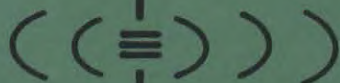


UNIVERSITÉ LAVAL

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE



Laboratoire de Radiocommunications
et de Traitement du Signal

ÉTUDES DES DÉFAUTS SYSTÉMATIQUES ET NATURELS
DANS LES RÉSEAUX DE COMMUNICATION

PHASE IV

ANALYSE DE LA PERFORMANCE DES SYSTÈMES QPRS ET PSK
EN PRÉSENCE D'INTERFÉRENCES FDM-FM
ET CELLE DES SYSTÈMES FDM-FM EN PRÉSENCE D'INTERFÉRENCES QAM

par

H.T. Huynh, R. Gagnon et D. Angers

pour

Gouvernement du Canada
Ministère des Communications, Ottawa

sous

Contrat 36100-6-4165/01-ST
du Ministère des approvisionnements et services

MAI 1987

TK
7876
H8947
1987
S-Gen

COMMUNICATIONS CANADA
C.R.C.
NOV 27 1987
LIBRARY - BIBLIOTHÈQUE

ÉTUDES DES DÉFAUTS SYSTÉMATIQUES ET NATURELS
DANS LES RÉSEAUX DE COMMUNICATION

PHASE IV

ANALYSE DE LA PERFORMANCE DES SYSTÈMES QPRS ET PSK
EN PRÉSENCE D'INTERFÉRENCES FDM-FM
ET CELLE DES SYSTÈMES FDM-FM EN PRÉSENCE D'INTERFÉRENCES QAM

PARTIE I - Interférences FDM-FM dans les systèmes QPRS..... 3

1.1 Introduction..... 4

1.2 Chercheur principal : Dr H.T. Huynh, Ing. 5

1.3 Ingénieur de recherche : R. Gagnon, M.Sc., Ing. 5

1.4 Collaborateur : Dr D. Angers, Ing. 8

1.4.1 Modèles à retard de décision..... 11

1.4.2 Performances..... 11

1.5 Rapport signal sur bruit..... 11

1.6 Calcul de σ_b et σ_s 11

1.7 Évaluation et discussion..... 11

1.8 Conclusion..... 11

ANNEXE I-A - Résultats..... 11

ANNEXE I-B - Listings..... 11

PARTIE II - Interférences FDM-FM dans les systèmes PSK..... 11

II.1 Introduction..... 11

II.2 Modèles de systèmes..... 11

II.3 Calcul de σ_b et σ_s 11

II.4 Évaluation et discussion..... 11

II.5 Conclusion..... 11

ANNEXE II-A - Résultats..... 11

ANNEXE II-B - Listings..... 11

par

pour

Gouvernement du Canada
Ministère des Communications, Ottawa

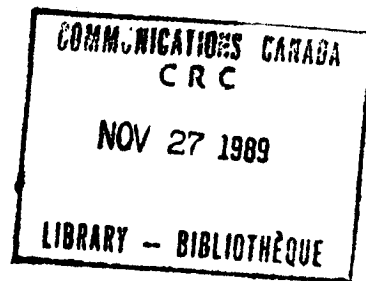
sous

Contrat 36100-6-4165/01-ST
du Ministère des approvisionnements et services

Mai 1987

COMMUNICATIONS CANADA
C.R.C.
NOV 27 1987
LIBRARY - BIBLIOTHÈQUE

Industry Canada
Library - Queen
JUN - 5 2013
Industrie Canada
Bibliothèque - Queen



Plan du rapport
(Phase IV)

	page
INTRODUCTION.....	1
PARTIE I - Interférences FDM-FM dans les systèmes QPRS.....	3
I.1 Introduction.....	4
I.2 Modèle de système QPRS.....	5
I.3 Calcul de P_e	8
I.3.1 Décodeur à retour de décision.....	11
I.3.2 Précodage.....	12
I.4 Rapport signal sur bruit.....	15
I.5 Calcul de g_0 et g_1	18
I.6 Résultats et discussion.....	19
I.7 Conclusion.....	23
ANNEXE I.A - Résultats.....	25
ANNEXE I.B - Listing.....	44
PARTIE II - Interférences FDM-FM dans les systèmes PSK.....	48
II.1 Introduction.....	49
II.2 Modèle de système PSK.....	50
II.3 Calcul de P_e	53
II.4 Résultats et discussion.....	56
II.5 Conclusion.....	58
ANNEXE II.A - Résultats.....	59
ANNEXE II.B - Listing.....	78

	page
PARTIE III - Interférences QAM dans les systèmes FDM-FM.....	82
III.1 Introduction.....	83
III.2 Méthode de Prabhu-Pontano.....	84
III.3 Calcul de $S_{vm}(f)$	88
III.4 Calcul de $S_{um}(f)$	89
III.5 Présentation de la méthode alternative.....	92
III.6 Calcul de RSD.....	93
III.7 Résultats et discussion.....	97
III.8 Conclusion.....	101
ANNEXE III.A - Résultats.....	102
ANNEXE III.B - Listing.....	111
CONCLUSION.....	128
Bibliographie.....	130

INTRODUCTION

Dans le rapport de la Phase III, nous avons présenté les résultats des calculs de l'interférence FDM-FM à bande étroite au niveau d'un récepteur QAM. La première partie du travail de cette 3e phase a été de justifier mathématiquement l'hypothèse gaussienne pour notre signal d'interférence, hypothèse que nous avons proposée de manière intuitive dans la Phase II. Cette hypothèse, en plus de simplifier l'analyse du problème, permet l'utilisation des expressions analytiques qui existent dans la littérature pour la probabilité d'erreur en présence du bruit de canal gaussien. Le calcul est simplifié d'autant plus que le calcul de la puissance moyenne de l'interférence suffit pour caractériser son effet sur la probabilité d'erreur du récepteur QAM.

La suite du travail présenté dans la Phase III a porté essentiellement sur les différentes méthodes de calcul qui ont fait l'objet de nos recherches, nous permettant de calculer la puissance de notre interférence FDM-FM à l'entrée du dispositif de décision du récepteur QAM. Après avoir examiné les différentes contraintes inhérentes à chaque méthode, nous avons opté pour une approche fréquentielle qui consiste à calculer la densité spectrale FDM-FM à bande étroite et intégrer celle-ci dans la bande du récepteur QAM. Le calcul de cette densité spectrale implique le calcul de convolutions d'ordre multiple très difficiles à manipuler. Pour atteindre une précision acceptable sans que le coût en temps de calcul ne devienne exorbitant, nous avons examiné plusieurs techniques d'analyse, ce qui a abouti à une méthode hybride. Ainsi, les premiers termes de convolutions ont été obtenus par intégration multiples et les autres par la transformation de Fourier rapide. Dès lors, nous avons pu obtenir, croyons-nous, une précision contrôlée sur toute la bande de la densité spectrale FDM-FM.

Des résultats ont été présentés sous forme de familles de courbes pour les systèmes QAM-4, 16 et 64 en fonction des paramètres de l'interférence FDM-FM (rapport signal à interférence, indice de modulation, écart de fréquence entre les porteuses QAM et FDM-FM, etc.).

Ce présent rapport constitue la Phase IV de nos travaux. Nous avons ici comme mandat de résoudre trois problèmes distincts, présentés successivement dans les parties I, II et III. Le premier problème, dont l'analyse et les résultats sont présentés à la partie I, consiste à calculer la probabilité d'erreur au niveau d'un récepteur QPRS en présence de bruit gaussien et d'une interférence FDM-FM. Quant au second problème présenté à la partie II, on abordera le cas du PSK. Pour la partie III, le problème présenté est un peu différent. Cette fois, nous voulons obtenir les résultats de l'interférence d'un transmetteur QAM au niveau d'un récepteur FDM-FM. Nous avons choisi de placer ce dernier problème à la fin de notre travail car il est de loin le plus difficile à résoudre numériquement.

Le calcul est simplifié en ce qui concerne les deux premiers problèmes car on peut poser, comme dans le cas du QAM, l'hypothèse gaussienne pour l'interférence FDM-FM. Ceci nous permet d'utiliser les résultats obtenus précédemment pour la puissance de l'interférence et l'appliquer au niveau de l'expression de la probabilité d'erreur.

P A R T I E I

Interférence FDM-FM sur les systèmes QPRS

PARTIE I

Interférence FDM-FM sur les systèmes QPRS

I.1 INTRODUCTION

Nous aborderons dans cette partie le calcul de la probabilité d'erreur par symbole au niveau d'un récepteur QPRS en présence de bruit gaussien et d'une interférence FDM-FM modélisée par un processus gaussien.

Dès le départ, il faut faire un choix, car on ne peut présenter, dans ce rapport, des résultats pour tous les types de systèmes PRS existants et toutes les méthodes de décodages utilisées, car il n'est pas possible de trouver une expression générale et exacte pouvant être utilisée pour tous ces cas différents. Nous avons remarqué que la plupart des expressions exactes de P_e trouvées dans la littérature portent pour les cas les plus simples de modulation PRS tels le duobinaire, le duobinaire modifié ou la dicode. Pour les autres, il existe cependant des bornes d'erreur qui peuvent être utilisées sans problème.

Pour limiter l'étendue de notre travail en tenant compte des besoins spécifiques de cette étude, nous avons donc choisi de nous concentrer sur l'étude du QPRS à 4 états avec modulation duobinaire.

Notons que les expressions de P_e pour le duobinaire, le dicode et le duobinaire modifié sont les mêmes. Une fois qu'un programme d'ordinateur est développé pour le duobinaire, il n'y aurait que quelques ajustements à faire pour obtenir des résultats valables pour ces deux derniers cas.

Le traitement de cette partie reprend essentiellement l'approche utilisée par Israël Korn [1]. Nous présenterons d'abord un modèle pour notre système QPRS et ensuite des expressions de P_e pour le cas du décodeur à retour de décision et le précodage.

Nous pensons qu'il serait toutefois utile de présenter des résultats pour les deux types de décodage utilisés: le décodeur à retour de décision et le précodage.

Nous verrons plus loin que les résultats obtenus pour ces deux décodeurs diffèrent très peu pour le duobinaire dans la plage des valeurs de P_e présentée et que la présentation d'une borne supérieure est amplement suffisante.

I.2 MODÈLE D'UN SYSTÈME QPRS

Un modèle détaillé d'un système QASK est présenté à la figure I.1. Un système QPRS est essentiellement le même sauf que la fonction $h_g(t)$ et le décodage sont différents. Dans un système QASK, $h_g(t)$ est une fonction dont la durée n'excède pas la période T d'un "baud", alors que dans un système PRS, $h_g(t)$ a une durée pouvant aller jusqu'à plusieurs "baud". Cette technique a été développée dans le but de contrôler plus précisément la quantité d'IIS à la sortie du récepteur. Dans notre modèle, $H_{TM}(f)$, $H_{CM}(f)$, $H_{RM}(f)$ sont respectivement les fonctions de transfert du filtre de transmission, du canal et du filtre de réception et $h_D(t)$ est la réponse impulsionnelle du filtre de détection. Notre signal d'interférence est représenté par $i(t)$. Le bruit gaussien $n_c(t)$ est de densité spectrale blanche $N_0/2$.

Pour pouvoir faire l'analyse d'un tel système, on peut ramener le modèle précédent en bande de base. On obtient alors le modèle présenté à la figure I.2.

$s(t)$ est l'enveloppe complexe de $s_\mu(t)$. En effet,

$$s_\mu(t) = \operatorname{Re} \left\{ s(t) e^{j(\omega_c t + \phi_T)} \right\}$$

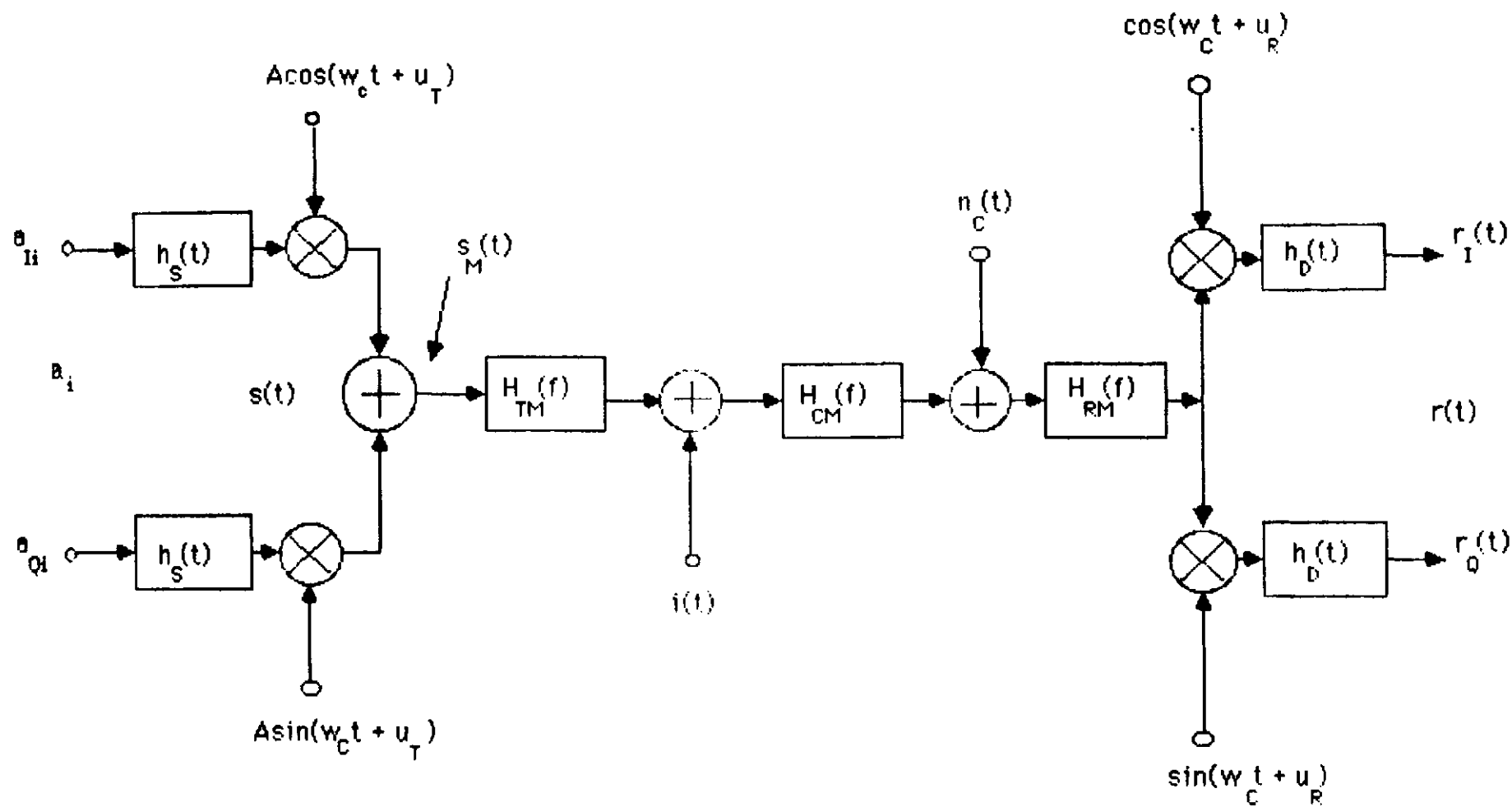


Figure I.1 Modèle détaillé d'un système QASK

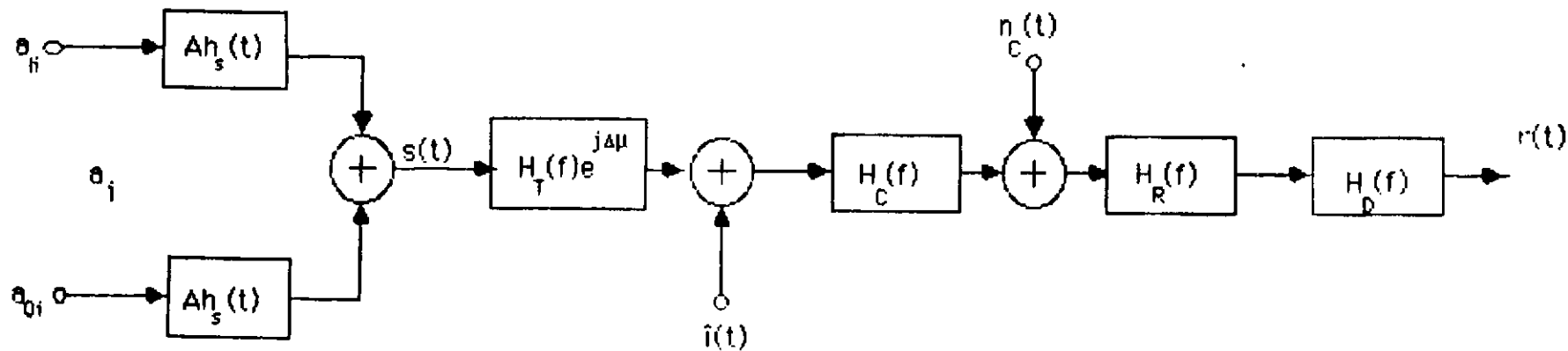


Figure 1.2 Modèle en bande de base d'un système QASK

avec

$$s(t) = A \left(\sum_i a_{Ii} h_s(t - iT) + j \sum_i a_{Qi} h_s(t - iT) \right)$$

De même $\hat{i}(t)$ est l'enveloppe complexe de $i(t)$.

$$i(t) = \text{Re} \left\{ \hat{i}(t) e^{j(\omega_1 t + \phi_1)} \right\}$$

Pour calculer la densité spectrale de $\hat{i}(t)$, il suffit de calculer la densité spectrale de $i(t)$, prendre une des deux moitiés du spectre et la ramener à l'origine.

En ce qui concerne $n_c(t)$, sa variance σ_n^2 devient N_0 plutôt que $N_0/2$ dans le modèle précédent.

On peut encore simplifier ce modèle si on ne considère qu'une seule branche du système à la fois. En effet, la branche en phase et la branche en quadrature sont indépendantes si la détection de la phase de la porteuse est parfaite. On peut simplifier davantage si on néglige l'effet du filtrage du transmetteur et du canal et si on remplace les filtres H_R et H_D par un seul filtre H_{RD} . On obtient le modèle de la figure I.3.

I.3 CALCUL DE P_e

Étant donné qu'il est possible de ramener l'étude d'un système en quadrature à l'étude d'une seule de ses branches en bande de base, toutes les expressions de P_e existant dans la littérature pour le cas du duobinaire en bande de base pourront nous être utiles.

À la figure I.4 est présenté un codeur PRS duobinaire. Dans ce modèle $h(t)$ est le "pulse shaping" au transmetteur qui a été choisi rectangulaire. La réponse $h(t)$ et la réponse $h_c(t)$ résultant du codeur duobinaire sont présentées à la figure I.5. À la figure I.3, $h_{RD}(t)$ est la réponse d'un

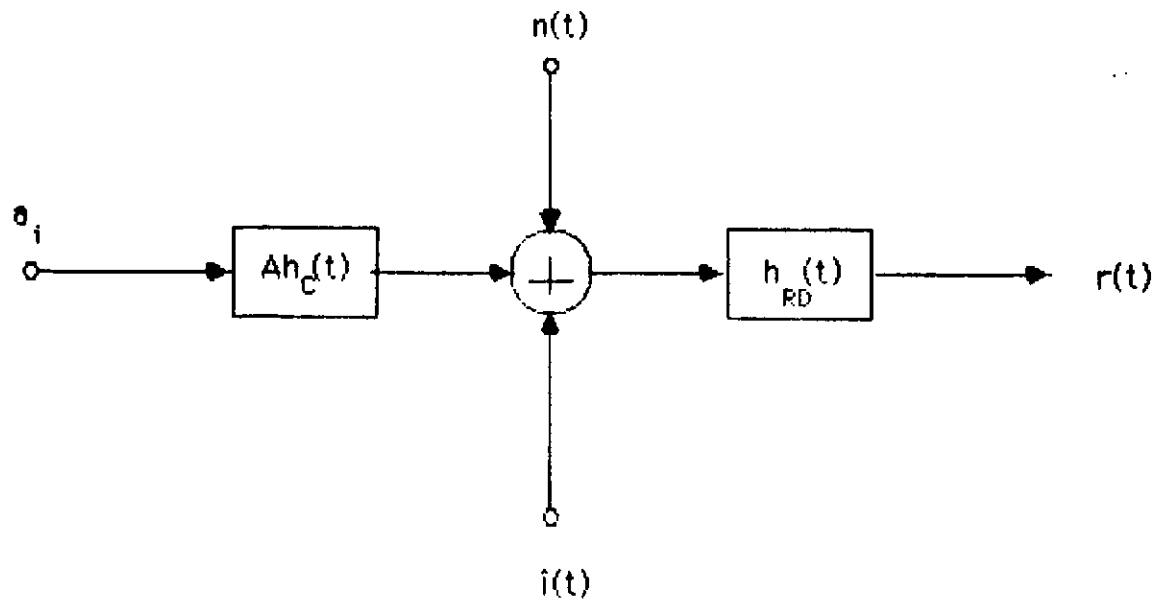
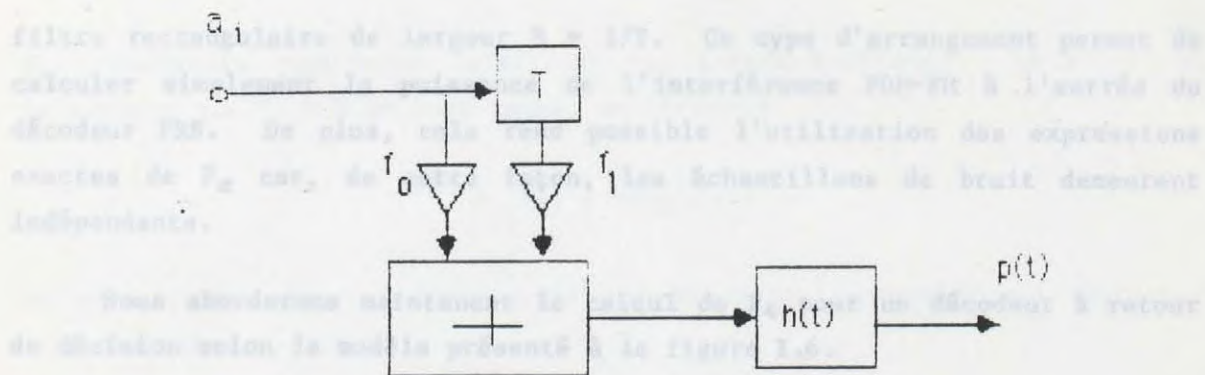


