS-ROUTINE DE CONVERSION DECIMAL A BINAIRE
C
C ENTREE:          D=NOMBRE DECIMAL
C                  K=NOMBRE DE BITS
C SORTIE           B=NOMBRE BINAIRE (VECTEUR DE K BITS)
C

```

```

      INTEGER B(K),D,D1,K
      D1=D
      DO 100 J=1,K
      IF(2**(K-J).LE.D1)GOTO 50
      B(J)=0
      GO TO 100
50    D1=D1-2**(K-J)
      B(J)=1
100  CONTINUE
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE CORGAL

```

C
C SOUS-ROUTINE DE GENERATION DU CORPS GALOIS 2**M
C
C ENTREE M=VIENT DE 2**M
C       NBLIGN=NUMBRE DE LIGNE DE LA MATRICE DU CORPS GALOIS (CG)
C       NBLIGN=(2**M)-1
C SORTIE CG=MATRICE LOGIQUE DU CORPS GALOIS (NBLIGN PAR M)
C       EX; ALPHA**7=1+ALPHA**1+ALPHA**3   (M=4)
C       ON AURA COMME LIGNE 7 DE LA MATRICE CG
C       TTFT (OU LE NUMERO DE COLONNE=PUISSANCE-1)
C
C       LOGICAL CG(64,6)
C       LOGICAL POLY(8),POLYR(8)
C       INTEGER L,C,NBLIGN,MM1,M,MM1,EXPP(26),LM1,MP1,EXPT
C       COMMON/A/CG,NBLIGN,M
C
C LECTURE DU POLYNOME PRIMITIF
C CARTE;METTRE PUISSANCE D ALPHA EN ORDRE DECROISSANT (CHAMPS DE 3)
C *****OMETTRE LA PUISSANCE 'M'
C
C       READ(6,500)(EXPP(I),I=1,26)
C
C INITIALISATION DE CG
C
C       DO 10 L=1,NBLIGN
C       DO 10 C=1,M
C       CG(L,C)=.FALSE.
10  CONTINUE
C
C GENERATION DES LIGNES 1 A (M-1)
C
C       MM1=M-1
C       DO 20 L=1,MM1
C       CG(L,L+1)=.TRUE.
20  CONTINUE
C
C GENERATION DE LA LIGNE M
C
C       DO 30 I=1,26
C       EXPTI=EXPP(I)
C       CG(M,EXPTI+1)=.TRUE.
C       IF (EXPP(I).EQ.0) GO TO 40
30  CONTINUE
C
C GENERATION DES LIGNES (M+1) A NBLIGN
C
40  MP1=M+1
C       DO 60 L=MP1,NBLIGN
C       LM1=L-1
C       DO 50 JJ=1,M
C       POLY(JJ)=CG(LM1,JJ)
50  CONTINUE
C
C MULTIPLICATION D'UNE LIGNE DE CG PAR ALPHA**1
C

```

```

CALL MPOLCG(POLY,M,1,POLYR)
DO 55 JJ=1,M
CG(L,JJ)=POLYR(JJ)
55 CONTINUE
60 CONTINUE
500 FORMAT(26I3)
RETURN
END