Figure 1.3 Modèle en bande de base réduit



1.3.1 Décoder Figure 1.4 Codeur PRS duobinaire

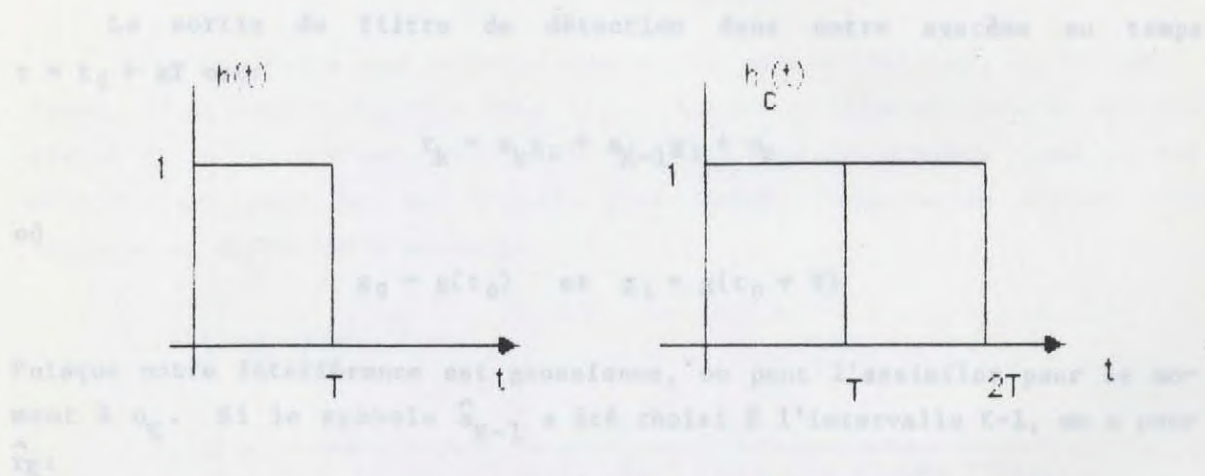


Figure 1.5 Réponse $h(t)$ et $h_c(t)$ pour le duobinaire

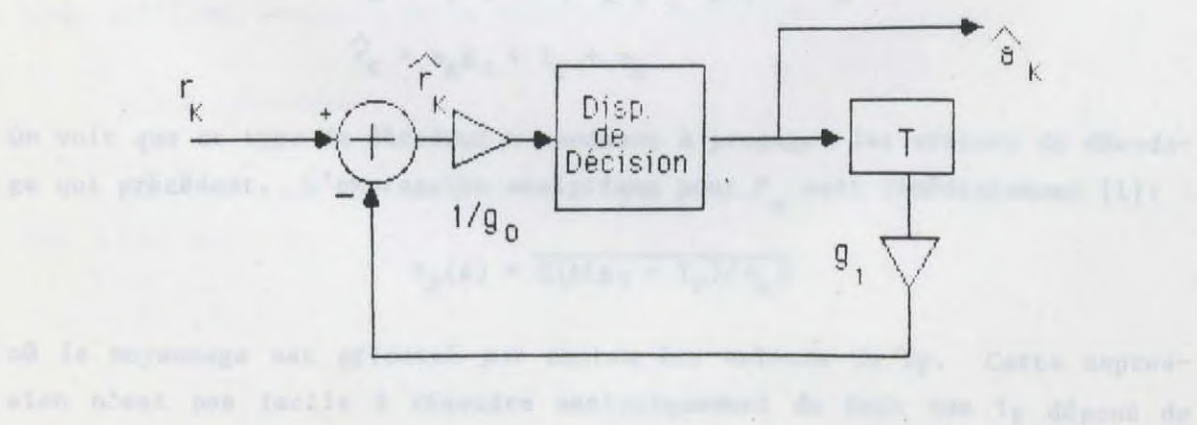


Figure 1.6 Décodeur duobinaire à retour de décision

filtre rectangulaire de largeur $B = 1/T$. Ce type d'arrangement permet de calculer simplement la puissance de l'interférence FDM-FM à l'entrée du décodeur PRS. De plus, cela rend possible l'utilisation des expressions exactes de P_e car, de cette façon, les échantillons de bruit demeurent indépendants.

Nous aborderons maintenant le calcul de P_e pour un décodeur à retour de décision selon le modèle présenté à la figure I.6.

I.3.1 Décodeur à retour de décision

La sortie du filtre de détection dans notre système au temps $t = t_0 + kT$ est:

$$r_k = a_k g_0 + a_{K-1} g_1 + n_k$$

où

$$g_0 = g(t_0) \quad \text{et} \quad g_1 = g(t_0 + T)$$

Puisque notre interférence est gaussienne, on peut l'assimiler pour le moment à n_k . Si le symbole \hat{a}_{K-1} a été choisi à l'intervalle $K-1$, on a pour \hat{r}_K :

$$\hat{r}_K = a_K g_0 + a_{K-1} g_1 - \hat{a}_{K-1} g_1 + n_K$$

$$\hat{r}_K = a_K g_0 + g_1 (a_{K-1} - \hat{a}_{K-1}) + n_K$$

$$\hat{r}_K = a_K g_0 + I_F + n_K$$

On voit que ce type de décodeur a tendance à propager les erreurs de décodage qui précèdent. L'expression analytique pour P_e suit immédiatement [1]:

$$P_F(e) = \overline{Q(A(g_0 - I_F)/\sigma_n)}$$

où le moyennage est effectué sur toutes les valeurs de I_F . Cette expression n'est pas facile à résoudre analytiquement du fait que I_F dépend de

P_e . Toutefois, une borne inférieure est facile à obtenir. En effet, si on suppose que $I_F = 0$ en tout temps, on obtient:

$$P_{FL}(e) = Q(ag_0/\sigma_n)$$

On peut trouver dans la littérature [1] une borne supérieure qui vaut pour le duobinaire:

$$P_{FU}(e) = 4Q(Ag_0/\sigma_n)$$

Ces bornes pourront nous servir à vérifier la validité de nos résultats.

Si l'on désire une solution exacte, on pourra utiliser, en la simplifiant, l'expression fournie dans [2]. Notons en passant qu'une solution exacte de ce genre n'est praticable que pour des cas simples comme le duobinaire, car pour des cas d'ordre plus élevé, l'expression devient très complexe et difficile à manipuler.

On obtient donc:

$$P_F(e) = \frac{Q(Ag_0/\sigma_n)}{1 + Q(Ag_0/\sigma_n) - \frac{1}{2} Q\left[A\left(\frac{g_0 + 2g_1}{\sigma_n}\right)\right] - \frac{1}{2} Q\left[A\left(\frac{g_0 - 2g_1}{\sigma_n}\right)\right]}$$

Cette expression demeure relativement facile à calculer. Nous verrons plus loin qu'il est possible de la simplifier davantage.

1.3.2 Précodage

Dans ce type de décodage, on transforme la suite originale $\{a_k\}$ en une autre suite $\{b_k\}$:

$$b_k = a_k - b_{k-1} \frac{g_1}{g_0} \text{ (modulo 2)}$$

Ensuite, on envoie la suite $\{b_K\}$ dans un codeur PRS conventionnel qui est ici duobinaire. Donc, on obtient à la sortie:

$$r_K = b_K g_0 + b_{K-1} g_1 + n_K$$

À partir de la première équation, on peut obtenir:

$$a_K = b_K + b_{K-1} g_1/g_0 \text{ (modulo 2)}$$

Donc:

$$\hat{a}_K = r_K/g_0 \text{ (modulo 2)}$$

On voit ici que la décision ne dépend que des symboles $\{b_K\}$ et ne dépend plus de \hat{a}_{K-1} les décisions précédentes. Donc, ce type de décodeur élimine les problèmes de propagation d'erreur inhérente au décodeur à retour de décision.

Un modèle de codage et décodage est présenté aux figures I.7 et I.8. Dans [1], on développe une expression de P_e pour le duobinaire en présence de précodage. On a:

$$P_{PC}(e) = 1.5 Q(A/2 g_0/\sigma_n)$$

Cette expression est exacte, mais ne vaut que pour le duobinaire. Elle est presque semblable à la borne inférieure vue précédemment pour le décodeur à retour de décision sauf pour le facteur multiplicatif et l'argument de $Q(x)$. Le facteur 1/2 dans l'argument est dû au fait que l'opération de précodage se fait sur l'ensemble $[0,1]$ plutôt que $[-1,1]$, soit une réduction de moitié de la distance entre les symboles. Mais nous verrons plus loin que ce facteur s'annule quand nous exprimons l'argument de $Q(x)$ en fonction du rapport signal sur bruit.

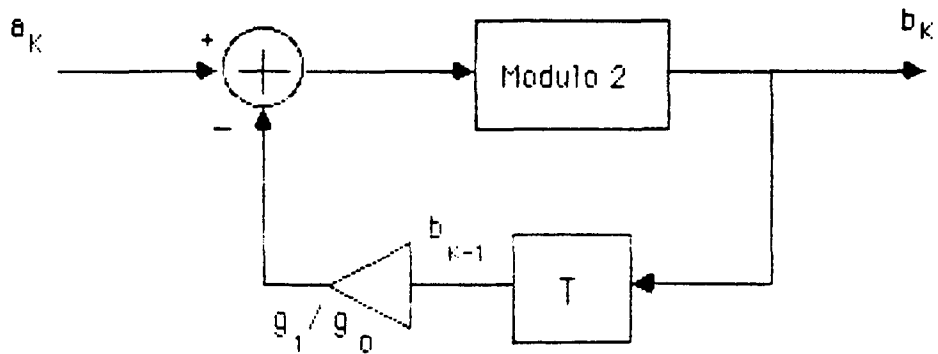


Figure 1.7 Technique de précodage duobinaire

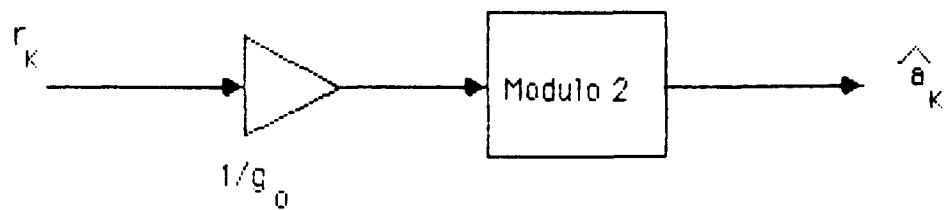


Figure 1.8 Dispositif de décision en présence de précodage

I.4 RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT

Celui-ci est défini comme étant le rapport entre la puissance du signal et la puissance du bruit de canal dans une bande $B = 1/T$. Si on pose que:

$$\gamma = \frac{P}{N} = \frac{P}{N_0/2T} = \frac{PT}{N_0/2} = \frac{2E_S}{N_0}$$

et P est la puissance moyenne du signal numérique à l'entrée du récepteur.

Si le signal numérique est:

$$r(t) = \sum_i a_i h(t - iT)$$

on a:

$$E_S = E\{r^2(t)\} = E\{a_i^2\}E_C$$

où

$$E_C = \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt$$

Si le signal numérique est passe-bande, on a:

$$E_S = \frac{A^2}{2} E\{a_i^2\} E_C$$

Pour un signal QAM-Maire (suite binaire indépendante),

$$E\{a_i^2\} = \frac{M^2 - 1}{3} \quad \text{avec} \quad \{a_i\} = [\pm 1, \pm 3, \pm \dots \pm M-1]$$

On peut maintenant exprimer $A\sigma_n/\sigma_n$ en fonction de γ .

Pour un signal passe-bande: $\sigma_n^2 = N_0 E_{RD}$

Pour un signal passe-bas: $\sigma_n^2 = N_0/2 E_{RD}$

où

$$E_{RD} = \int_{-\infty}^{\infty} |H_{RD}(f)|^2 df$$

Donc,

$$\left(\frac{Ag_0}{\sigma_n}\right)^2 = \frac{A^2 g_0^2}{\sigma_n^2} = \frac{A^2 g_0^2}{N_0 E_{RD}}$$

$$\gamma = \frac{2E\{a_i^2\}E_c}{N_0} \frac{A^2}{2}, \quad \frac{A^2}{N_0} = \frac{\gamma}{E_c E\{a_i^2\}}$$

et

$$\frac{A^2 g_0^2}{N_0 E_{RD}} = g_0^2 \frac{\gamma}{E_c E_{RD} E\{a_i^2\}}$$

et

$$\frac{Ag_0}{\sigma_n} = g_0 \left(\frac{\gamma}{E_c E_{RD} E\{a_i^2\}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Maintenant, si on utilise cette expression pour le cas du QPRS duobinaire, on obtient:

$$\frac{Ag_0}{\sigma_n} = g_0 \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

car $E_{RD} = B$ pour $H_{RD}(f)$ un filtre rectangulaire de largeur $B = 1/T$ et

$$E_c = \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt = \int_0^T dt = 2T$$

donc,

$$E_{RD} E_c = 2$$

Et pour le cas binaire avec $\{a_i\} = [-1,1]$, on a:

$$E\{a_i^2\} = 1$$

On remarquera la réduction de 3 dB du rapport signal sur bruit par rapport au cas binaire idéal.

On peut exprimer γ en dB. On aura donc:

$$\gamma_{dB} = 10 \log_{10} \gamma$$

Examinons maintenant l'expression de P_e trouvée pour le précodage. On a:

$$P_{PC}(e) = 1.5 Q(Ag_0/2\sigma_n)$$

Pour calculer cette expression en fonction de γ , il faut calculer la puissance moyenne du signal numérique avec précodage. Par rapport au cas précédent du duobinaire, la suite $\{a_i\}$ est préalablement transformée en la suite $\{b_i\}$ par l'opération de précodage. Si la suite $\{a_i\}$ est indépendante dans l'intervalle $[0,1]$, la suite $\{b_i\}$ le sera dans l'intervalle $[0,1]$ car l'opération de précodage est non linéaire et sans mémoire.

L'expression de $P(e)$ pour le précodage présentée précédemment a été obtenue pour une suite $\{a_i\}$ dans l'intervalle $[0,1]$. Donc, pour cette suite $E\{a_i^2\} = \frac{1}{2}$. Donc, on a:

$$\frac{Ag_0}{2\sigma_n} = g_0 \left(\frac{\gamma}{2E_C E_{RD} E\{a_i^2\}} \right)^{\frac{1}{2}} = g_0 \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

La même expression que celle obtenue précédemment pour le cas du décodeur à retour de décision.

I.5 CALCUL DE g_0 ET g_1

Pour calculer g_0 et g_1 , il faut trouver la réponse du système à un créneau de largeur $2T$. Car $g_0 = g(t_0)$ et $g_1 = g(t_0 + T)$.

Si on pose $g(t) = h_c(t) * h_{RD}(t)$, où $h_c(t)$ est un créneau de largeur $2T$ et $h_{RD}(t)$ est la réponse impulsionnelle à un filtre rectangulaire de largeur $B = 1/T$.

$$h_{RD}(t) = \frac{B \sin \pi B \tau}{\pi B \tau} = \frac{1}{T} \frac{\sin \pi \tau / T}{\pi \tau / T}$$

donc

$$g(t) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} h_c(t-u) \frac{\sin \pi \mu / T}{\pi \mu / T} du$$

$$g(t) = \frac{1}{T} \int_{t-2T}^t \frac{\sin \pi \mu / T}{\pi \mu / T} du$$

si

$$\frac{\pi \mu}{T} = x$$

$$du = dx \frac{T}{\pi}$$

donc

$$g(t) = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{T}(t-2T)}^{\pi t / T} \frac{\sin x}{x} dx$$

Si on échantillonne à la fin du "baud", on aura:

$$g(t_0) = g(T) \quad \text{et} \quad g(t_0 + T) = g(2T)$$

et

$$g_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{2}{\pi} S_1(\pi) = 1.18$$

$$g_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{1}{\pi} S_1(2\pi) = 0.45$$

Les valeurs de $S_1(K\pi)$ peuvent être trouvées numériquement ou obtenues dans des tables (voir référence [3]).

I.6 DISCUSSIONS DES RÉSULTATS

Avant de présenter les courbes annexées, nous voulons discuter des choix que nous avons faits. Examinons la figure I.9. Sur cette figure, nous avons présenté les résultats idéaux pour cinq cas différents. Si on prend les courbes de gauche à droite, on a la situation suivante:

Courbe #1 : cas binaire idéal $P_e = Q(\gamma^{\frac{1}{2}})$

Courbes #2 à #5: cas du QPRS-4 duobinaire

#2 : borne inférieure: $P_e = Q[(\gamma/2)^{\frac{1}{2}}]$

#3 : précodage: $P_e = 1.5 Q[(\gamma/2)^{\frac{1}{2}}]$

#4 : décodeur à retour de décision: $P_e = 2Q[(\gamma/2)^{\frac{1}{2}}]$

#5 : borne supérieure: $P_e = 4Q[(\gamma/2)^{\frac{1}{2}}]$

Le point à remarquer ici est que les 4 courbes concernant le QPRS sont très similaires et rapprochées avec comme pire cas la borne supérieure. Plutôt que de présenter deux séries de courbes similaires pour le cas du décodeur à retour de décision et le précodage, nous avons choisi de présenter seulement des résultats pour la borne supérieure.

PERFORMANCE DES RECEPTEURS QPRS-4 DUOBINAIRE

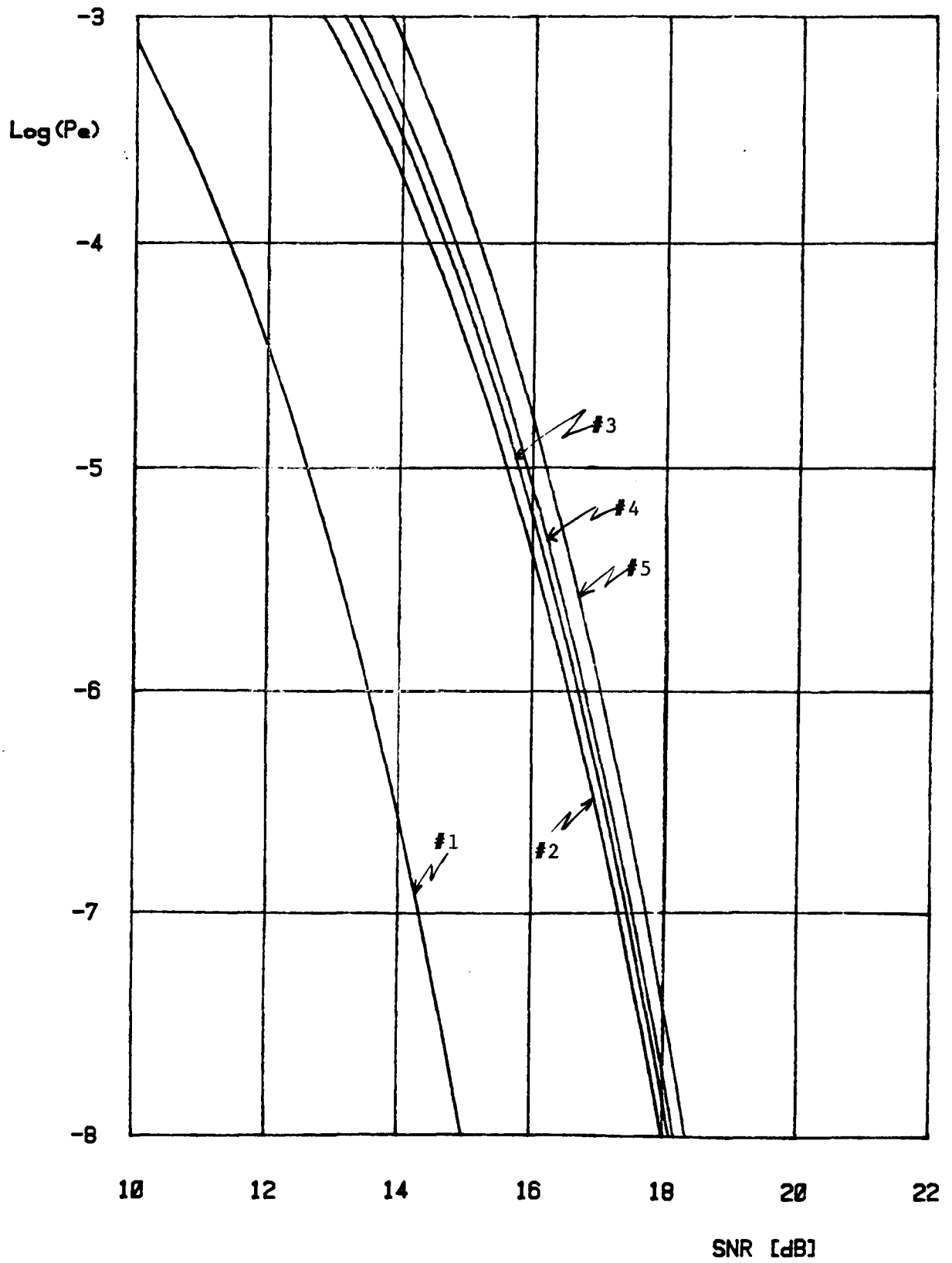


Figure I.9

Pour ces résultats, nous avons choisi de prendre $g_0 = 1$ pour être cohérent avec les résultats précédents du QAM, qui ont été présentés avec $g_0 = 1$.

Notons que si on veut se servir des résultats présentés et les comparer à d'autres, il faut préciser davantage la signification de P_e . En effet, les résultats du QAM présentés dans la phase III étaient la probabilité d'erreur des symboles de chaque branche indépendante. Donc, pour être cohérent, nous présentons également la probabilité d'erreur des symboles de chaque branche du système QPRS. De cette façon, il est possible de comparer le QAM-4 avec le QPRS-4 duobinaire. Par contre, si on veut utiliser le QAM-4 comme résultat du PSK-4, il faudra multiplier les résultats du QAM-4 par 2 car chaque symbole transmis est constitué de 2 symboles en quadrature. On peut donc résumer comme suit:

$$P_S(e) = 2P_{S_I}(e) = 2P_{S_Q}(e)$$

$$P_S(e) = \log_2 M P_b(e) \quad M: \text{nb d'états}$$

où P_{S_I} et P_{S_Q} sont les probabilités d'erreur présentes pour les systèmes en quadrature et $P_S(e)$ pour les systèmes PSK. Dans la partie II de ce rapport, nous présenterons les résultats pour le PSK-8.

Un autre point à remarquer est le peu de différence obtenue entre les deux types de décodeur QPRS duobinaire si on examine les courbes 3 et 4 de la figure I.9. Ceci est dû au fait que les résultats sont présentés pour des valeurs de P_e relativement faibles i.e. entre 10^{-3} et 10^{-8} . Pour ces valeurs de P_e , les deux types de décodeur s'équivalent presque.

L'expression simplifiée de P_e pour le décodeur à retour de décision a été obtenue en posant $g_0 = g_1 = 1$. On a:

$$P_F(e) = \frac{Q(x)}{1 + Q(x) - \frac{1}{2} Q(3x) - \frac{1}{2} Q(-x)} \quad x = A/\sigma_n$$

et comme $Q(-x) = 1 - Q(x)$, on a :

$$P_F(e) = \frac{Q(x)}{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} Q(x) - \frac{1}{2} Q(3x)}$$

On peut raisonnablement négliger le terme $Q(3x)$ si $P_F(e)$ est inférieur à 10^{-3} . De même, pour des valeurs encore plus faibles de P_e , on peut négliger le terme en $Q(x)$ au dénominateur et $P_F(e) \approx 2Q(x)$. On obtient un P_e moins bon qu'avec le précodage mais en-dessous de la borne supérieure.

Donc, les résultats présentés en annexe I.A valent pour le QPRS-4 duobinaire. Ils représentent la probabilité d'erreur des symboles par branche en fonction des paramètres de l'interférence FDM-FM et du rapport signal sur bruit en dB. Ces résultats constituent le pire cas idéal car nous avons calculé la borne supérieure et posé $g_0 = 1$. On remarque immédiatement la dégradation de 3 dB du rapport signal sur bruit inhérente aux systèmes QPRS par rapport aux systèmes QAM. On se rappellera que l'objectif des systèmes PRS étant de combattre l'IIS, cet avantage se réalise au coût d'une dégradation du rapport signal sur bruit.

Pour ce qui est de l'allure générale des courbes, elles sont très similaires à celles présentées dans la phase III pour les systèmes QAM. La partie la plus coûteuse du calcul étant de déterminer la puissance de l'interférence FDM-FM en fonction des différents paramètres, nous avons choisi par économie de reprendre les valeurs obtenues dans la phase III. Les valeurs choisies des paramètres de l'interférence FDM-FM, telles l'indice de modulation, l'écart entre les porteuses et le rapport entre les largeurs de bande des 2 systèmes, seront donc les mêmes. De cette façon, on pourra comparer plus facilement les résultats des phases III et IV.

I.7 CONCLUSION

Nous avons présenté dans cette première partie du rapport de la phase IV les résultats de nos calculs de la probabilité d'erreur dans les systèmes QPRS en présence d'une interférence FDM-FM.

Nous avons, comme dans la phase III, modélisé notre interférence FDM-FM par un processus gaussien. Ceci nous a permis d'utiliser les développements analytiques et les expressions présentées dans la littérature courante pour le bruit de canal gaussien. De plus, il a été possible de réutiliser des résultats obtenus dans la phase III en choisissant les mêmes valeurs de paramètres pour l'interférence FDM-FM. Car, en plus de l'économie de temps de calcul, cela permet de comparer plus facilement les résultats obtenus dans les différents systèmes.

Pour des raisons pratiques, nous nous sommes limités à la modulation la plus utilisée soit la modulation duobinaire et les systèmes en quadrature à 4 états.

Nous avons présenté, à la section I.2, un modèle détaillé de système QPRS duobinaire, lequel est en fait un système QASK où seulement la fonction $h_S(t)$ et le décodeur sont différents. Nous avons par la suite réduit notre modèle à une seule branche en bande de base afin d'en faciliter l'analyse. Ceci nous a permis d'utiliser les expressions de $P(e)$ trouvées dans la littérature pour les systèmes PRS en bande de base.

Nous avons présenté l'analyse des performances en présence d'un décodeur à retour de décision et en présence de précodage. Des expressions de $P(e)$ ainsi que des bornes d'erreur ont été trouvées. Nous avons présenté, à la figure I.9, la probabilité d'erreur obtenue pour les deux types de décodeur ainsi que les bornes inférieure et supérieure. En constatant le peu de différence entre ces 4 courbes, nous avons finalement choisi de présenter les résultats de la borne supérieure, car elle constitue le pire cas.

En annexe I.A est donc présentée une série de courbes de la probabilité d'erreur des symboles de chaque branche en fonction du rapport signal sur bruit et des paramètres de l'interférence FDM-FM.

Ces courbes valent pour le QPRS-4 duobinaire et pourraient être utilisées pour le duobinaire modifié et le dicode. De plus, les "listings" détaillés des programmes utilisés sont présentés en annexe I.B. Notons que, pour éviter la répétition, nous avons présenté seulement la partie du "listing" qui diffère de celui présenté dans le rapport phase III. En effet, toute la partie concernant le calcul de la puissance de l'interférence est exactement semblable; seul le calcul de $P(e)$ diffère.