```

SUBROUTINE MPOLCG(POL,N,EXPO,RSLTAT)

```

C
C SOUS-ROUTINE DE MULTIPLICATION D'UN POLYNOME EN ALPHA PAR
C UN MONOME EN ALPHA
C
C
C ENTREE CG=CORPS GALOIS (MATRICE LOGIQUE)
C NBLIGN=NOMBRE DE LIGNES DE CG
C M=NOMBRE DE COLONNES DE CG
C POL=POLYNOME EN ALPHA (VECTEUR LOGIQUE, PUISSANCE CROISSANTE)
C N=NOMBRE D'ELEMENT DU VECTEUR POL
C EXPO=EXPOSANT DU MONOME EN ALPHA
C SORTIE RSLTAT=RESULTAT DE LA MULTIPLICATION(VECT. LOG. DE M ELEMENTS)
C
LOGICAL CG(64,6)
LOGICAL POL(255),RSLTAT(8),XOR
INTEGER NBLIGN,M,N,EXPO,PUISS,MAX
COMMON/A/CG,NBLIGN,M
C
C INITIALISATION
C
DO 10 I=1,M
RSLTAT(I)=.FALSE.
10 CONTINUE
DO 30 I=1,N
C
C MULTIPLICATION
C
IF (.NOT.POL(I)) GO TO 30
PUISS=I-1+EXPO
MAX=2**M-1
IF (PUISS.LE.MAX) GO TO 20
C
C REDUCTION DE L'EXPOSANT SI PLUS GRAND QUE (2**M-1)
C
PUISS=PUISS-(MAX*(PUISS/MAX))
C
C SOMMATION
C
20 IF (PUISS.EQ.0) PUISS=MAX
DO 30 J=1,M
RSLTAT(J)=XOR(RSLTAT(J),CG(PUISS,J))
30 CONTINUE
RETURN
END

```

SUBROUTINE DIVPOL(ADENDE,NDENDE,SEUR,NSEUR,RESUL,FLGRNN)

```

C
C SOUS-ROUTINE DE DIVISION DE POLYNOMES
C
C ENTREE ADENDE=POLYNOME DIVIDENDE (VECTEUR LOGIQUE)
C NDENDE=NOMBRE DE BITS DU POLYNOME DIVIDENDE
C SEUR=POLYNOME DIVISEUR (VECTEUR LOGIQUE)
C NSEUR=NOMBRE DE BITS DU POLYNOME DIVISEUR
C SORTIE RESUL=RESULTAT SUR NDENDE BITS (VECTEUR LOGIQUE)
C FLGRNN=FLAG RESTE NON-NUL (1 SI NUL, -1 SI NON-NUL)
C NOTE ENTREE ET SORTIE; POLYNOMES EN ORDRE DE PUISSANCE DECROISSANTE
C
C INTEGER NDENDE, NSEUR, INDX, DAD, EXP, NR, FLGRNN
C LOGICAL ADENDE(NDENDE), SEUR(NSEUR), RESUL(NDENDE)
C LOGICAL X(240), NWDEND(240), XOR
C
C INITIALISATION
C
C FLGRNN=1
C DO 5 I=1,NDENDE
C RESUL(I)=.FALSE.
C X(I)=.FALSE.
5 CONTINUE
C
C DETERMINATION DU DEGRE DU DIVIDENDE (OU DIVIDENDE SECONDAIRE)
C
7 DO 10 I=1,NDENDE
C IF (ADENDE(I)) GO TO 20
10 CONTINUE
C GO TO 40
C
C DETERMINATION DE L'EXPOSANT DU MONOME DU RESULTAT
C
20 DAD=NDENDE-1
C EXP=DAD-NSEUR+1
C IF (EXP.GE.0) GO TO 25
C FLGRNN=-1
C GO TO 40
C
C GENERATION DU MONOME
C
25 INDX=NDENDE-EXP
C X(INDX)=.TRUE.
C RESUL(INDX)=.TRUE.
C
C MULTIPLICATION DU DIVISEUR PAR LE MONOME
C
C NR=NSEUR+NDENDE-1
C CALL MULPOL(SEUR,NSEUR,X,NDENDE,NWDEND,NR)
C CALL INVOVL(NWDEND,NDENDE)
C X(INDX)=.FALSE.
C
C SOUSTRACTION; ANCIEN DIVIDENDE - DIVIDENDE SECONDAIRE
C
C DO 30 J=1,NDENDE
C ADENDE(J)=XOR(ADENDE(J),NWDEND(J))