A N N E X E I . A

Résultats

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

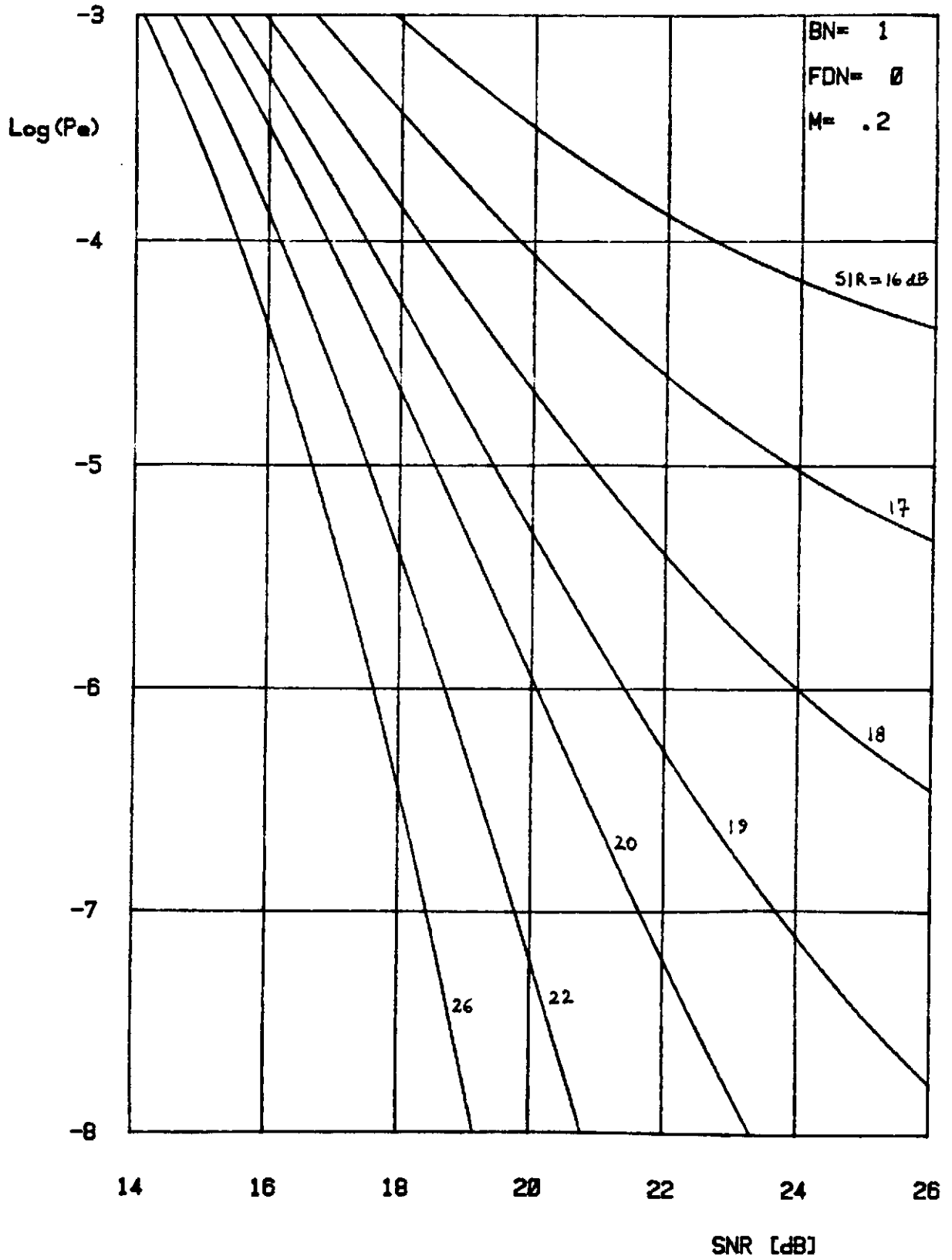


Figure I.A.1

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

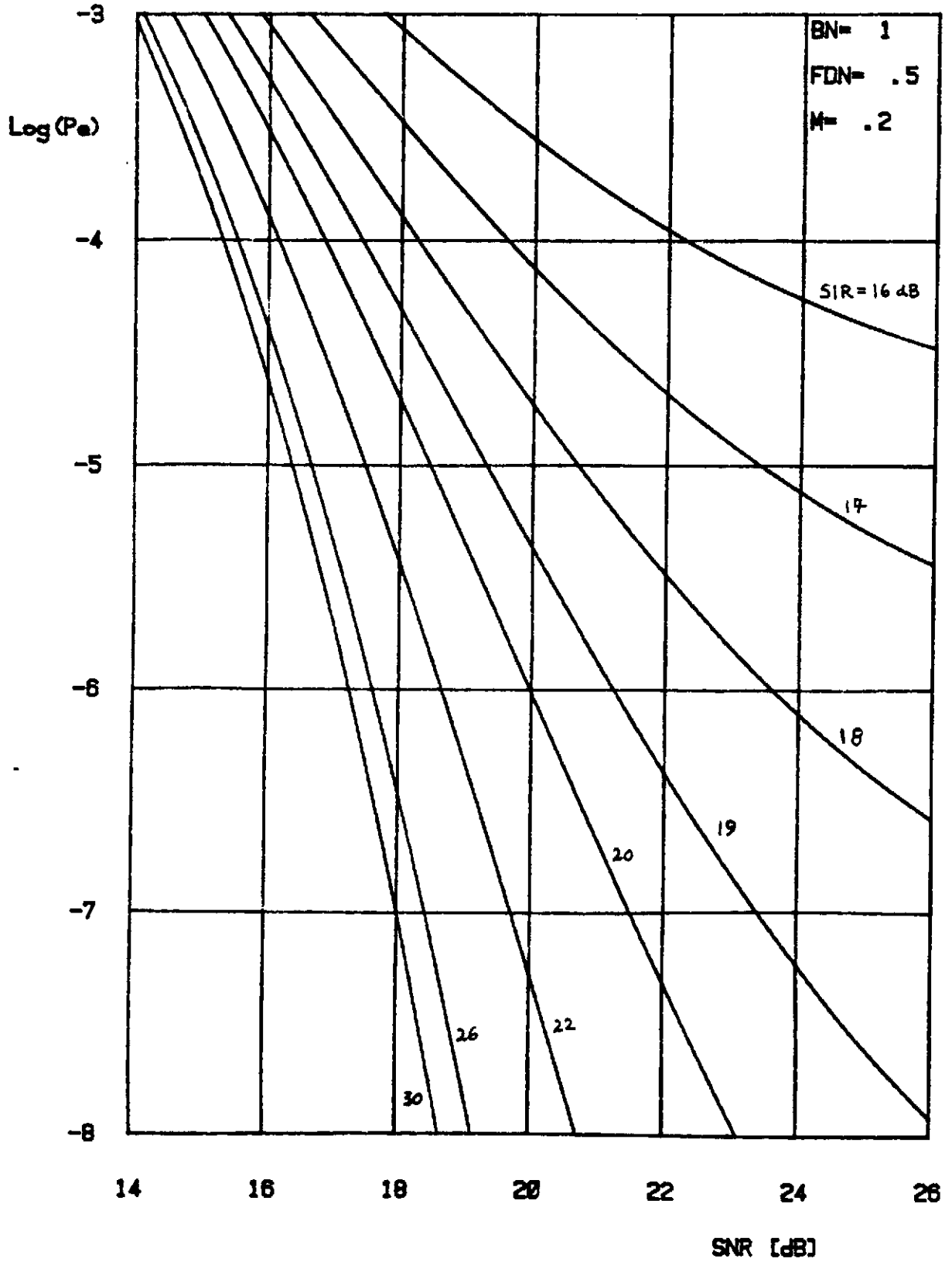


Figure I.A.2

INTERFERENCE FDM-FM DANS GPRS-4 DUOBINAIRE

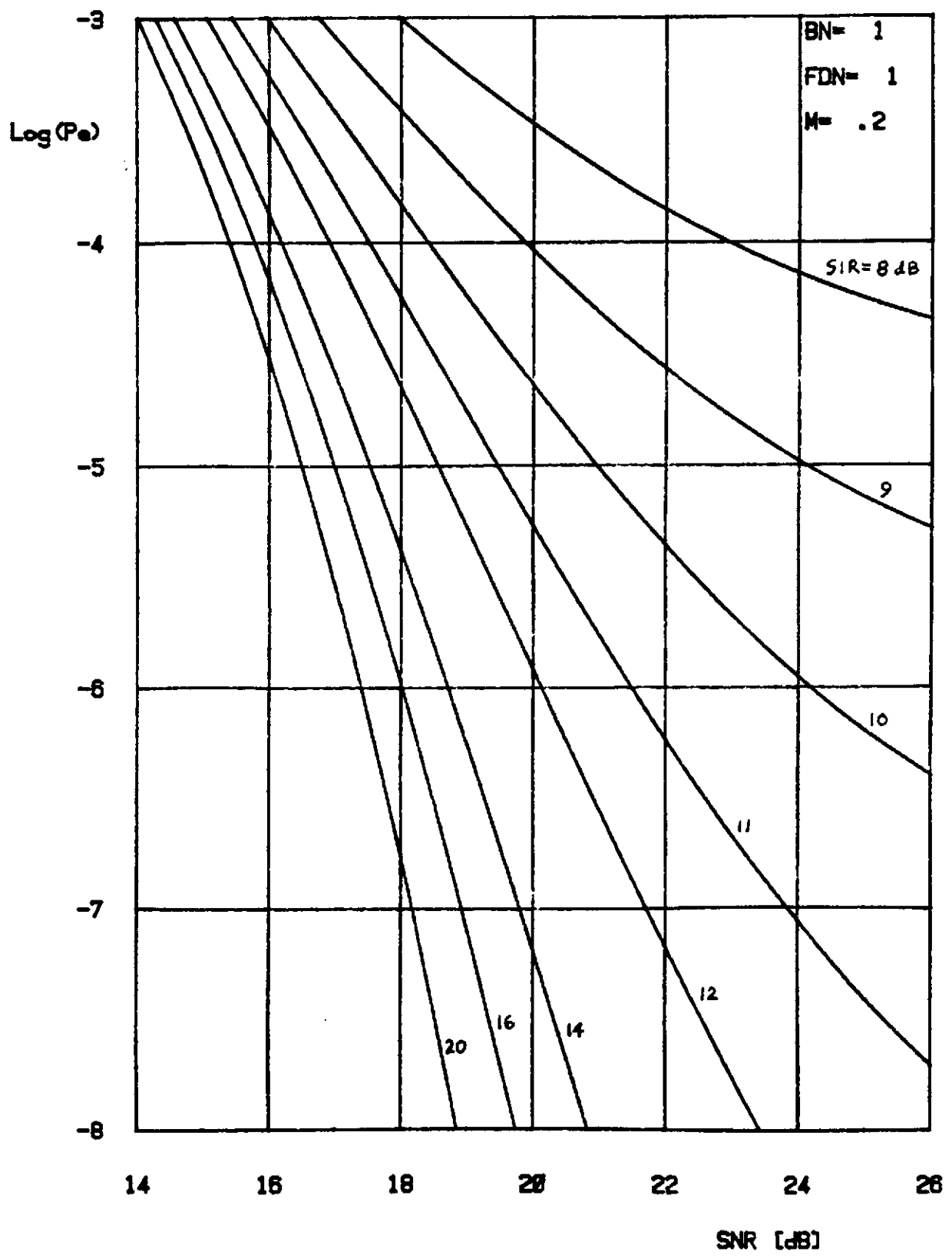


Figure I.A.3

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

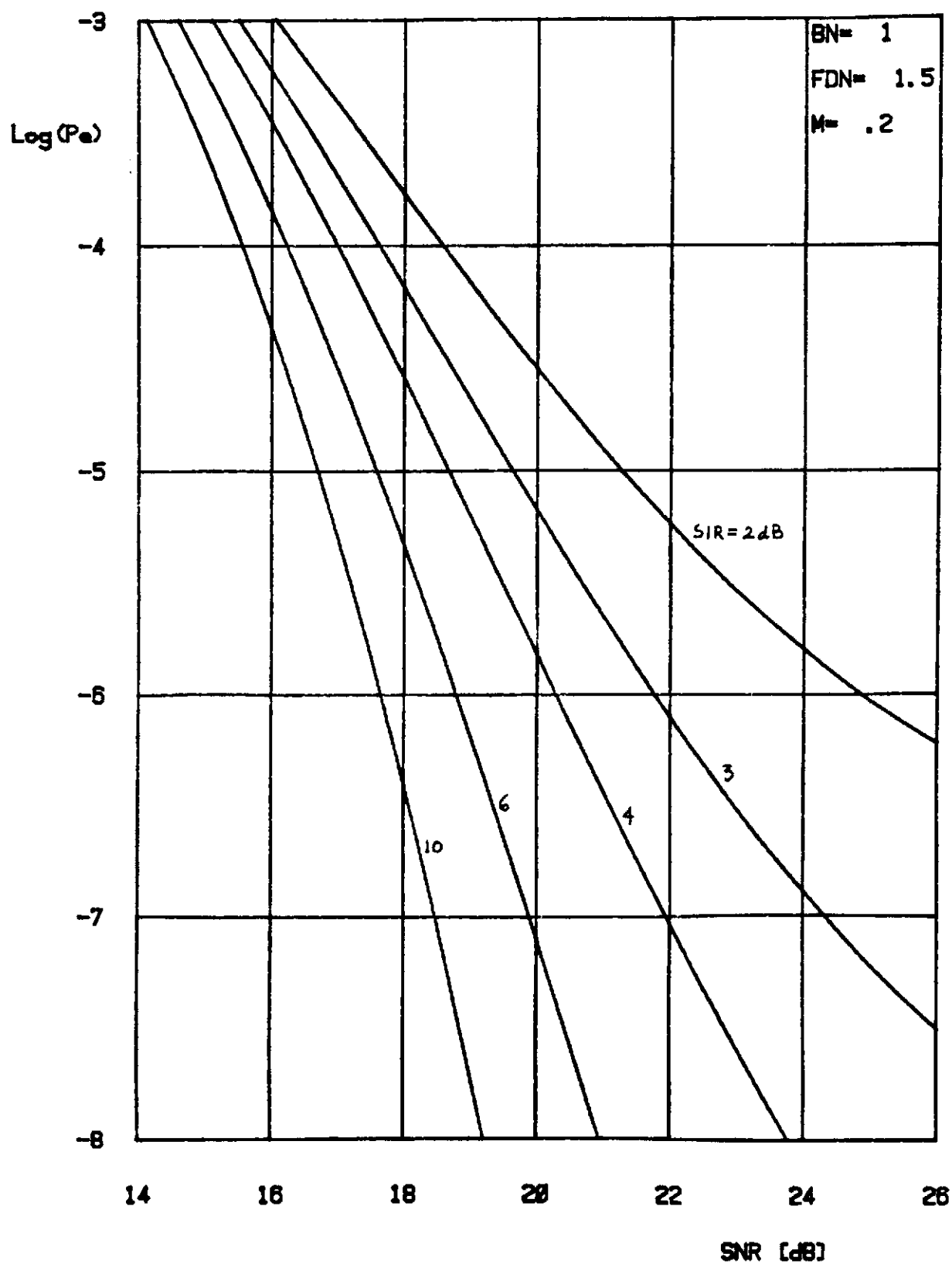


Figure I.A.4

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

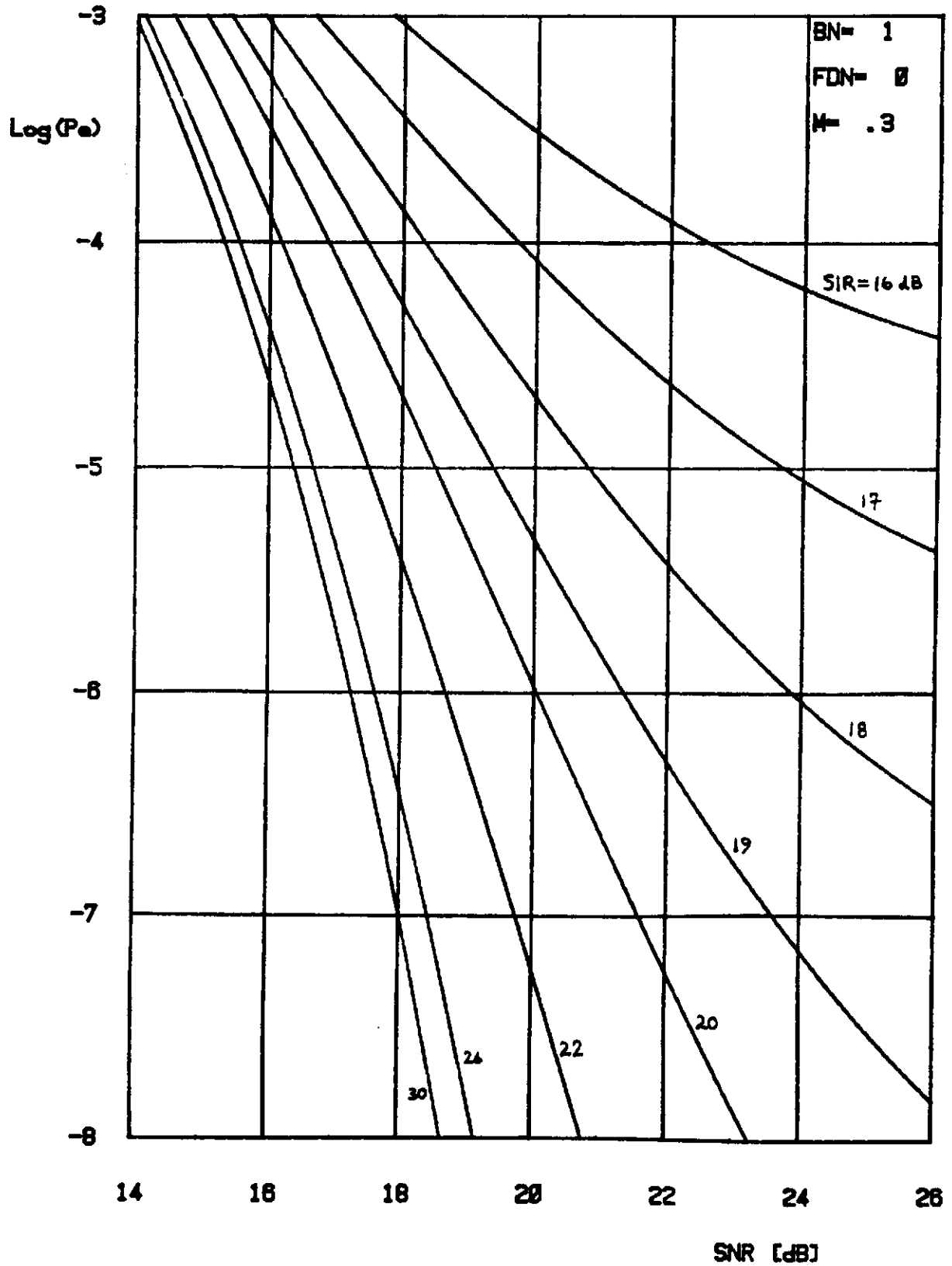


Figure I.A.5

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

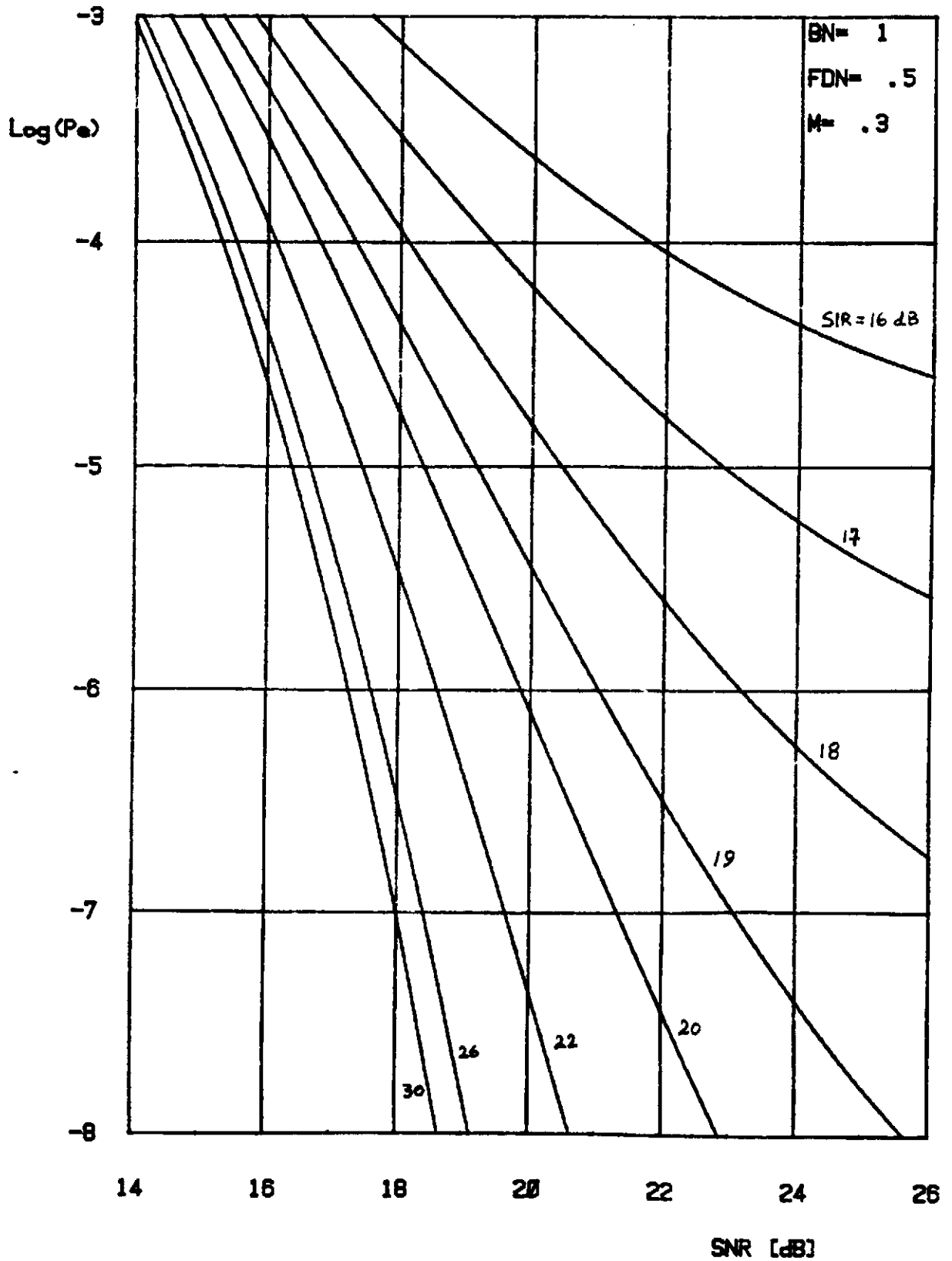


Figure I.A.6

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

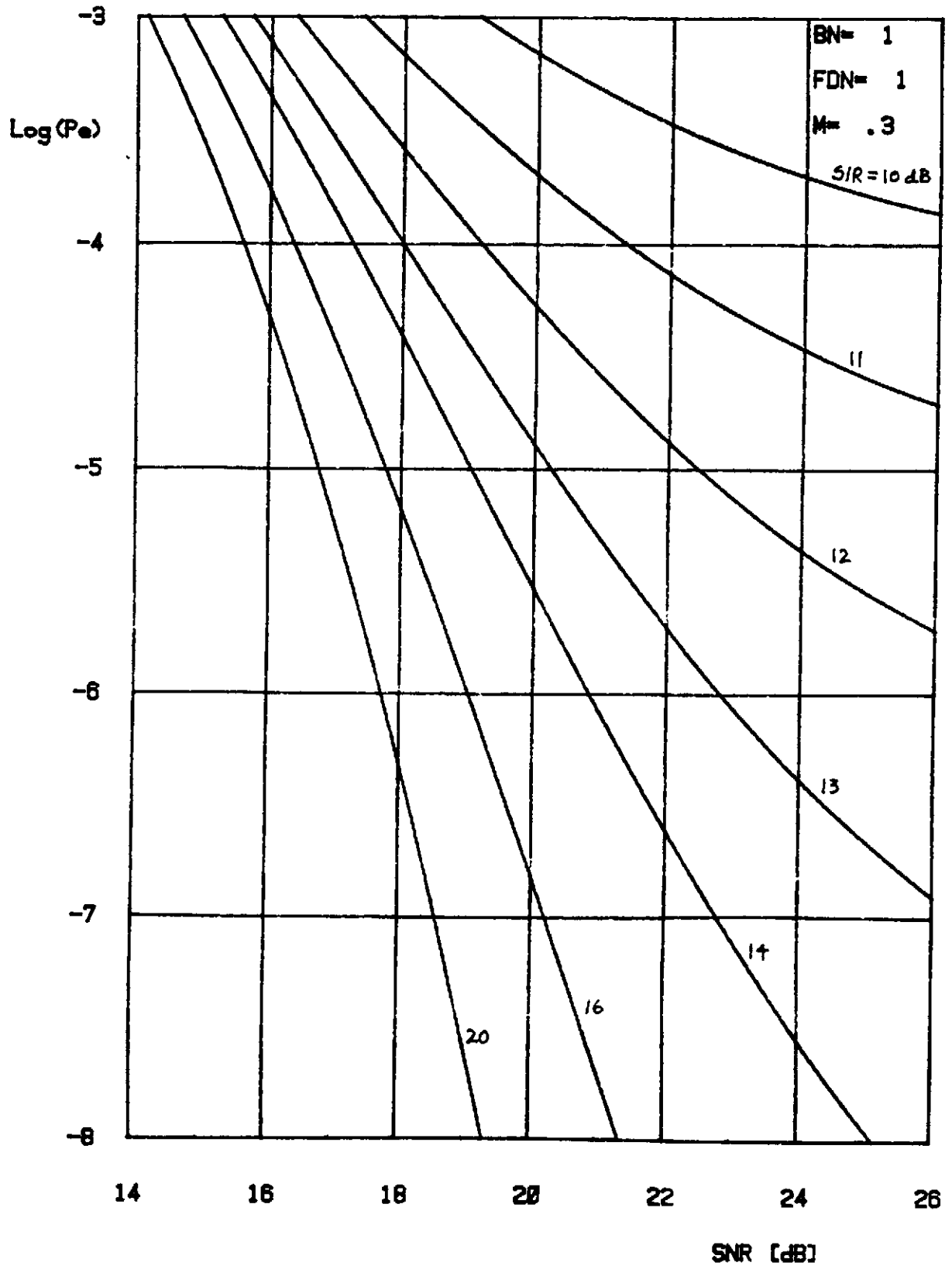


Figure I.A.7

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

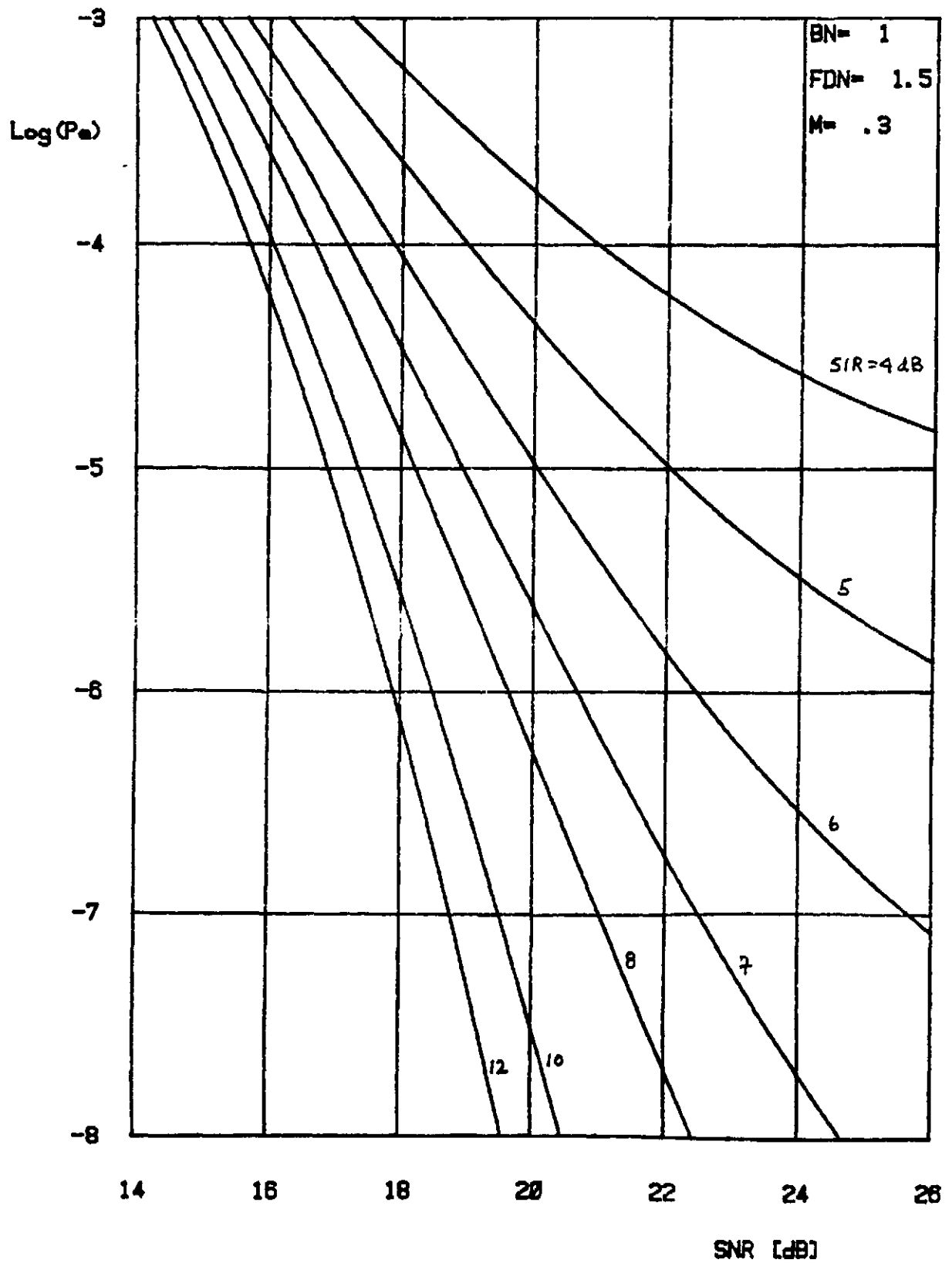


Figure 1.A.8

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

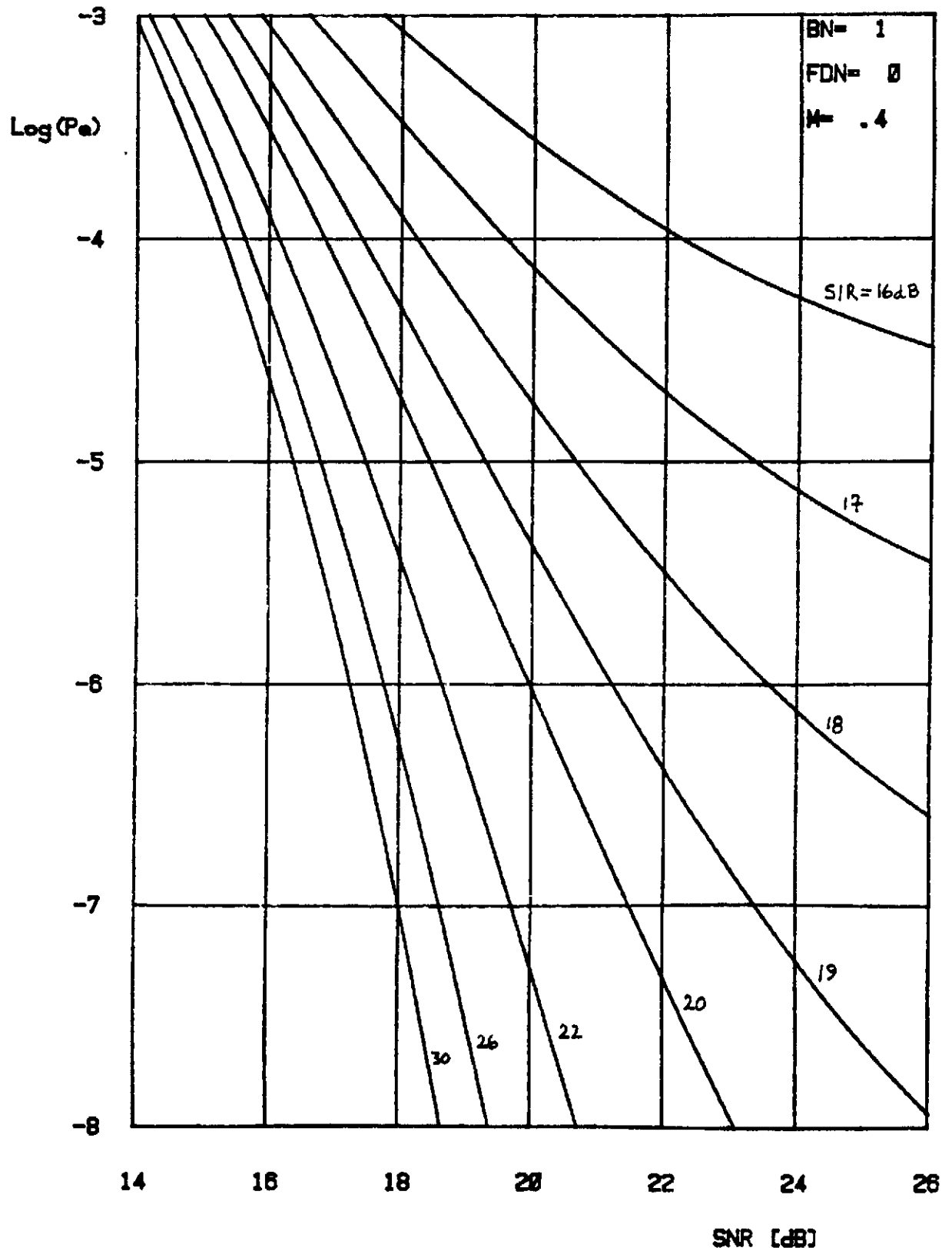


Figure I.A.9

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

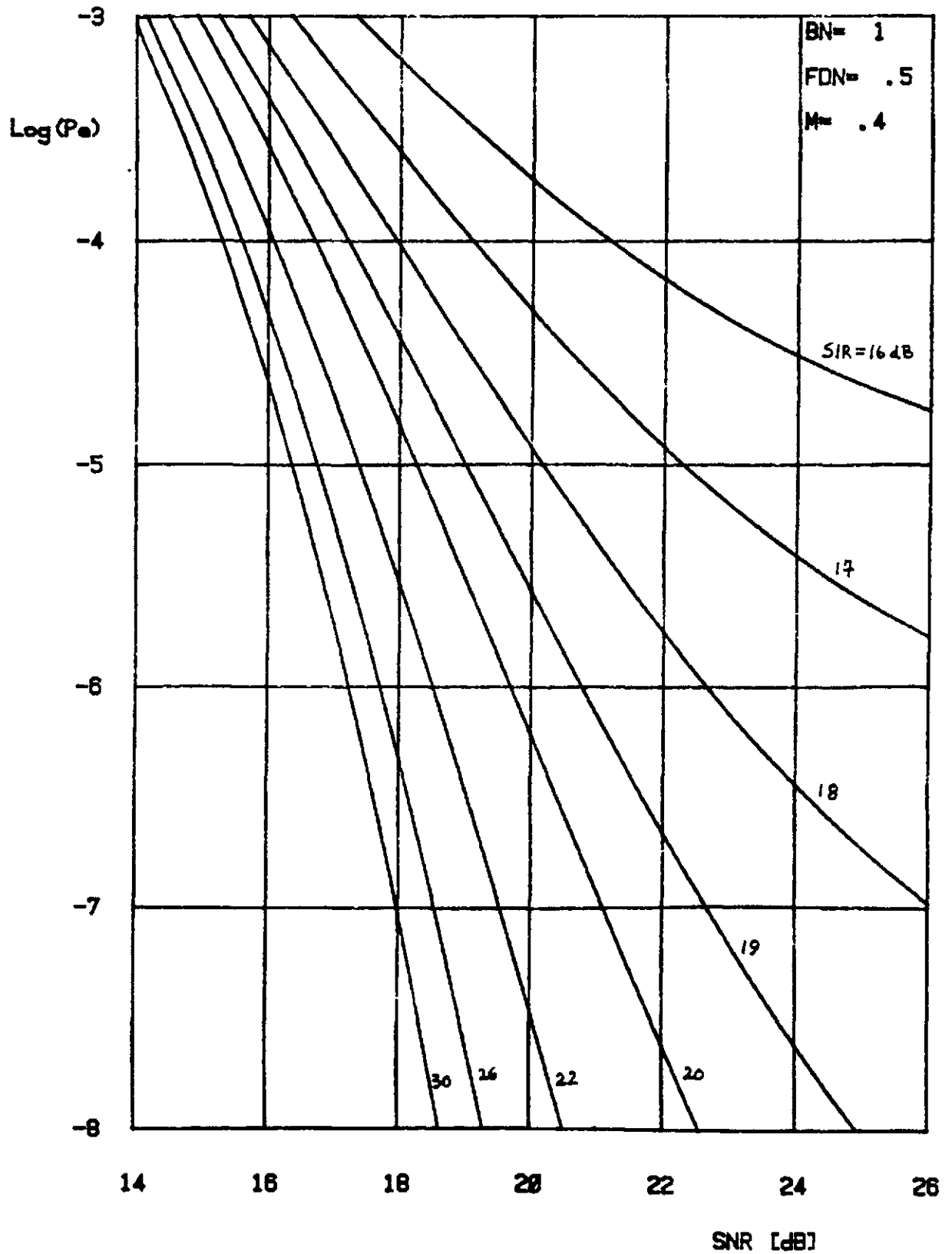


Figure I.A.10

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

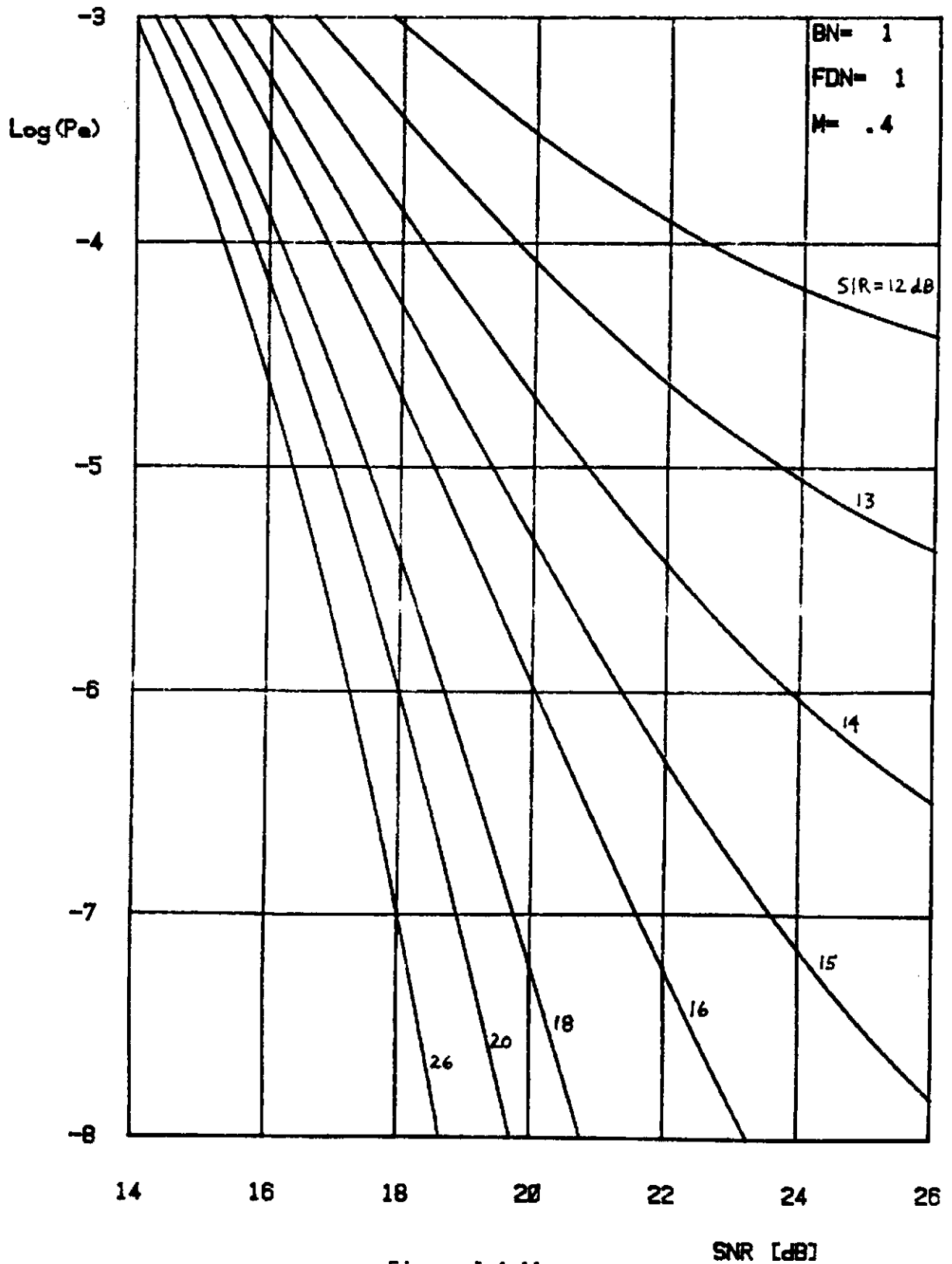


Figure I.A.11

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

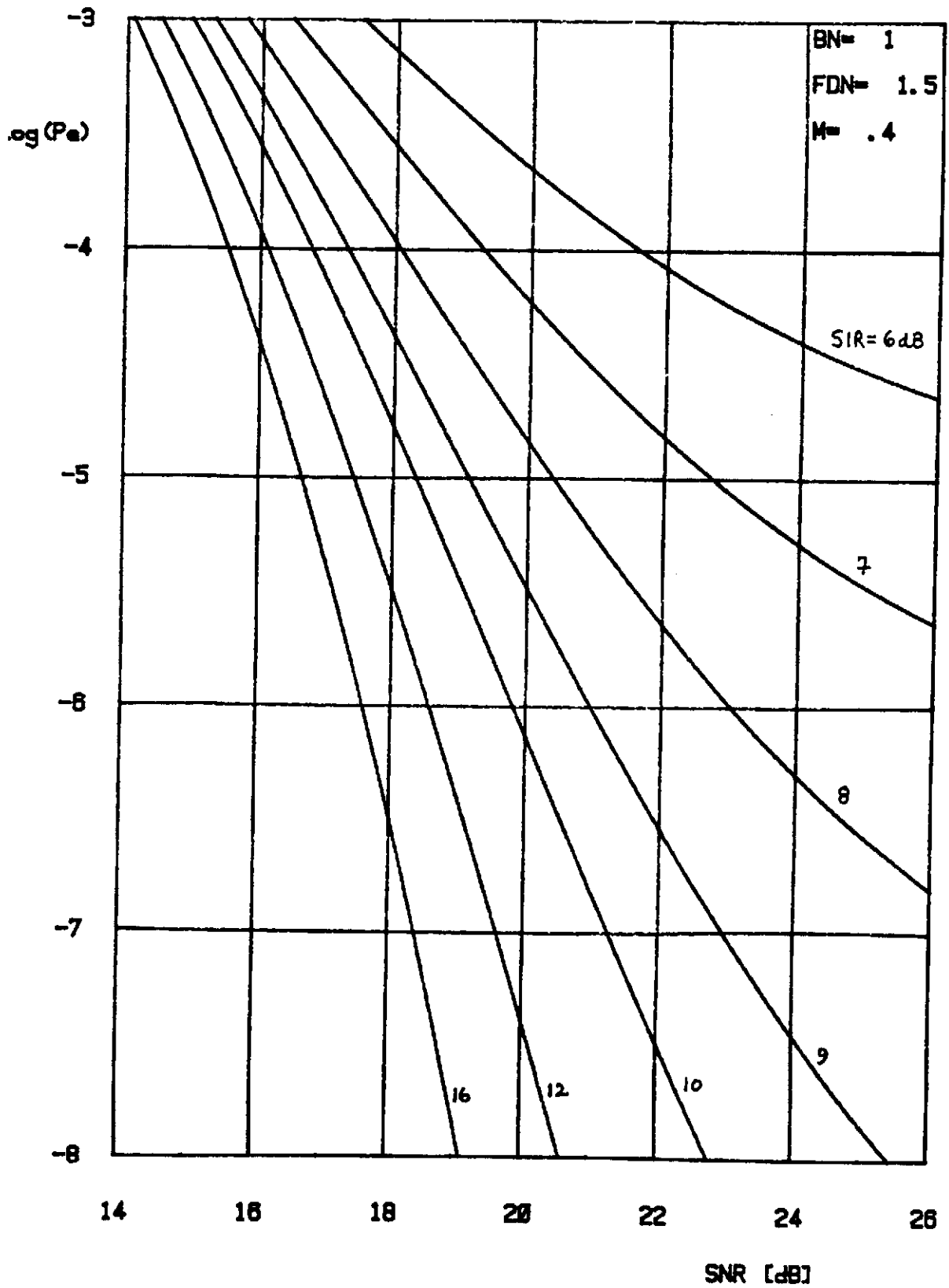


Figure I.A.12

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

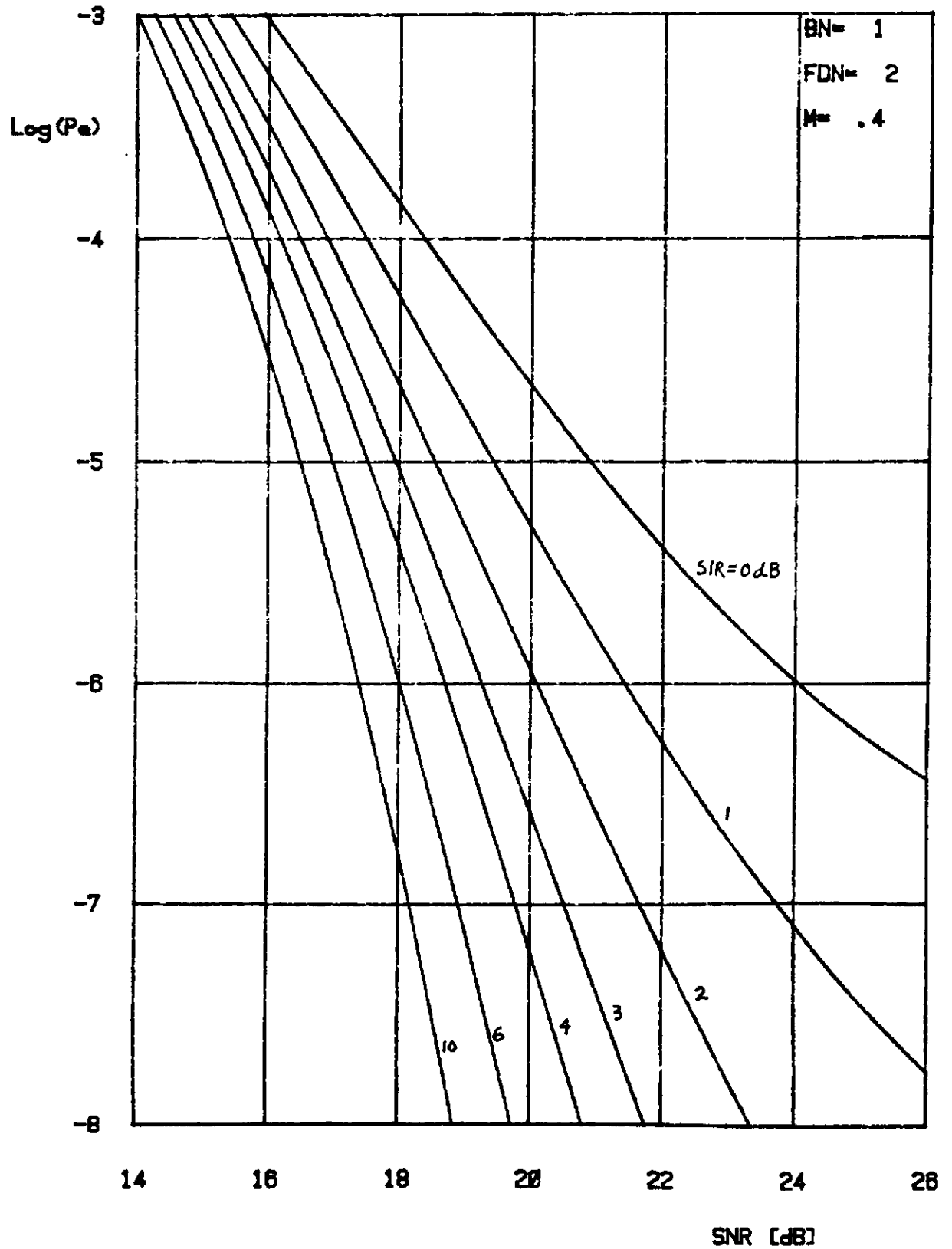


Figure I.A.13

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

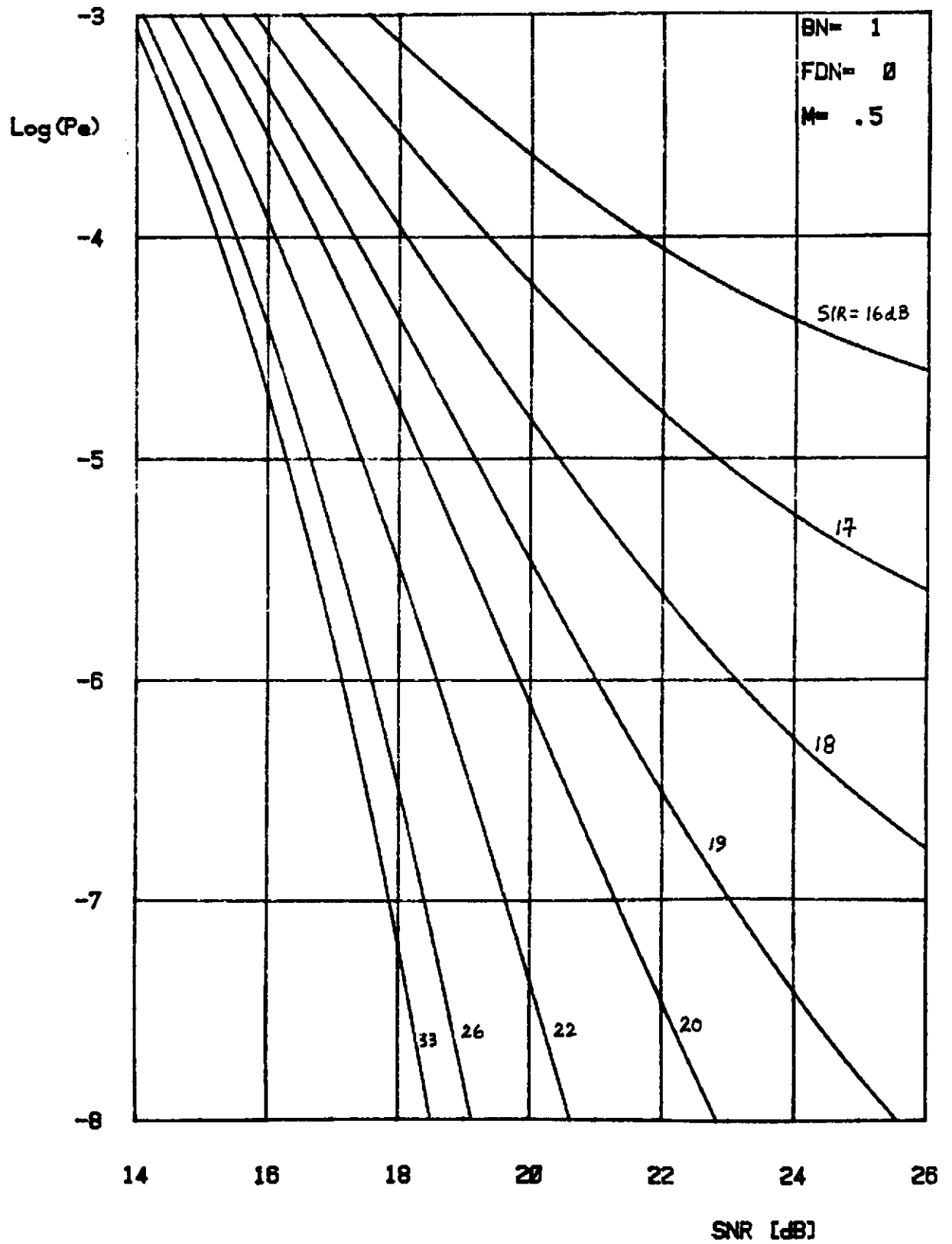


Figure I.A.14

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

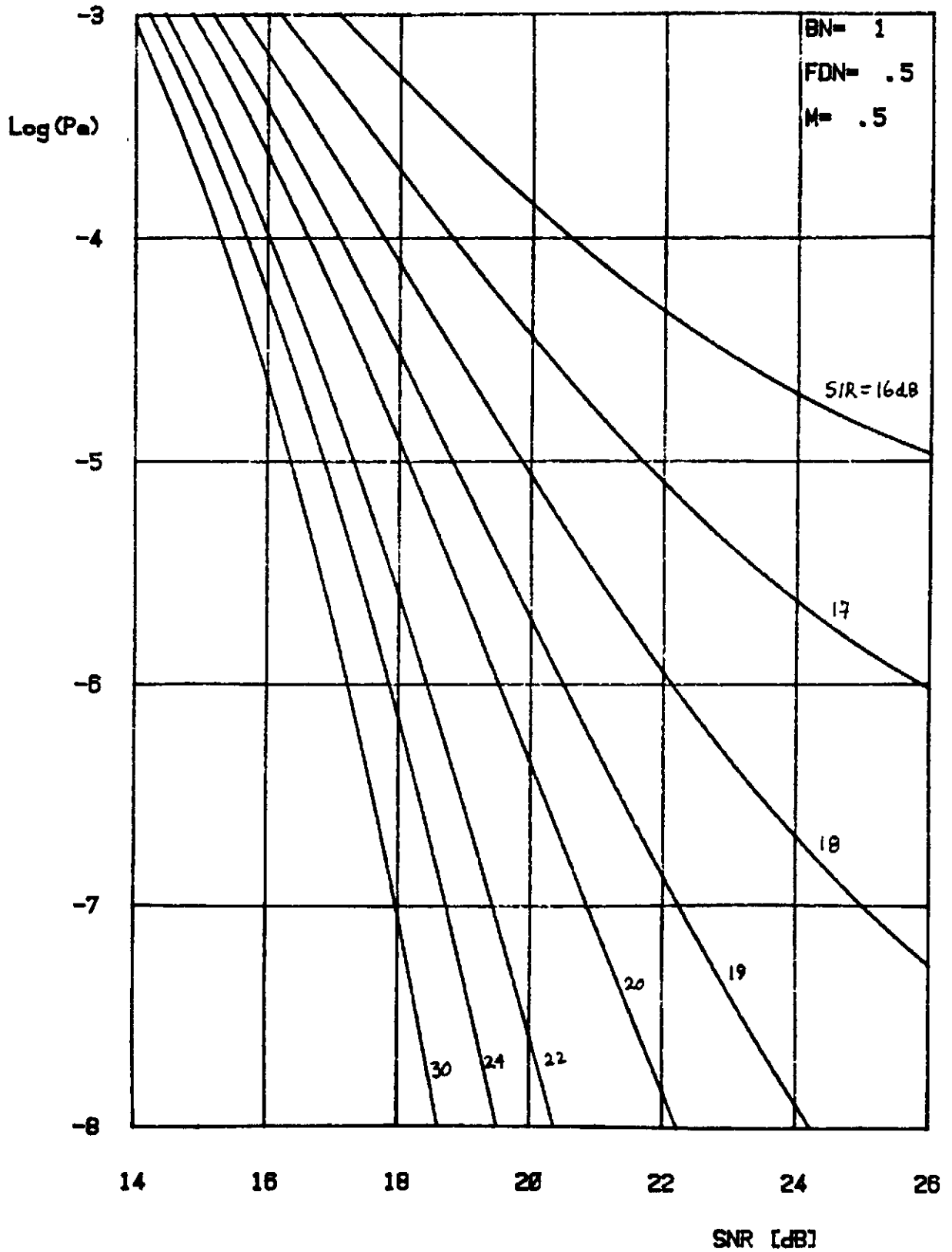


Figure I.A.15

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

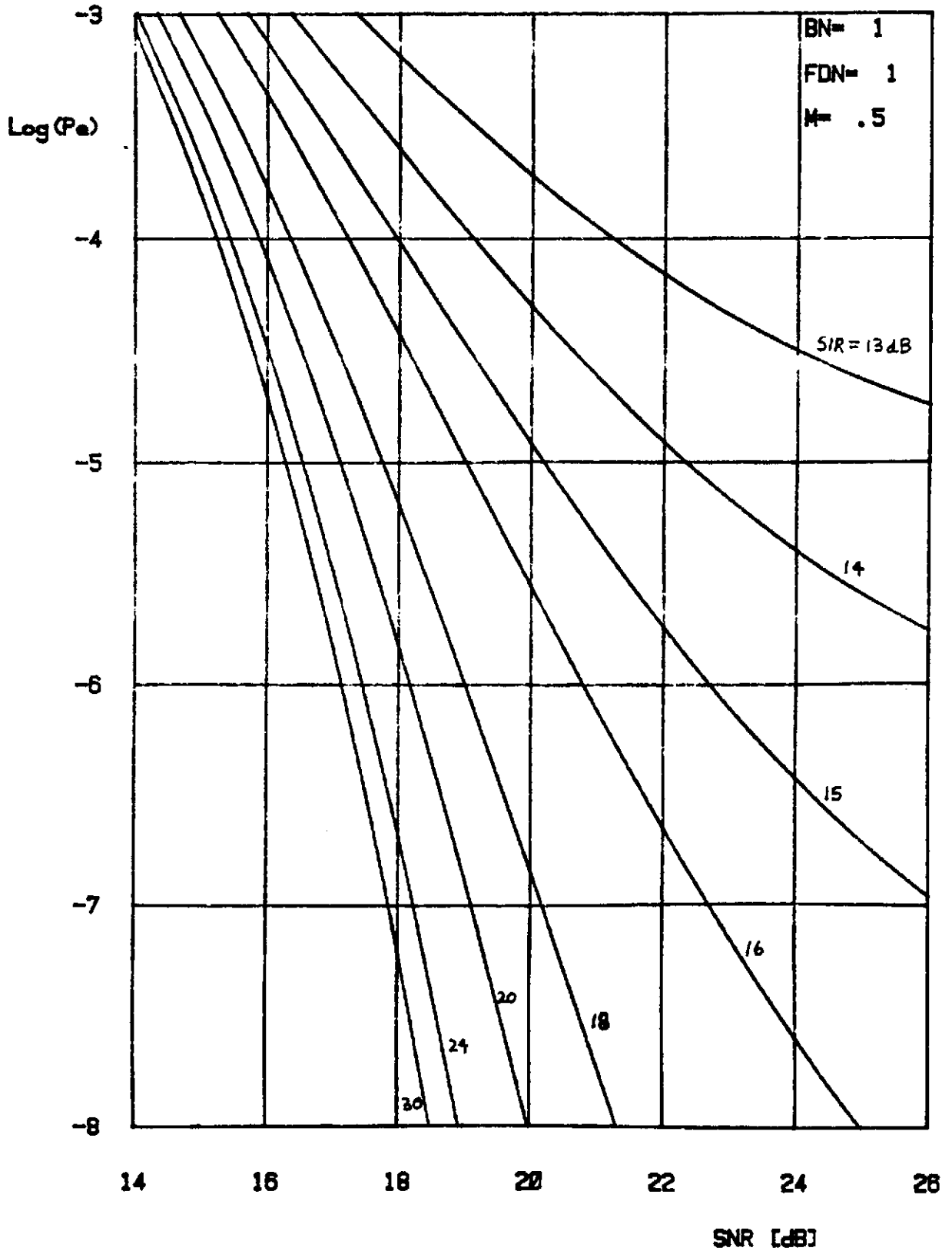


Figure I.A.16

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

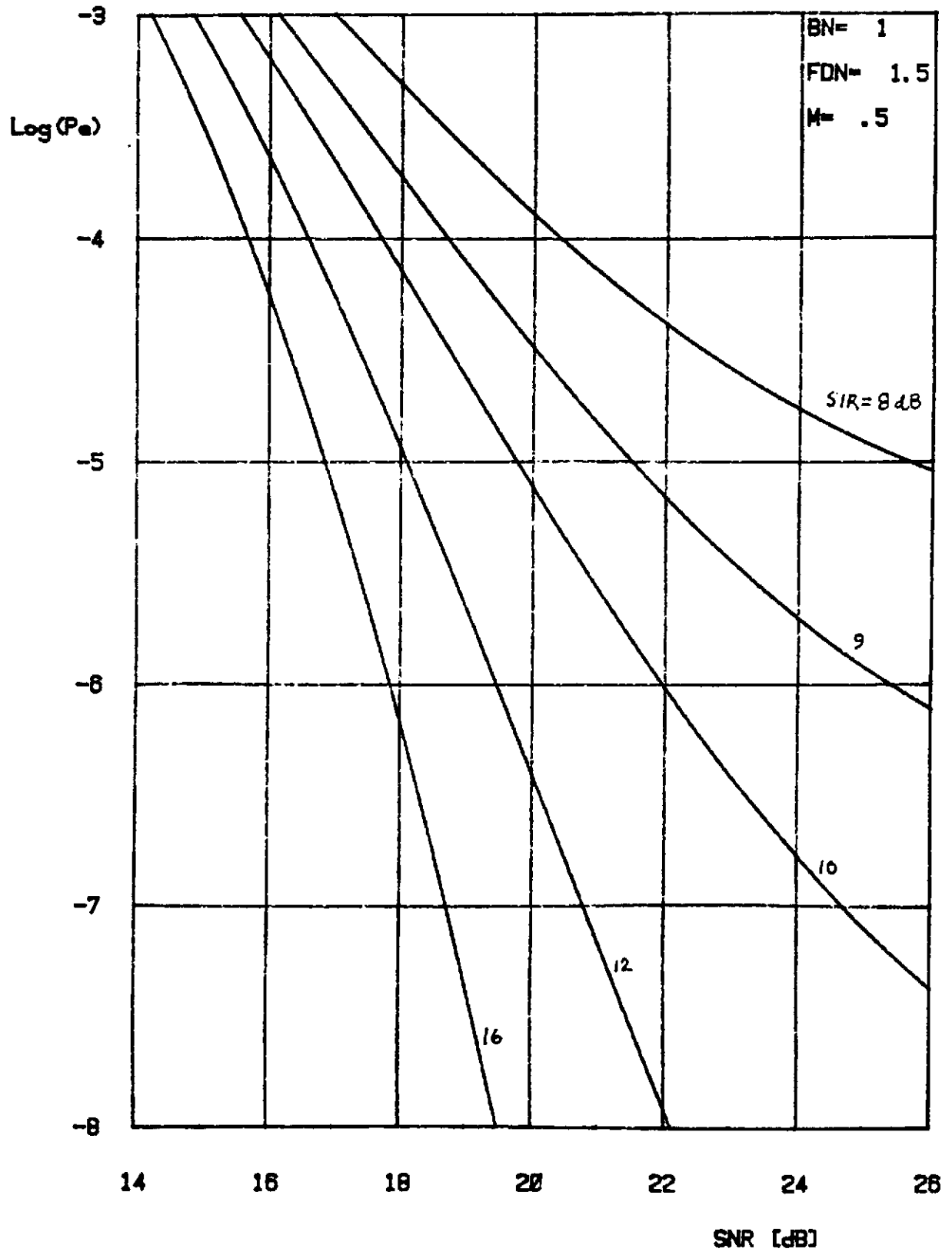


Figure I.A.17

INTERFERENCE FDM-FM DANS QPRS-4 DUOBINAIRE

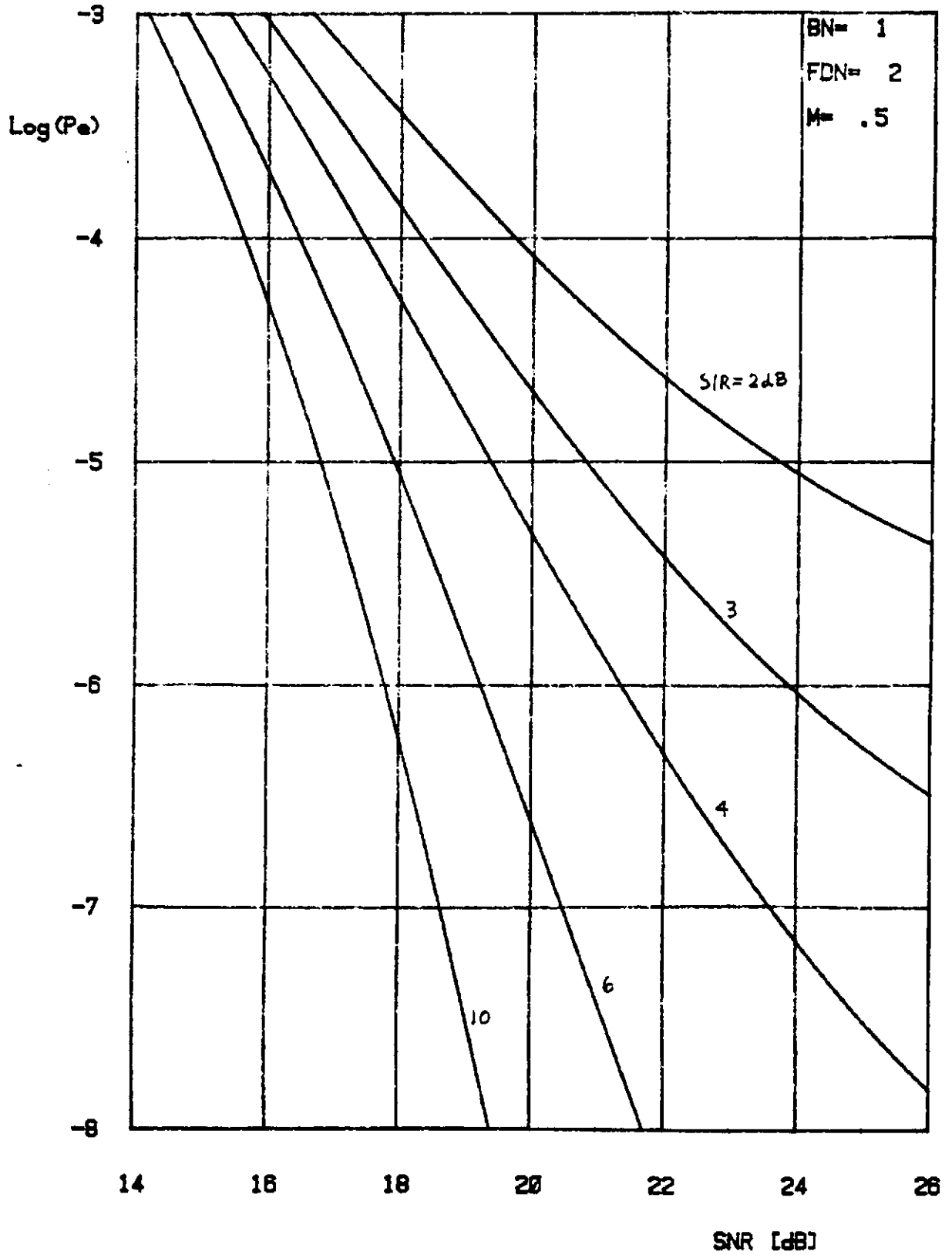


Figure I.A.18

A N N E X E I . B

Listing

**Programme de calcul de P_e dans les systèmes
QPRS-4 avec interférence FDM-FM**

Ce programme est essentiellement le même que celui présenté en annexe du rapport de la phase III des travaux en cours. Seules les lignes concernant le calcul de P_e diffèrent et ont été présentées ici pour éviter les répétitions.

lignes

- 563 Début du programme principal
- 564-596 Initialisation des paramètres et variables
- 597-606 Impression des valeurs des paramètres A, B, M, BN et FDN
- 607-608 Calcul de la puissance de l'interférence FDM-FM et impression de la valeur obtenue
- 611-612 Initialisation du rapport signal à interférence à l'entrée du récepteur QPRS-4 et impression de la valeur obtenue
- 613-614 Calcul du rapport signal à interférence à la sortie du filtre de réception et impression de la valeur obtenue
- 617-618 Initialisation du rapport signal à bruit sans interférence et impression de la valeur obtenue
- 619-621 Calcul de P_e dans les systèmes QPRS-4 mais sans interférence et impression de la valeur obtenue
- 622-623 Calcul du rapport signal à bruit avec interférence et impression de la valeur obtenue
- 624-626 Calcul de P_e dans les systèmes QPRS-4 avec interférence FDM-FM et impression de la valeur obtenue. Les résultats obtenus ici sont présentés en annexe I.A
- 630 Fin du programme principal.

```

522 0C20 ==
523 0C20 == (*****
524 0C20 ==