```

```

3A  CONTINUE
    GO TO 7
4A  RETURN
    END

```

SUBROUTINE INVOVL(VL,N)

```

C
C  SOUS-ROUTINE D'INVERSION DE L'ORDRE D'UN VECTEUR LOGIQUE
C
C  ENTREES          VL=VECTEUR LOGIQUE
C                   N=NOMBRE D'ELEMENTS DU VECTEUR LOGIQUE
C  SORTIE          VL=VECTEUR LOGIQUE AVEC ORDRE INVERSE
C
    INTEGER N
    LOGICAL VL(N),S
    NM1=N-1
    DO 20 J=1,NM1
    S=VL(1)
    NMJ=N-J
    DO 10 I=1,NMJ
    VL(I)=VL(I+1)
10  CONTINUE
    NP1MJ=N+1-J
    VL(NP1MJ)=S
20  CONTINUE
    RETURN
    END

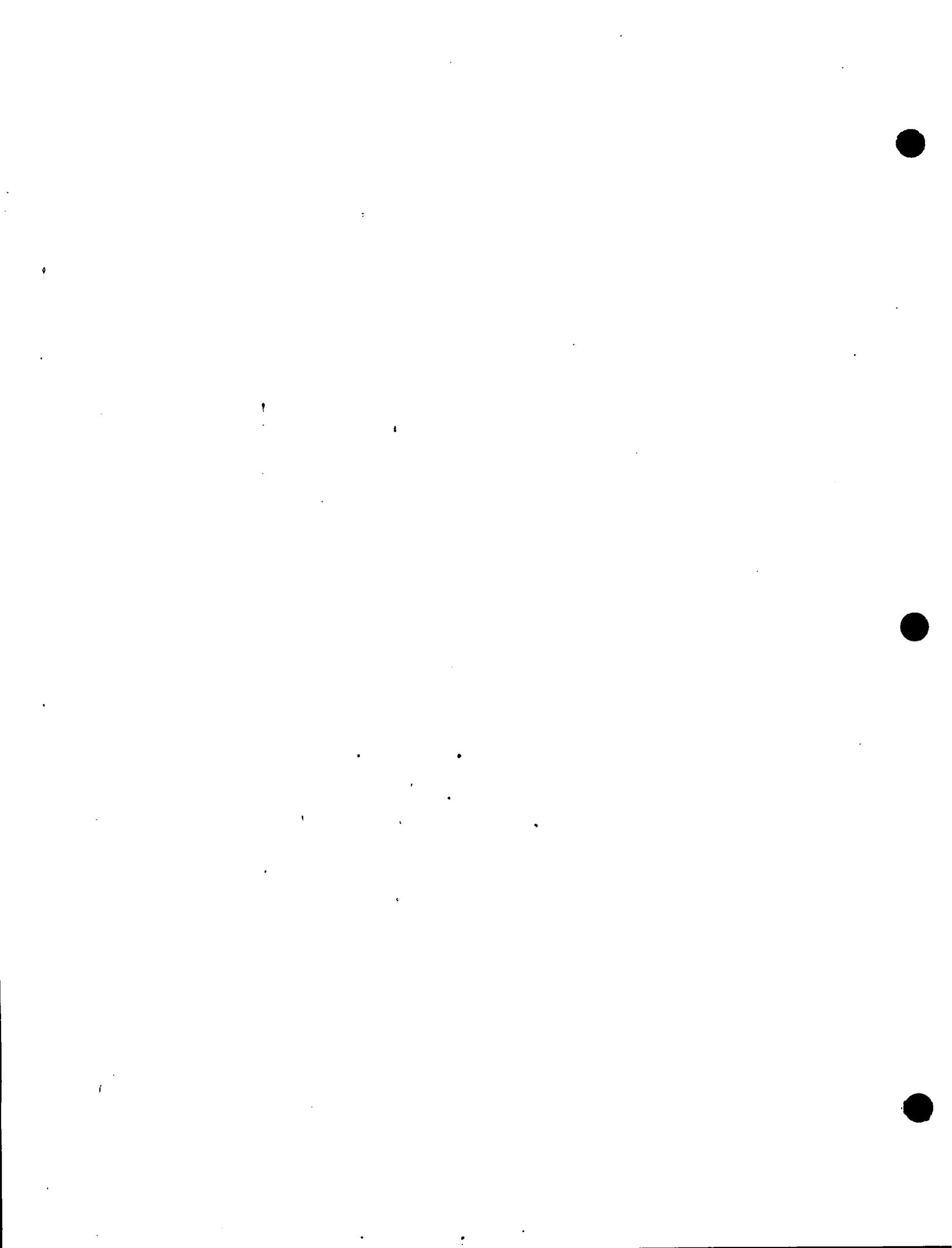
```