525 0C20 == A FUNCTION ERFC(X:REAL):REAL:
526 0050 == VAR R:REAL:
527 0058 ==
528 0058 == B FUNCTION F(X:REAL):REAL:
529 0000 0= B BEGIN
530 0018 == F:=(2/SQRT(PI))*EXP(-X*X):
531 007A 0= B END:
532 0098 ==
533 0098 == B FUNCTION SUM(BI,RS:REAL):REAL:
534 0058 == VAR
535 0058 == U,V,R:REAL:
536 0070 == I:INTEGER:
537 0074 ==
538 0000 0= B BEGIN
539 0018 == U:=(RS-BI)/2:
540 0050 == V:=(RS+BI)/2:
541 0088 == R:=0:
542 009E == FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(I,)*F(V+U*T(I,)):
543 016C == FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(I,)*F(V-U*T(I,)):
544 023A == SUM:=R*U:
545 025C 0= B END:
546 027C ==
547 0000 0= A BEGIN
548 0018 == IF ABS(X)>12 THEN R:=0 ELSE R:=SUM(ABS(X),13):
549 0094 == IF X<0 THEN ERFC:=2-R ELSE ERFC:=R:
550 00F8 0= A END:
551 0110 ==
552 0110 == (*****
553 0110 ==
554 0110 == A PROCEDURE PRT(X:REAL):
555 0048 == VAR Y:REAL:
556 0000 0= A BEGIN
557 0012 == Y:=10*LN(SPECTRE(X,PP))/LN10:
558 005C == WRITE LN(' ',X:10:4,Y:25:4,PP:25:16):
559 00E0 0= A END:
560 0100 ==
561 0100 == (*****
562 0100 ==
563 0000 0= BEGIN
564 003A == A:=1/20:
565 006E == B:=1/1:
566 00A2 == PI:=(1.35+0.4/(B*A)+(B*B+A*B+A*A)/4):
567 017A == Q:=1/((B-A)*PI):
568 01DA == P:=PI/2:
569 01FE == T(.1,):=0.0765265211334971W(.1,):=0.152753387130725:
570 020E == T(.2,):=0.2277858511416451W(.2,):=0.149172986472603:
571 021E == T(.3,):=0.3737060887154191W(.3,):=0.142096109318382:
572 022E == T(.4,):=0.5108670019508271W(.4,):=0.131688638449176:
573 023E == T(.5,):=0.6360536807265151W(.5,):=0.118144531961518:
574 024E == T(.6,):=0.7463319064601501W(.6,):=0.101930119817240:
575 025E == T(.7,):=0.8391169718222181W(.7,):=0.083276741576704:
576 026E == T(.8,):=0.9122344282513251W(.8,):=0.062672048334109:
577 027E == T(.9,):=0.9639719272779131W(.9,):=0.040601429800386:
578 028E == T(.10,):=0.9931285991850941W(.10,):=0.017614007139152:
579 029E == VAL(V):

```

```

580 02AC == FACTEUR1
581 02R0 == TERM(R4.5)1
582 02C6 == TERM(R5.6)1
583 02DC == TERM(R6.7)1
584 02F2 == TERM(R7.8)1
585 0308 == TERM(R8.9)1
586 031E == TERM(R9.10)1
587 0334 == TERM(R10.11)1
588 034A == TERM(R11.12)1
589 0360 == TERM(R12.13)1
590 0376 == TERM(R13.14)1
591 038C == TERM(R14.15)1
592 03A2 == TERM(R15.16)1
593 03B8 == M1=0.21
594 03C6 == CNO1=141
595 03E4 == BNI=11
596 0402 == FDN1=01
597 041E == WRITELN(' INTERFERFNC E FDM=FM DANS QPRS=4 DUOBINAIRE)1)
598 043C == WRITELN(
599 0448 == WRITELN(' FILTRE QPRS IDEAL, SANS IIS)1)
600 0466 == WRITELNWRITELN(
601 047E == WRITELN(' A= ',A1713)1)
602 04C2 == WRITELN(' B= ',B1713)1)
603 0506 == WRITELN(' M= ',M1713)1)
604 054A == WRITELN(' BN= ',BN1713)1)
605 058E == WRITELN(' FDN= ',FDN1713)1)
606 05D2 == WRITELNWRITELNWRITELN(
607 05F6 == Y1=POWER(BN,FDN)1)
608 0638 == WRITELN(' Y= ',Y116112)1)
609 067C == FOR I1=0 TO 10 DO
610 06A4 1= BEGIN
611 06A4 == SIR1=26-11
612 06CC == WRITE(' SIR= ',SIR15111, ' DB)1)
613 071C == SIRCI=SIR-(10*LN(Y)/LN10)1)
614 0774 == WRITELN(' SIRCI= ',SIRCI1613, ' DB)1)
615 07CA == FOR J1=0 TO 12 DO
616 07F2 2= BEGIN
617 07F2 == CNO1=J+CNOB1
618 082C == WRITE(' SNR= ',CNO1511, ' DB)1)
619 087C == SIGMA1=SQRT((10**((CNO/10))/4)1)
620 08F6 == PE11=2*ERFC(SIGMA1)1)
621 0936 == WRITE(' PE1= ',PE119)1)
622 0972 == CND1=10*LN(1/((10**((-CNO/10))+((10**((-SIRC/10)))))/LN10)1)
623 0AA0 == WRITE(' SNIR= ',CND1511, ' DB)1)
624 0AB0 == SIGMA1=SQRT((10**((CND/10))/4)1)
625 0B2A == PE21=2*ERFC(SIGMA1)1)
626 0B6A == WRITELN(' PE2= ',PE219)1)
627 0BAC == END1)