FUNCTION LIGNCG(VLIN)

```

C
C  FONCTION QUI TROUVE LE NUMERO DE LA LIGNE DE LA MATRICE DU CORPS
C  GALOIS QUI CORRESPOND AU VECTEUR LOGIQUE (VLIN) A L'ENTREE.
C  SI AUCUNE LIGNE NE CORRESPOND, ALORS LIGNCG=0
C
    LOGICAL CG(64,6)
    LOGICAL XOR,VLIN(8)
    INTEGER NBLIGN,M,LIGNCG
    COMMON/A/CG,NBLIGN,M
    DO 20 I=1,NBLIGN
    DO 10 J=1,M
    IF(XOR(VLIN(J),CG(I,J))) GO TO 20
10  CONTINUE
    LIGNCG=I
    GO TO 30
20  CONTINUE
    LIGNCG=0
30  RETURN
    END

```



FUNCTION MULMOA (EXPO1,EXPO2)

C
 C FONCTION QUI MULTIPLIE DEUX MONOMES EN ALPHA
 C ***IL Y A REDUCTION DE L'EXPOSANT S'IL EST PLUS GRAND QUE (2**M-1)
 C ***SI UN OU DEUX DES EXPOSANTS=0, LE RESULTAT SERA 0, CAR L'EQUIVALENT
 C DE LA LIGNE 0 DE LA MATRICE DU CORPS GALOIS (CG) EST LE COEF. 1
 C
 C ENTREE EXPO1=EXPOSANT DU PREMIER MONOME
 C EXPO2=EXPOSANT DU DEUXIEME MONOME
 C M=VIENT DU CORPS GALOIS (2**M)
 C SORTIE MULMOA=NUMERO DE LA LIGNE DE LA MATRICE DU CORPS GALOIS (CG)
 C CORRESPONDANT AU MONOME RESULTANT.

C
 C INTEGER M,EXPO1,EXPO2,MULMOA,MAX,NBLIGN
 C LOGICAL CG(64,6)
 C COMMON/A/CG,NBLIGN,M
 C IF ((EXPO1.NE.0).AND.(EXPO2.NE.0)) GO TO 5
 C MULMOA=0
 C GO TO 10
 5 MULMOA=EXPO1+EXPO2
 C MAX=2**M-1
 C IF (MULMOA.LE.MAX) GO TO 6
 C MULMOA=MULMOA-(MAX*(MULMOA/MAX))
 C GO TO 8
 6 IF (MULMOA.GE.0) GO TO 8
 C MULMOA=MULMOA+(MAX*(1+(-1*(MULMOA/MAX))))
 8 IF (MULMOA.EQ.0) MULMOA =MAX
 10 RETURN
 C END

SUBROUTINE MULPOL(V1,N1,V2,N2,VR,NR)

C
 C SOUS-ROUTINE DE MULTIPLICATION DE POLYNOMES
 C
 C ENTREE V1=POLYNOME 1 (VECTEUR LOGIQUE)
 C N1=OMBRE DE BITS DE V1
 C V2=POLYNOME 2 (VECTEUR LOGIQUE)
 C N2=OMBRE DE BITS DE V2
 C NR=OMBRE DE BITS DU RESULTAT (I.E. N1+N2-1), DOIT ETRE CALCULE
 C AVANT L'APPEL DE LA SOUS-ROUTINE
 C SORTIE VR=RESULTAT (VECTEUR LOGIQUE)
 C NOTE ENTREE;ORDRE DE V1 ET V2 = PUISSANCE DECROISSANTE
 C SORTIE;ORDRE DE VR= PUISSANCE CROISSANTE
 C