628 0BF0 == WRITELNWRITELN(
629 0BFA == END1)
630 0C2C == 51 END.

```

AAFC PASCAL 2.0R COMPILATION CONCLUDED

NO ERRORS DETECTED IN PASCAL PROGRAM

* 1 LINE FLAGGED IN PASCAL PROGRAM *

PARTIE II

Interférence FDM-FM sur les systèmes PSK

PARTIE II

Interférence FDM-FM sur les systèmes PSK

II.1 INTRODUCTION

Nous nous proposons ici de calculer la probabilité d'erreur au niveau d'un récepteur PSK en présence d'une interférence FDM-FM modélisée par un processus gaussien.

Ici, comme dans la partie I, l'hypothèse gaussienne pour notre signal d'interférence permet une solution simple au problème. En effet, de cette façon, on peut assimiler l'interférence au bruit de canal gaussien et faire l'analyse de P_e comme s'il n'y avait que du bruit de canal. D'ailleurs, une solution exacte pour le PSK serait impossible sans cette hypothèse gaussienne. Avec notre approche, toutes les expressions de P_e dérivées pour le PSK en présence de bruit gaussien sont utilisables. Il ne suffit que d'additionner la puissance de notre interférence lors du calcul du rapport signal à bruit. Comme dans la partie I, on pourra réutiliser des résultats obtenus dans la phase III pour le calcul de la puissance du signal d'interférence.

Un autre point intéressant à signaler est qu'il existe une équivalence entre les systèmes QASK et PSK. En effet, un système PSK avec une "shaping function" rectangulaire est équivalent à un système QASK avec une constellation circulaire. Comme le cas le plus utilisé de PSK est avec une "shaping function" rectangulaire, il est donc raisonnable de considérer dans notre étude seulement les cas où $M > 4$. $M = 2$ est équivalent à l'ASK binaire et $M = 4$ est équivalent à QASK quaternaire. De plus, il est connu que les systèmes PSK ne sont pas très efficaces comparés aux systèmes QASK pour des valeurs élevées de M .

Étant donné ces considérations pratiques, nous avons choisi de présenter des résultats seulement pour le PSK-8 car il constitue à notre avis le cas le plus intéressant.

II.2 MODÈLE D'UN SYSTÈME PSK

Un modèle passe-bande d'un système PSK est présenté à la figure II.1. Le système est très similaire à celui du QASK surtout la partie démodulation. Ici, le dispositif de décision opère sur des données complexes. On supposera que le système ne possède aucun défaut à part l'interférence $i(t)$, i.e. détection de la porteuse parfaite, pas d'IIS, etc.

Dans notre modèle, $h_S(t)$ est rectangulaire et

$$s_b(t) = \sum_i a_i h_S(t - iT)$$

est la suite des symboles M-aire. $S_M(t)$ est le signal PSK modulé.

$$S_M(t) = \operatorname{Re} \left\{ s(t) e^{j(\omega_c t + \phi_T)} \right\}$$

où $s(t)$ est l'enveloppe complexe de $S_M(t)$.

$$s(t) = A e^{jK_p s_b(t)} = A \sum_i b(t - iT, a_i)$$

où

$$b(t, a_i) = e^{jK_p a_i h_S(t) \mu_T(t)}$$

Comme la valeur maximale de $h_S(t)$ est égale à 1, alors $K_p = \pi/M$.

À la figure II.2, le système de la figure II.1 est réduit en bande de base. La puissance du bruit $n(t)$ est

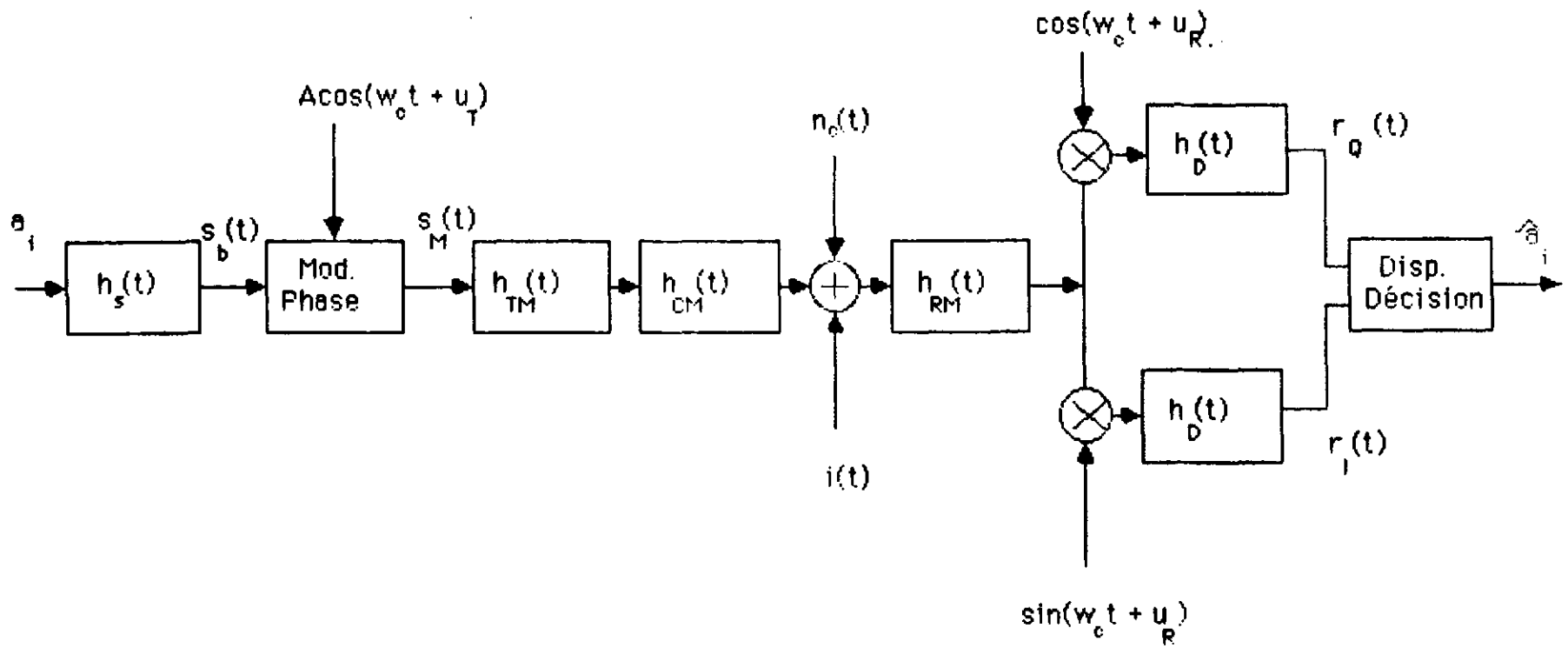


Figure II.1 Modèle passe-bande d'un système PSK

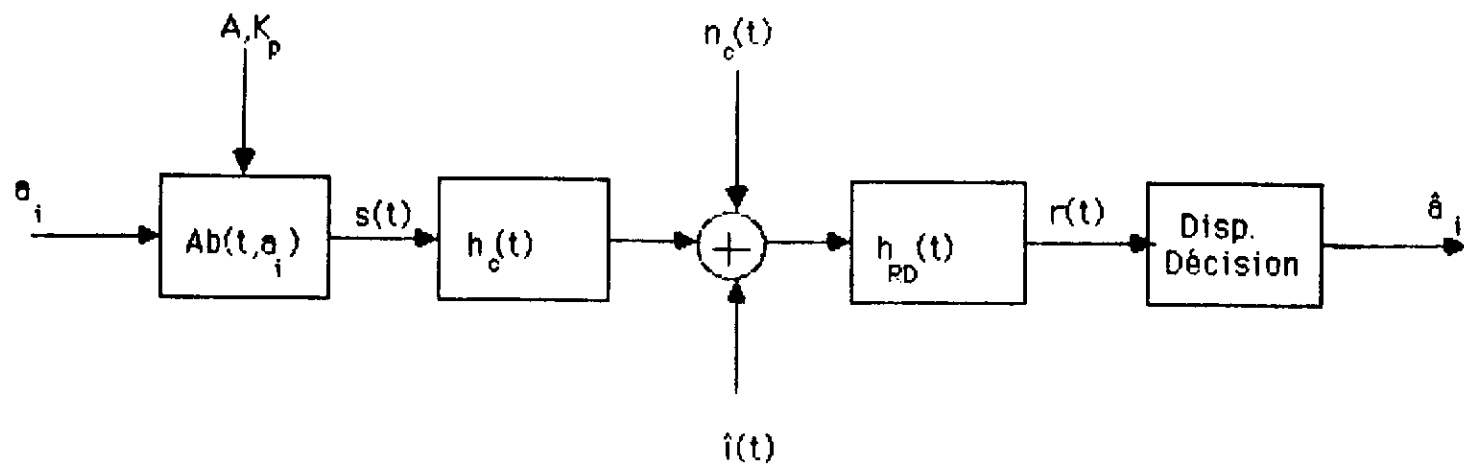


Figure 11.2 Modèle en bande de base d'un système PSK

$$\sigma_n^2 = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H_{RD}(f)|^2 df + P_I$$

qui, dans notre approche, contient la puissance de notre interférence

$$P_I = \int_{-\infty}^{\infty} |H_{RD}(f)|^2 S_I(f) df$$

$S_I(f)$ est la densité spectrale FDM-FM calculée dans la Phase III.