C
 C INTEGER N1,N2,NR,EXPO
 C LOGICAL V1(N1),V2(N2),VR(NR),COEFF,XOR
 C DO 10 I=1,NR
 C VR(I)=.FALSE.
 10 CONTINUE
 C DO 20 I=1,N1
 C DO 20 J=1,N2
 C COEFF=V1(I).AND.V2(J)
 C EXPO=N1-I+N2-J
 C VR(EXPO+1)=XOR(COEFF,VR(EXPO+1))
 20 CONTINUE
 C RETURN
 C END

SUBROUTINE SYNDRO(RX)

```

C
C SOUS-ROUTINE DE CALCUL DU SYNDROME
C
C ENTREE CG=CORPS GALOIS ( MATRICE LOGIQUE )
C      NBLIGN=NOMBRE DE LIGNES DE CG
C      M=NOMBRE DE COLONNES DE CG
C      T=NOMBRE MAXIMUM D'ERREURS CORRIGIBLES
C      RX=POLYNOME DONT IL FAUT CALCULER LE SYNDROME
C      (VECTEUR LOGIQUE , PUISSANCE CROISSANTE)
C      N=NOMBRE DE BITS DE RX, AUSSI NOMBRE TOTAL DE BITS DU MOT-CODE
C SORTIE S=SYNDROME(VECTEUR DE 2T ELEMENTS)
C
      INTEGER INDCRX,CRX(255)
      LOGICAL POLY(63),SI(8)
      LOGICAL RX(255)
      LOGICAL CG(64,6)
      INTEGER DEUXT,NBLIGN,M,T,N,PUISS,LIGNCG
      INTEGER S(126)
      COMMON/A/CG,NBLIGN,M
      COMMON/B/T,S
      COMMON/C/N
      DEUXT=2*T
C
C DETERMINATION DES MONOMES NON NULS DU POLYNOME  RX
C
      INDCRX=0
      DO 5 JJ=1,N
      IF (.NOT.RX(JJ)) GO TO 5
      INDCRX=INDCRX+1
      CRX(INDCRX)=JJ-1
5      CONTINUE
C
C GENERATION DE S(1) A S(2T)
C
      DO 30 I=1,DEUXT
      DO 7 L=1,N
      POLY(L)=.FALSE.
7      CONTINUE
      IF (INDCRX.EQ.0) GO TO 25
      DO 20 J=1,INDCRX
      PUISS=CRX(J)*I
      IF (PUISS.LT.(2**M-1)) GO TO 10
      PUISS=PUISS-((2**M-1)*(PUISS/(2**M-1)))
10     POLY(PUISS+1)=.NOT.POLY(PUISS+1)
20     CONTINUE
25     CALL MPOLCG(POLY,N,M,SI)
      S(I)=LIGNCG(SI)
30     CONTINUE
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE POLPER(EX)

```

C
C SOUS-ROUTINE QUI CALCULE LE POLYNOME DE POSITION D'ERREUR E(X)
C
C
C LISTE DES PRINCIPALES VARIABLES
C U=LETTRE GRECQUE MU
C SIGUX=SIGMA MU (FONCTION DE X)
C DU=0 INDICE MU
C LU=L INDICE MU
C DUMLU=2*MU=(L INDICE MU)
C M=REFERE AU CORPS GALOIS (2**M)
C T=MAXIMUM D'ERREURS CORRIGIBLES
C S=SYNDROME
C RACIN=VECTEUR CONTENANT LES RACINES DU POLYNOME SIGMA(X)
C EX=POLYNOME DE POSITION DES ERREURS E(X)
C
      INTEGER SIGUX(65,64),DU(65),LU(65),DUMLU(65),POL1(65)
      INTEGER RHO,M,TP1,T,TP2,IND,MULMOA,EXPO,EXPOX,LRHOP1,INDI,ADMOA
      INTEGER NBLIGN,LUP1P1,INDS,A
      INTEGER S(126)
      LOGICAL CG(64,6)
      REAL U(65)
      INTEGER CRACIN,ALPHA,MAX,B,DSIGP1,P
      INTEGER RACIN(64)
      LOGICAL EX(255)
      COMMON/A/CG,NBLIGN,M
      COMMON/B/T,S
C
C INITIALISATION DES VALEURS DE DEPART
C
      MAX=2**M-1
      U(1)=-0.5
      U(2)=0.0
      LU(1)=0
      LU(2)=0
      DUMLU(1)=-1
      DUMLU(2)=0
      DU(1)=MAX
      DU(2)=S(1)
      RHO=1
      SIGUX(1,1)=MAX
      SIGUX(2,1)=MAX
      TP1=T+1
      DO 30 I=1,2
      DO 30 J=2,TP1
      SIGUX(I,J)=0
30  CONTINUE
      TP2=T+2
      DO 40 I=3,TP2
      U(I)=FLOAT(I-2)
40  CONTINUE
C
      DO 200 IND=2,TP1
      IF (DU(IND).NE.0) GO TO 70
C

```

```

C DU DIFFERENT DE 0, ALORS SIGUX(U+1) = SIGUX(U)
C
  DO 60 I=1, TP1
    SIGUX(IND+1, I) = SIGUX(IND, I)
60  CONTINUE
C
C DETERMINATION DE L'INDICE(U+1), CAS OU DU DIFF. DE 0
C
  LU(IND+1) = LU(IND)
  GO TO 105
C
C CALCUL DE SIGUX(U+1), CAS OU DU=0
C
C MULTIPLICATION DU*(DRHO**=-1)
C
70  EXPO = MULMOA (DU(IND), -1*DU(RHO))
C
C CALCUL DE L'EXPOSANT DU MONOME EN X, =2(U-RHO)
C
  EXPOX = IFIX(2.*(U(IND)-U(RHO)))
C
C INITIALISATION DE POL1
C
  DO 80 I=1, TP1
    POL1(I) = 0
80  CONTINUE
C
C MULTIPLICATION DE (DU*DRHO**=-1) PAR (SIGUX, U=RHO), RESULTAT DANS POL1
C
  LRHOP1 = LU(RHO) + 1
  DO 90 I=1, LRHOP1
    INDI = EXPOX + I
    POL1(INDI) = MULMOA(EXPO, SIGUX(RHO, I))
90  CONTINUE
C
C ADDITION SIGUX(U+1) = SIGUX(U) + POL1
C
  DO 100 I=1, TP1
    SIGUX(IND+1, I) = ADDMOA(SIGUX(IND, I), POL1(I))
    IF (SIGUX(IND+1, I).EQ.0) GO TO 100
    LU(IND+1) = I - 1
100 CONTINUE
C
C
C CALCUL DE DUMLU POUR U=U+1
C
105  DUMLU(IND+1) = IFIX(2.*U(IND+1)) - LU(IND+1)
C
C DETERMINATION DU PROCHAIN RHO
C
  IF (DU(IND).EQ.0) GO TO 107
  IF (DUMLU(IND).LT.DUMLU(RHO)) GO TO 107
  RHO = IND
107  IF (IND.EQ.TP1) GO TO 200
C
C CALCUL DE DU POUR U=U+1
C
  LUP1P1 = LU(IND+1) + 1

```

```

DU(IND+1)=0
DO 110 I=1,LUPI1
INDS=4-I+JFIX(2.*U(IND))
A=MULMOA(S(INDS),SIGUX(IND+1,1))
DU(IND+1)=ADDMOA(DU(IND+1),A)
110 CONTINUE
200 CONTINUE
C
C CALCUL DES RACINES DU POLYNOME SIGMA(X) FINAL
C
C
C INITIALISATION DU COMPTEUR DU NOMBRE DE RACINE
C
CRACIN=0
DO 310 ALPHA=1,MAX
B=SIGUX(TP2,1)
DSIGP1=LU(TP2)+1
DO 300 I=2,DSIGP1
B=ADDMOA(B,MULMOA(SIGUX(TP2,I),ALPHA*(I-1)))
300 CONTINUE
IF (B.NE.0) GO TO 310
C
C ALPHA(INDICE) EST RACINE
C
CRACIN=CRACIN+1
RACIN(CRACIN)=ALPHA
310 CONTINUE
C
C INITIALISATION DU POLYNOME DE POSITION D'ERREUR (EX)
C
DO 320 I=1,MAX
EX(I)=.FALSE.
320 CONTINUE
C
C DETERMINATION DU POLYNOME DE POSITION D'ERREUR (EX)
C
IF (CRACIN.EQ.0) GO TO 600
DO 330 I=1,CRACIN
P=MAX-RACIN(I)
EX(P+1)=.TRUE.
330 CONTINUE
600 RETURN
END

```

FUNCTION XOR(A,B)