À l'entrée du dispositif de décision, on a :

$$r(t) = s_I(t) + n_I(t) + j(S_Q(t) + n_Q(t))$$

et s_I et S_Q sont les parties réelles et imaginaires de $s(t)$

$$s(t) = \sum_i A [b(t - iT, a_i) * h(t - iT)]$$

où

$$h(t) = h_c(t) \otimes h_{RD}(t)$$

II.3 CALCUL DE P_e

Le dispositif de décision doit, en se basant sur $r(t)$, déterminer $\phi_R(t)$ et par la suite le symbole a_i .

$$\phi_R(t) = \tan^{-1} \left\{ \frac{s_Q(t) + n_Q(t)}{s_I(t) + n_I(t)} \right\}$$

Aux instants d'échantillonnages $t_K = t_0 + kT$, le dispositif calcule $\theta_R(t_K)$ et choisit le symbole a_K le plus près comme suit :

$$|\phi_{R,K} - \pi a_K / M| < \pi / M$$

On peut calculer $P(e)$ pour le symbole a_0 en supposant qu'il soit égal à 1.
On a donc pour $a_0 = 1$

$$P(e) = P(|\phi_{R,0} - \pi/M| > \pi/M) = P(2\pi/M < \phi_{R,0} < 2\pi)$$

Ceci est possible à cause de la symétrie du problème. En effet, $P(e)$ sera le même pour tous les symboles.

Comme le bruit et l'interférence sont gaussiens, on peut calculer aisément la distribution jointe de n_I et n_Q . On obtient:

$$P_{n_I n_Q}(n_I, n_Q) = \frac{1}{2\pi\sigma_n^2} e^{-\frac{1}{2}(n_I^2 + n_Q^2)/\sigma_n^2}$$

Si on pose $A_R = |r(t)|$ et $\phi_R = \text{phase de } r(t)$

$A_S = |s(t)|$ et $\phi_S = \text{phase de } s(t)$

$$\begin{aligned} P_{A_R, \phi_R}(A_R, \phi_R) &= A_R P_{n_I n_Q}(r_I - s_I, r_Q - s_Q) \\ &= \frac{A_R}{2\pi\sigma_n^2} e^{-\frac{1}{2}(A_R^2 + A_S^2 - 2A_R A_S \cos(\phi_R - \phi_S))/\sigma_n^2} \end{aligned}$$

Si on pose en plus

$$p_\theta(\theta) = \frac{A_S^2}{2\sigma_n^2} \quad \text{et} \quad \phi_R - \phi_S = \theta$$

et on intègre sur toutes les valeurs de A_R , on obtient:

$$P_\theta = \frac{e^{-\rho_S}}{2\pi} + \left(\frac{\rho_S}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\rho_S \sin^2 \theta} \cos \theta \{1 - Q[(2\rho_S)^{\frac{1}{2}} \cos \theta]\}$$

Pour calculer $P(e)$, il suffit de faire:

$$P(e) = \int_{\frac{2\pi}{M} - \phi_S}^{2\pi - \phi_S} P_\theta(\theta) d\theta$$

Dans le cas idéal où il n'y a pas d'IIS et d'autres défauts,

$$\phi_S = \pi/M \quad \text{pour} \quad a_0 = 1$$

et

$$P(e) = 2 \int_{\pi/M}^{\pi} p_\theta(\theta) d\theta$$

Cette expression n'est pas facile à résoudre pour $p_\theta(\theta)$ obtenue précédemment. Toutefois, une solution simple a été trouvée dans [4]. Cela donne finalement

$$P(e) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2 - \pi/M} e^{-\rho_S \sin^2 \pi/M \sec^2 \theta} d\theta$$

Cette expression est exacte et vaut pour toutes valeurs de M . ρ_S est le rapport signal sur bruit. On peut l'exprimer en fonction de E_S/N_0 comme suit:

$$\rho_S = \frac{A^2}{2\sigma_n^2} = \frac{E_S/T}{N_0 E_{RD}} = \frac{E_S/N_0}{BT}$$

Notons en passant qu'on pourrait calculer $P(e)$ à l'aide des bornes suivantes:

$$P_L(e) < P(e) < 2P_L(e)$$

où

$$P_L(e) = Q\left((2\rho_S)^{\frac{1}{2}} \sin \pi/M\right)$$

II.4 RÉSULTATS ET DISCUSSION

Nous avons calculé $P(e)$ pour le PSK-8 en utilisant l'expression exacte et la borne supérieure pour en comparer les résultats. Pour la plage des valeurs de $P(e)$ utilisée dans nos résultats (10^{-3} - 10^{-8}), la borne supérieure donne, à une précision de quelque six décimales près, le même résultat que l'expression exacte. Ceci est très surprenant pour une borne d'erreur. En ce qui nous concerne, pour le cas du PSK-8, on peut utiliser l'une ou l'autre de ces expressions pour le calcul de $P(e)$. En ce qui concerne l'aspect numérique du temps de calcul et de la convergence, les deux expressions sont équivalentes.

Finalement, nous avons opté pour la borne supérieure puisque la fonction $Q(x)$ est standardisée et déjà implémentée sur notre système.

À la figure II.3 est présenté le calcul de $P(e)$ pour le PSK-8 selon l'expression mentionnée. Nous avons vérifié dans [1] la validité de nos calculs. En annexe II.A sont présentés une série de courbes constituant l'ensemble de nos résultats pour les performances d'un système PSK-8 en présence d'une interférence FDM-FM. L'allure de ces courbes est identique à celles présentées précédemment pour le QAM et le QPRS sauf pour la valeur des paramètres et des échelles.

Le "listing" du programme utilisé est présenté en annexe II.3 pour le calcul du PSK-8 avec la borne supérieure. Ce programme pourrait être utilisé pour d'autres types de PSK tel PSK-16, PSK-32, etc. avec une précision excellente sauf pour des valeurs de $P(e)$ élevées ($P(e) > 10^{-3}$). Ce "listing", représente comme dans la partie I, seulement la section du programme à ajouter au programme principal publié dans le rapport de la Phase III.

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

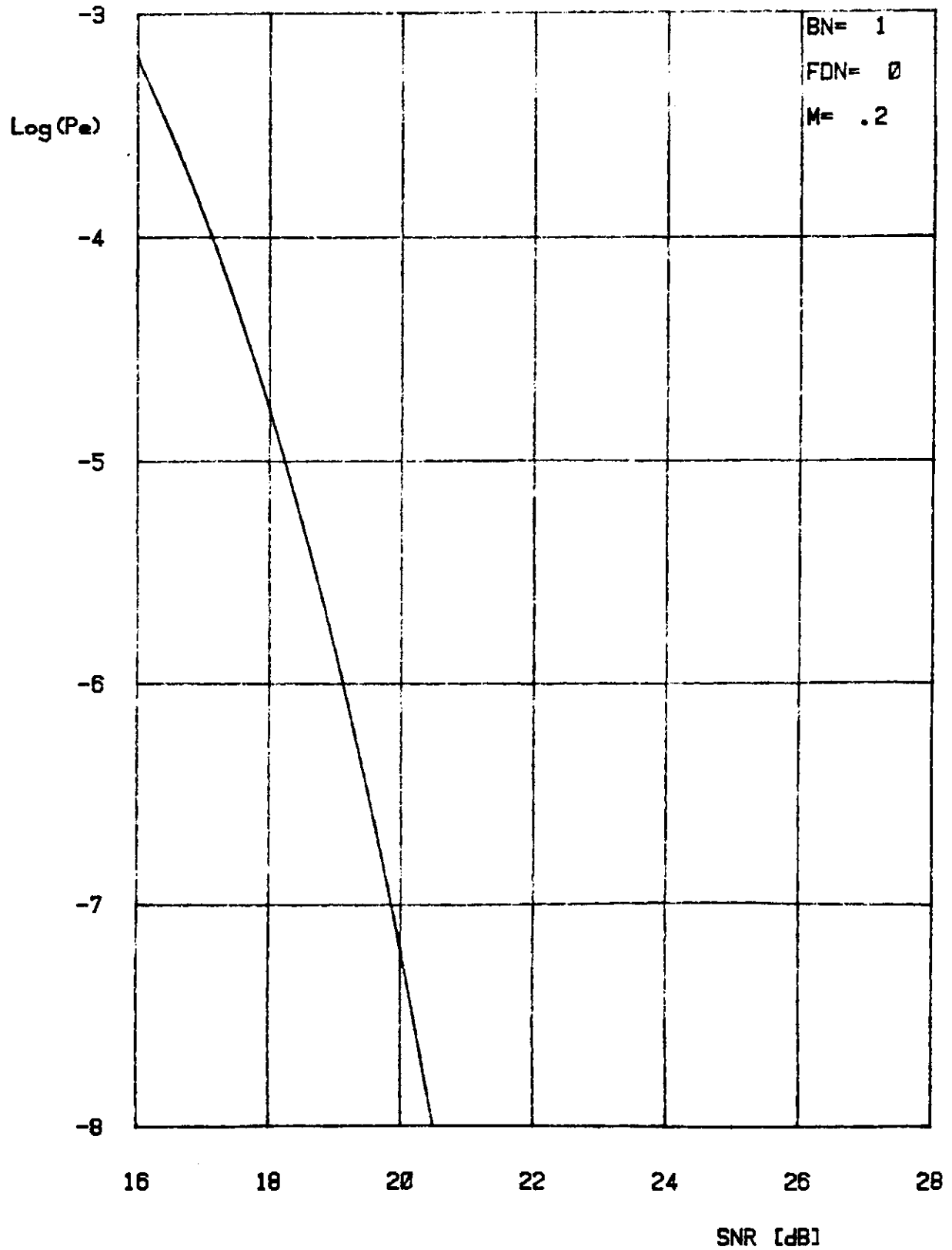


Figure II.3

II.5 CONCLUSION

Nous avons présenté dans la partie II de ce rapport les résultats de l'analyse du problème de l'interférence FDM-FM dans les systèmes PSK.

Nous avons d'abord délimité notre travail pour éviter les répétitions et les résultats non utiles. Le PSK-2 et le PSK-4 étant en tout point semblables à l'ASK binaire et le QASK-4, nous avons décidé de présenter des résultats seulement pour le PSK-8. En effet, comme les systèmes PSK à grands nombres d'états sont peu efficaces, par rapport aux systèmes QASK avec le même nombre d'états, nous avons cru bon ne pas alourdir le rapport inutilement de résultats.

Pour ce faire, nous avons d'abord présenté un modèle passe-bande d'un système PSK que nous avons par la suite réduit en bande de base pour en faciliter l'analyse et le calcul de $P(e)$. Nous avons ensuite dérivé une expression exacte de $P(e)$ en présence de bruit de canal gaussien. Puisque notre interférence est gaussienne, on peut l'assimiler au bruit de canal et utiliser les expressions obtenues sans aucune modification.

Nous avons trouvé dans la littérature [4] les expressions exactes de $P(e)$ dont les développements mathématiques sont relativement complexes. Une borne supérieure existe aussi dans [1]. C'est cette borne que nous avons utilisée finalement puisqu'elle donne des résultats suffisamment précis pour le PSK-8 entre les valeurs de $P(e)$ présentées.

Les résultats fournis en annexe II.A sont standardisés avec ceux présentés précédemment et peuvent être facilement comparés entre-eux. La validité de nos résultats a été vérifiée en comparant avec des courbes publiées dans [1].

On peut donc utiliser avec confiance les résultats présentés ainsi que les programmes fournis en annexe II.B.