```

C
C FONCTION 'OU' EXCLUSIF
C
LOGICAL XOR,A,B
XOR=.NOT.(A.AND.B).AND.(A.OR.B)
RETURN
END

```

APPENDICE C

Programme pour tracer des courbes
de probabilité d'erreur

```

10 ! PROGRAMME QUI TRACE DES
20 ! COURBES DE PROBABILITE .
30 ! D'ERREUR EN FONCTION DU
40 ! RAPPORT SIGNAL/BRUIT(S/N)
50 ! SUR TRACEUR HP-7225A.
60 ! M.Gregoire, J.Y. Chouinard
70 !
80 PLOTTER IS 705
90 LOCATE 15, 120, 15, 90
100 CLEAR
110 DISP "ENTREZ LES PARAMETRES QUI DEFI- NIRENT LES ECHELLE
S DU GRAPHIQUE"
120 DISP "-----"
130 DISP "                                -X" @ DISP "Probabilite min
imum= 10"
140 DISP "Entrez 'X'"
150 INPUT X
160 DISP @ DISP "S/N minimum en dB"
170 INPUT B
180 DISP @ DISP "S/N maximum en dB"
190 INPUT C
200 X=ABS(X)
210 D=(ABS(B)+ABS(C))/10
220 SCALE 0, X, 0, D
230 CLEAR @ DISP "Tracer les axes ? (O/N)"
240 INPUT B$
250 IF B$#"O" THEN GOTO 620
260 GRID 1, .1, 0, 0, 1, 5
270 YAXIS X, .1
280 FOR I=0 TO X
290 FOR J=1 TO 9
300 MOVE I+LGT(J), D
310 IDRAW 0, -.06
320 NEXT J
330 NEXT I
340 FOR I=0 TO D
350 FOR J=1 TO 9
360 MOVE I+LGT(J), 0
370 IDRAW 0, .06
380 NEXT J

```

```

390 NEXT I
400 LORG 5
410 CSIZE 3, .6
420 DEG
430 LDIR -90
440 MOVE X+.25, D+.3
450 LABEL "Pe"
460 MOVE X, D+.28
470 LABEL " 1"
480 FOR M=1 TO X
490 MOVE X-M, D+.3
500 LABEL "10"
510 CSIZE 2, .6
520 MOVE X+.1-M, D+.1
530 LABEL -M
540 CSIZE 3, .6
550 NEXT M
560 FOR N=1 TO D+1
570 MOVE -.15, D+1-N
580 LABEL 10*N-10+B
590 NEXT N
600 MOVE -.35, 0
610 LABEL "S/N(dB)"
620 CLEAR @ DISP "Combien de points dans la courbe a tracer"
630 INPUT N0
640 DIM S(40), P(40)
650 DISP @ DISP "Entrez les points comme suit:"
660 DISP "S/N en dB , Pe (en ordre croissant de S/N)" @ DISP
670 FOR I=1 TO N0
680 DISP @ DISP "Point #"; I
690 INPUT S(I), P(I)
700 NEXT I
710 DISP
720 DISP "Type de trait desire ?" @ DISP "(1 a 8) "
730 INPUT W
740 MOVE X+LGT(P(1)), (C-S(1))/10
750 FOR I=2 TO N0
760 LINETYPE W

```

```
770 IF P(I)<10^(-X) THEN 810
780 DRAW X+LGT(P(I)), (C-S(I))/10
790 NEXT I
800 PENUP
810 CLEAR @ DISP "Voulez-vous une autre courbe ? (O/N)"
820 INPUT R$
830 IF R$="O" THEN 620
840 CLEAR @ END
```