A N N E X E II.A

Résultats

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

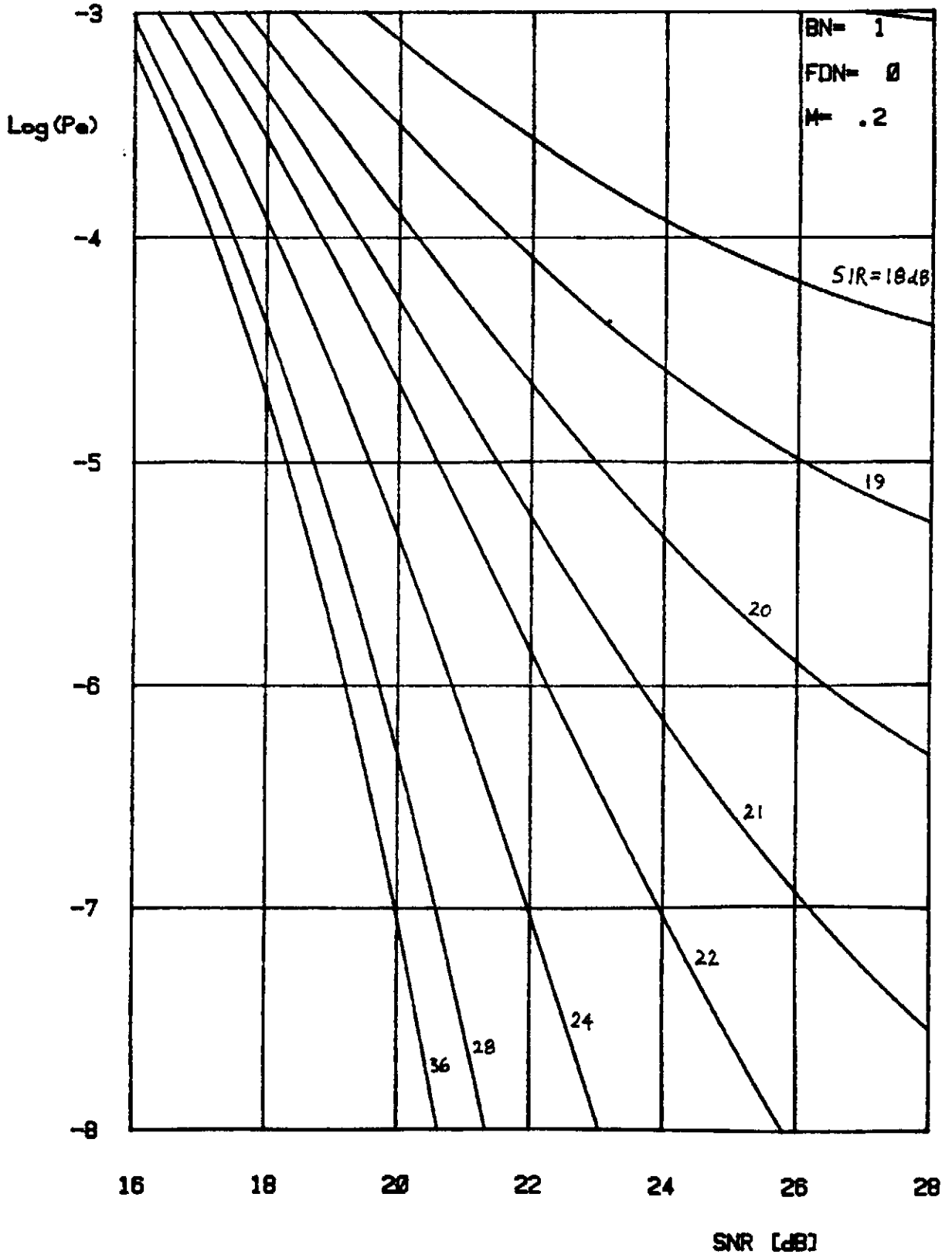


Figure II.A.1

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

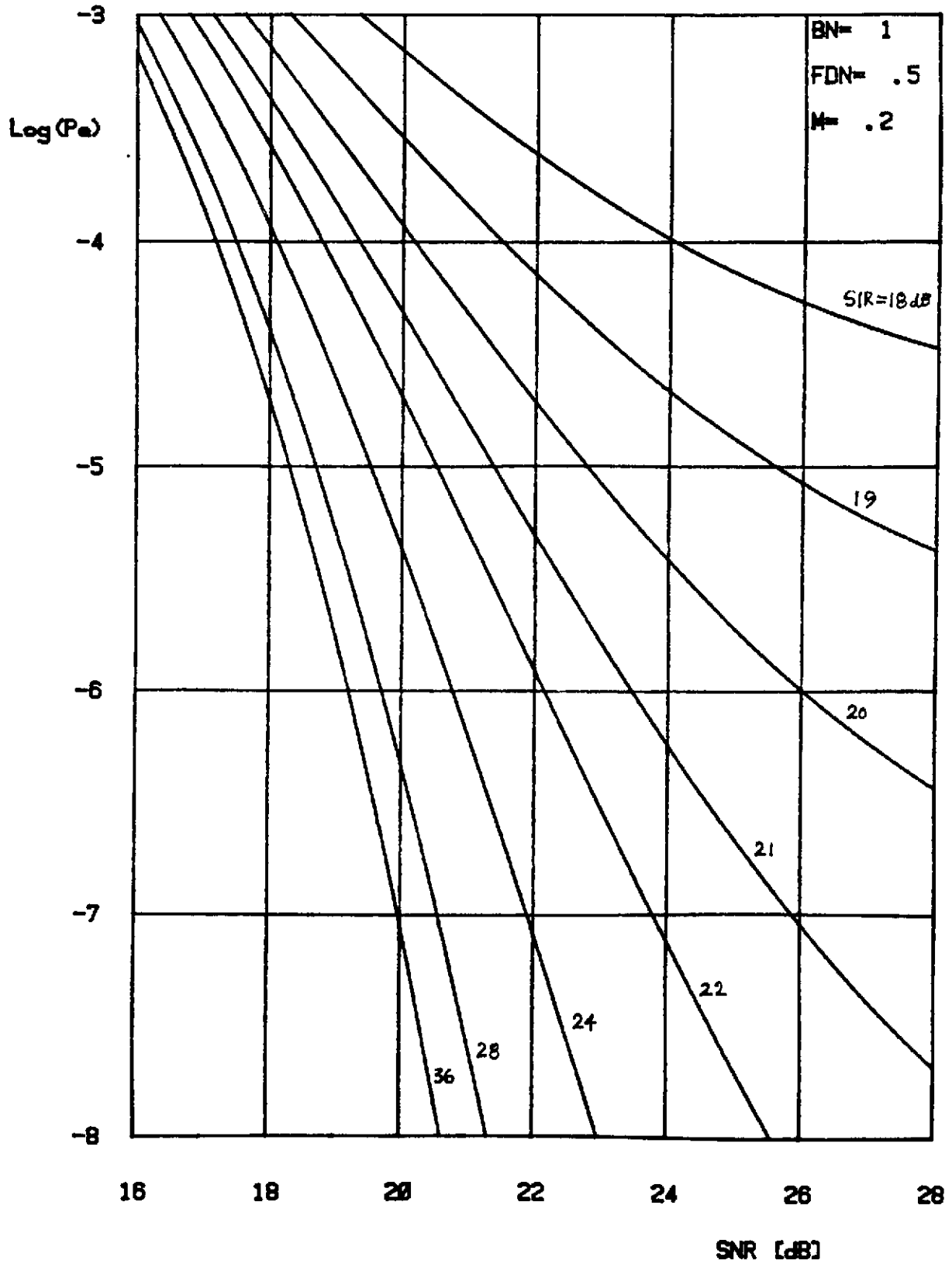


Figure II.A.2

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

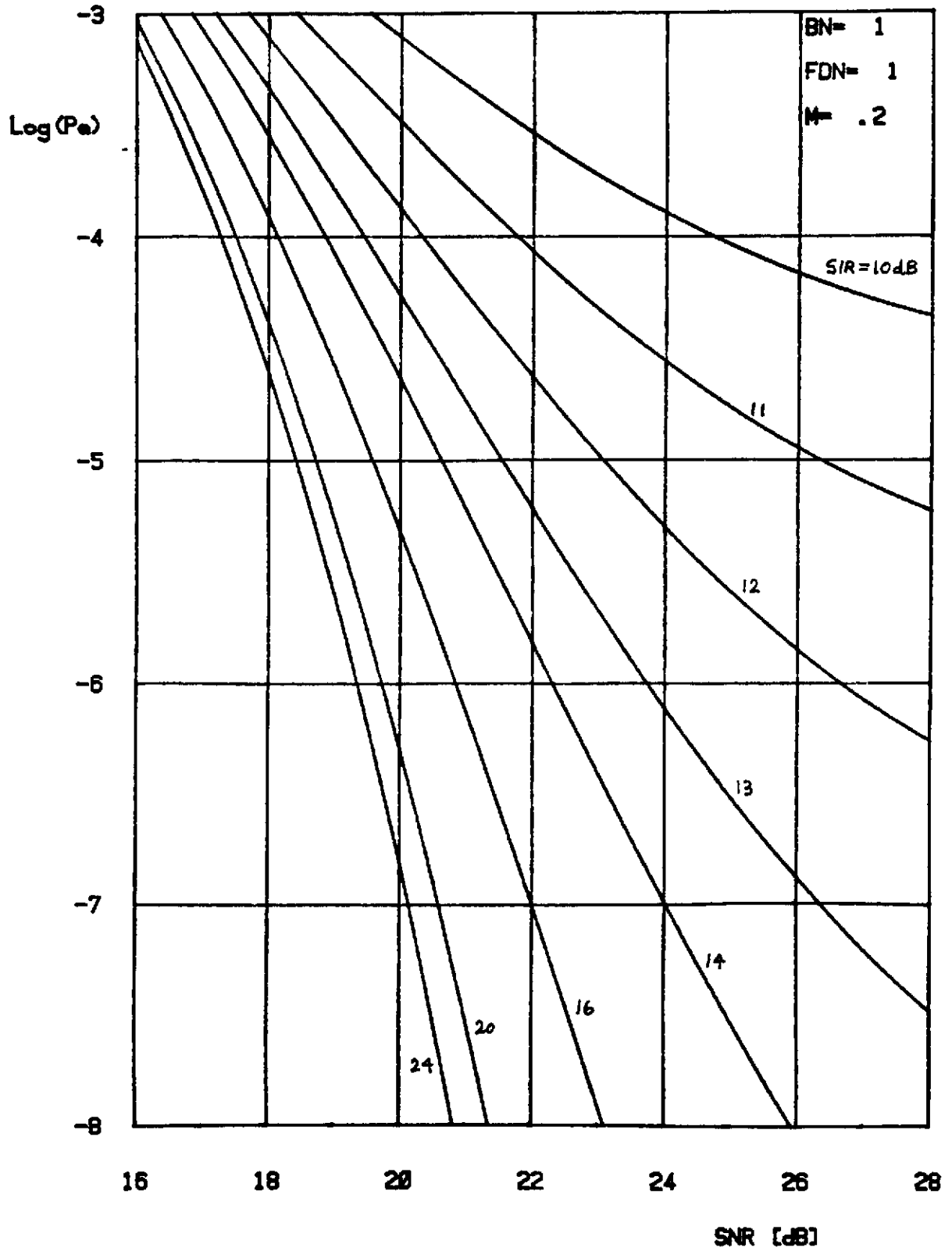


Figure II.A.3

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

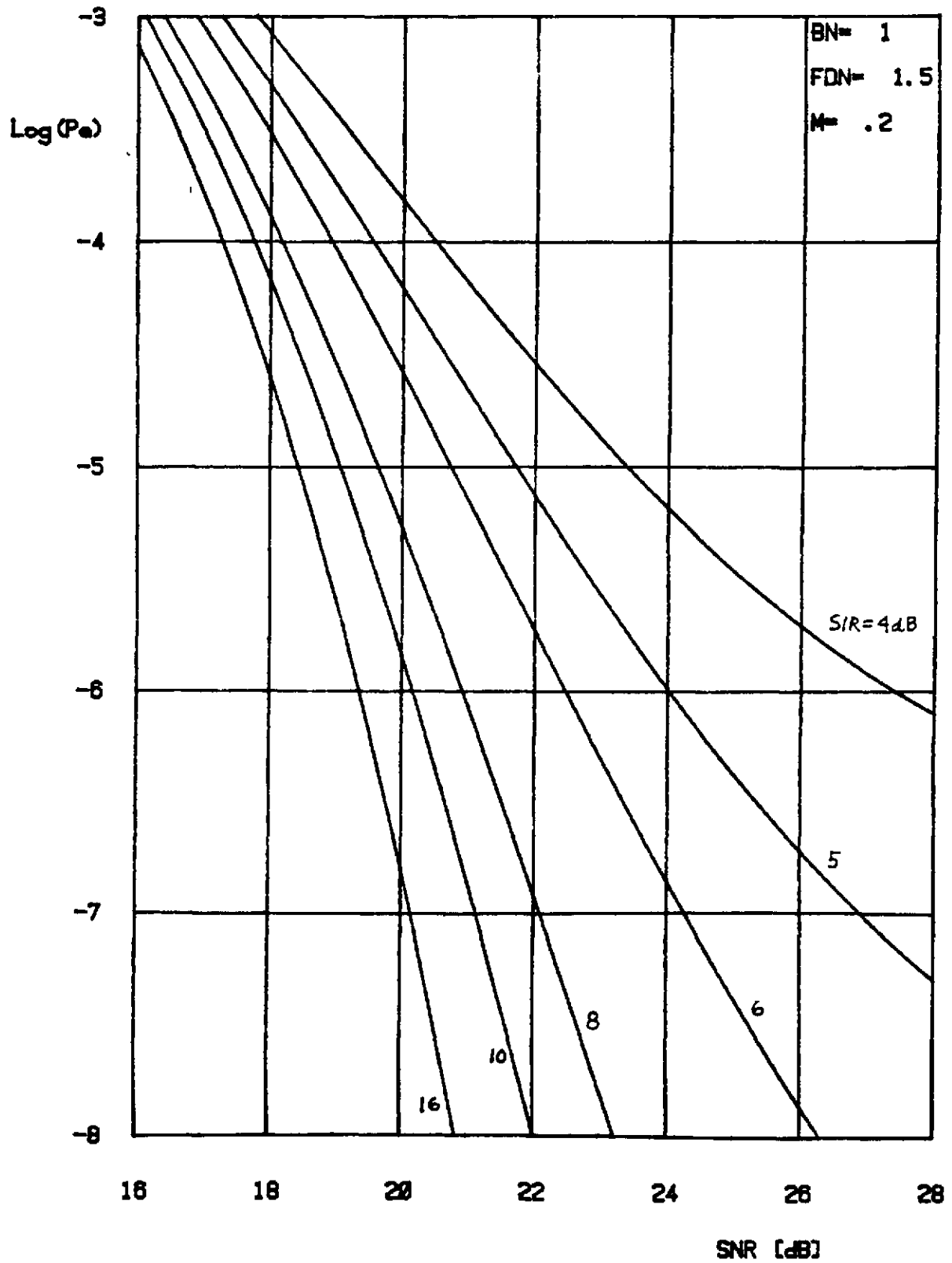


Figure II.A.4

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

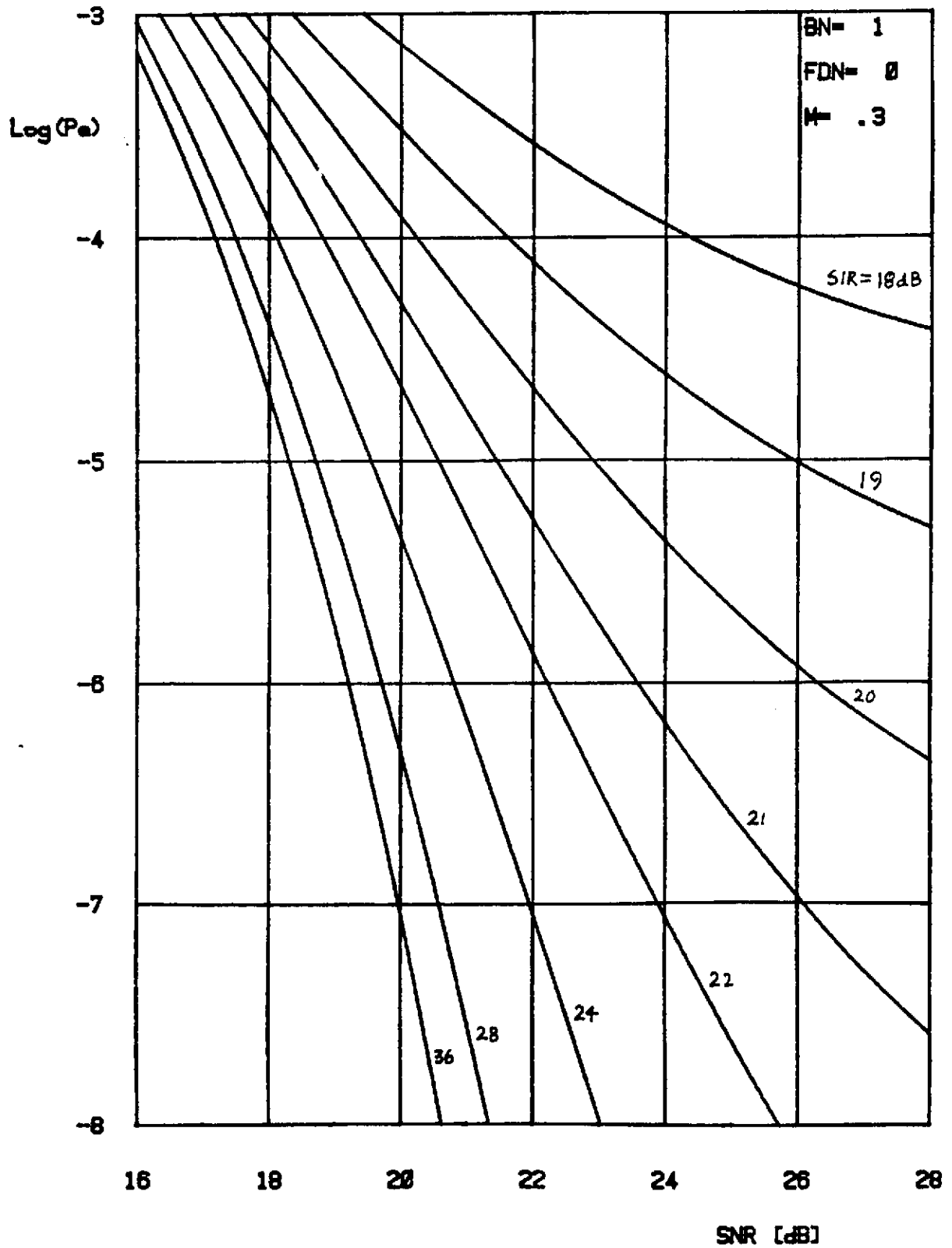


Figure II.A.5

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

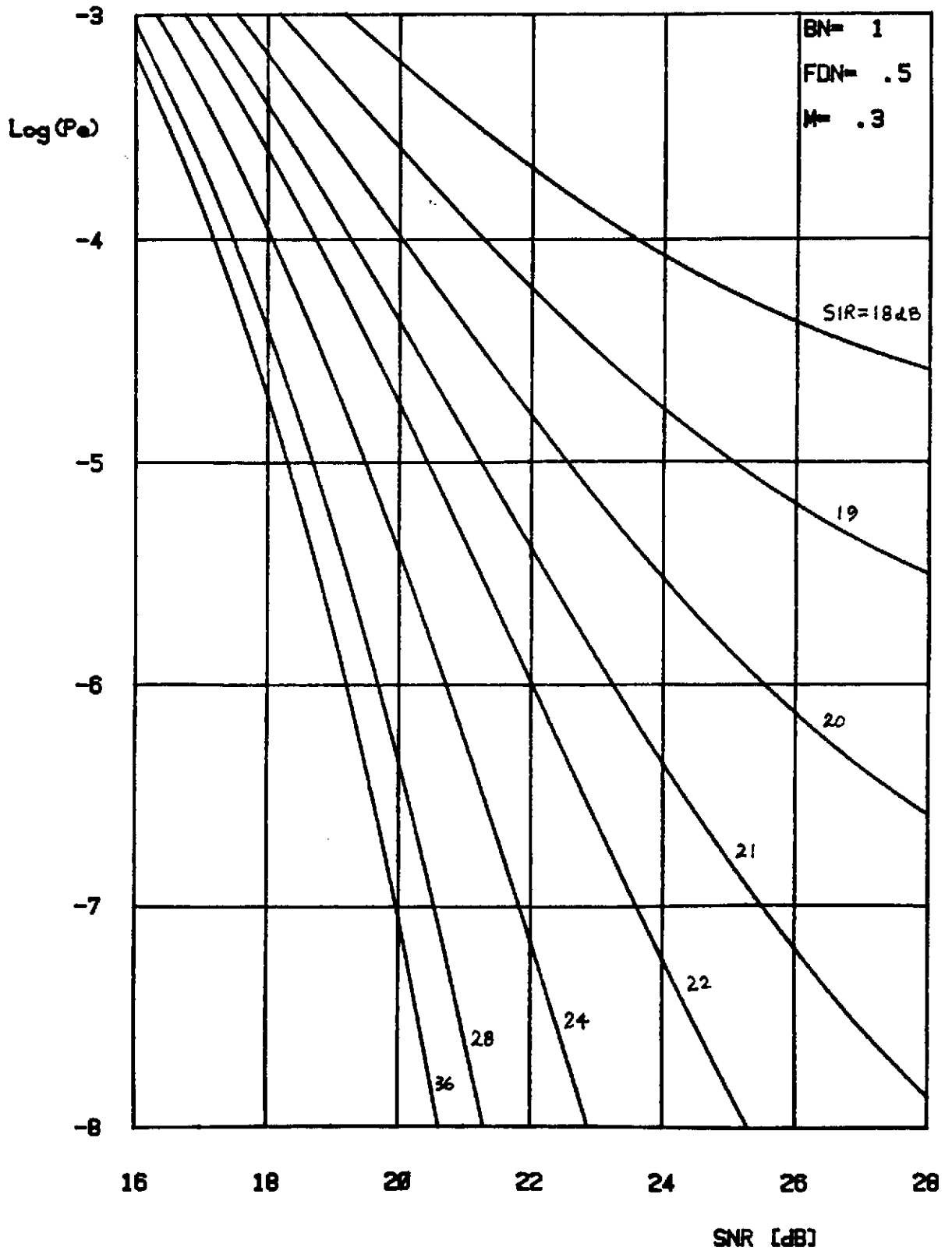


Figure II.A.6

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

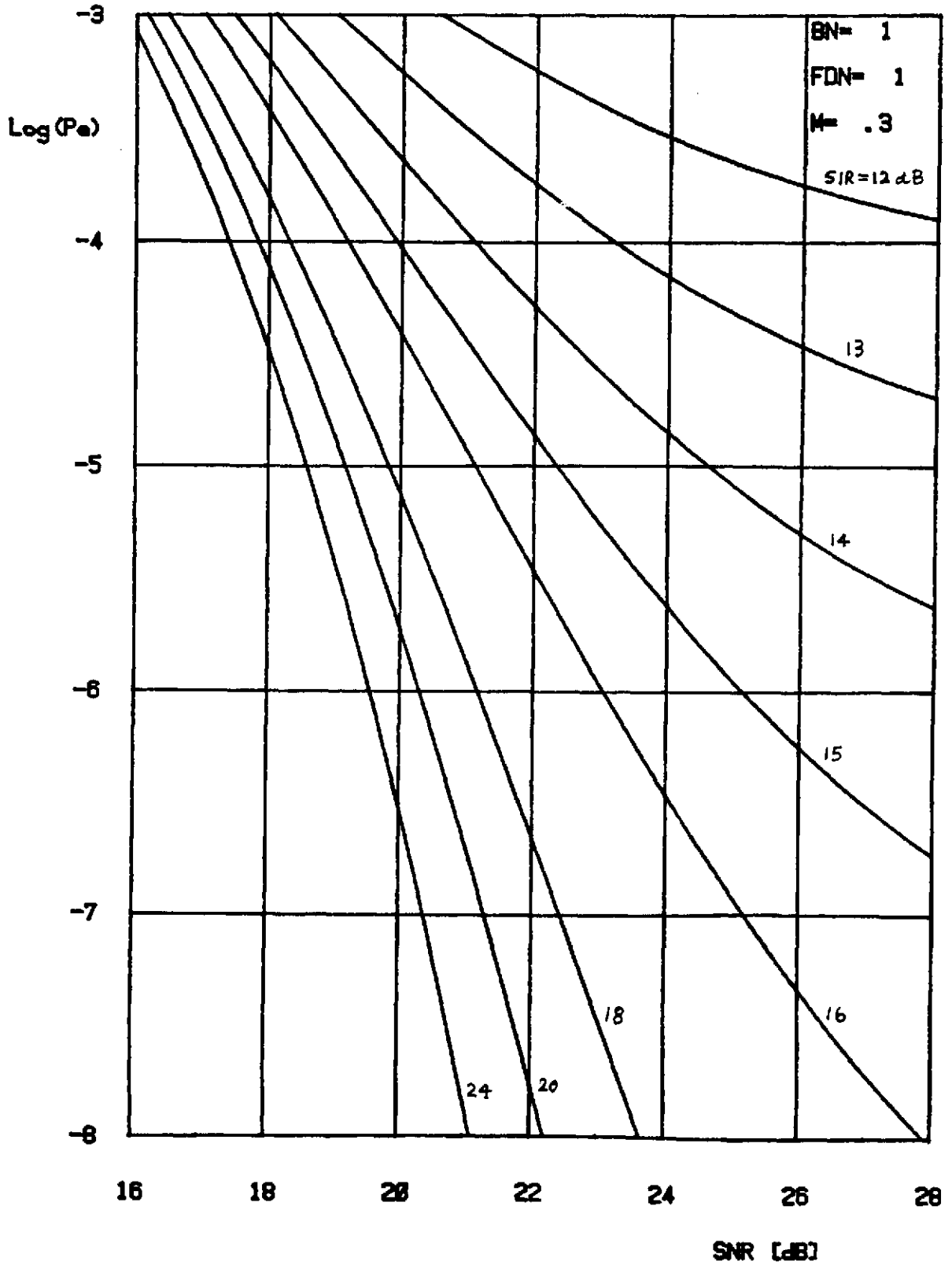


Figure II.A.7

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

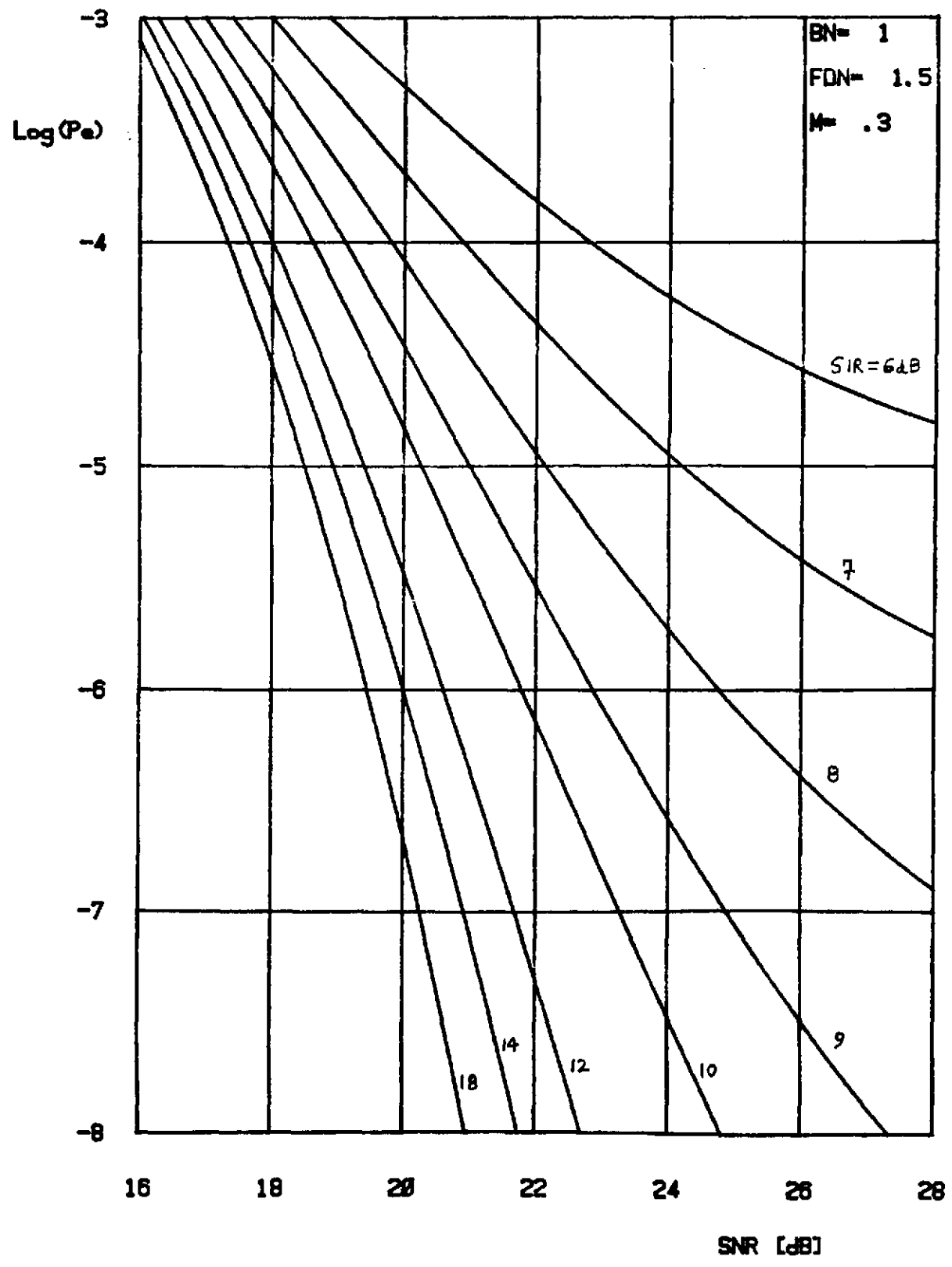


Figure II.A.8

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

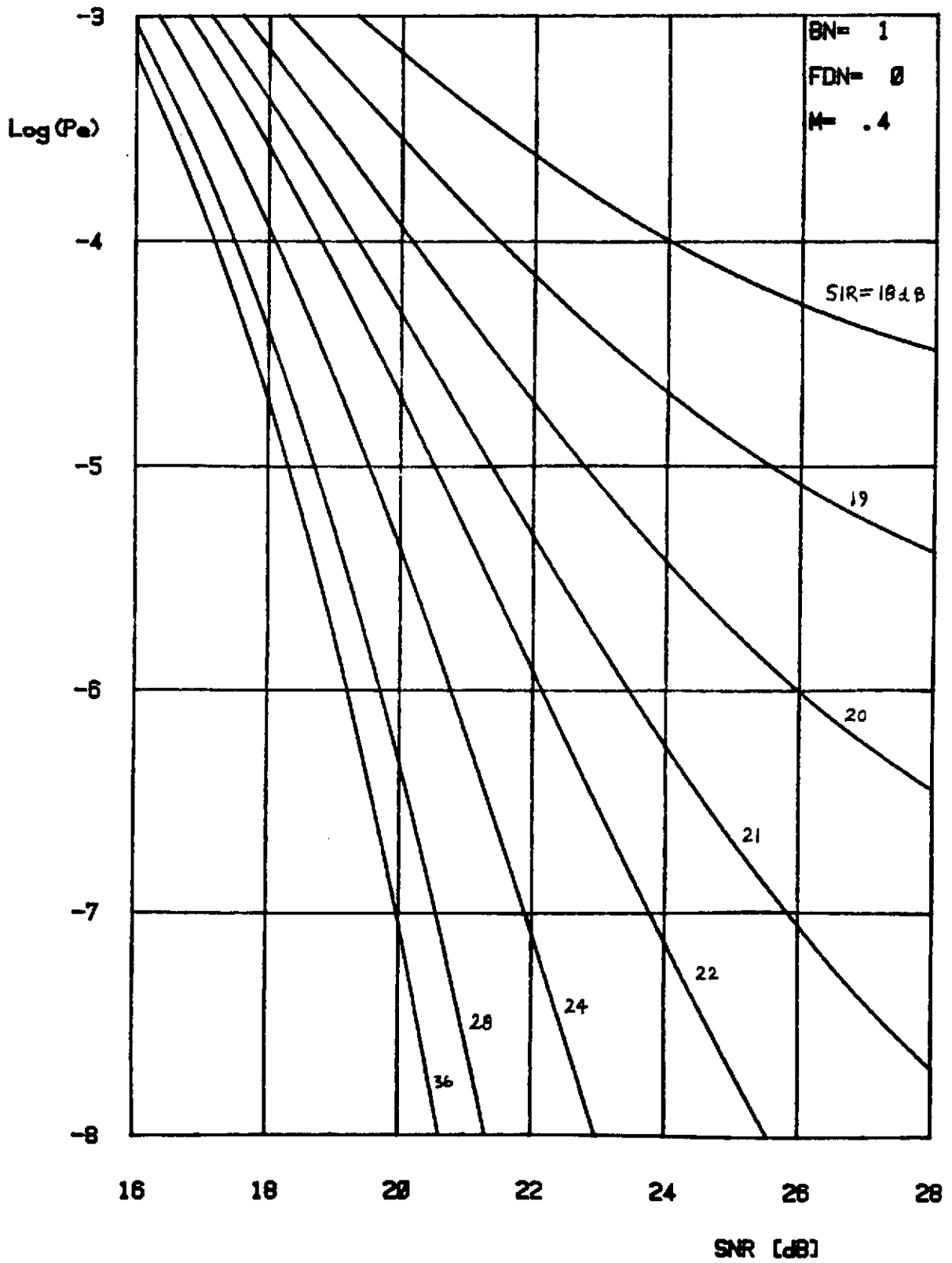


Figure II.A.9

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

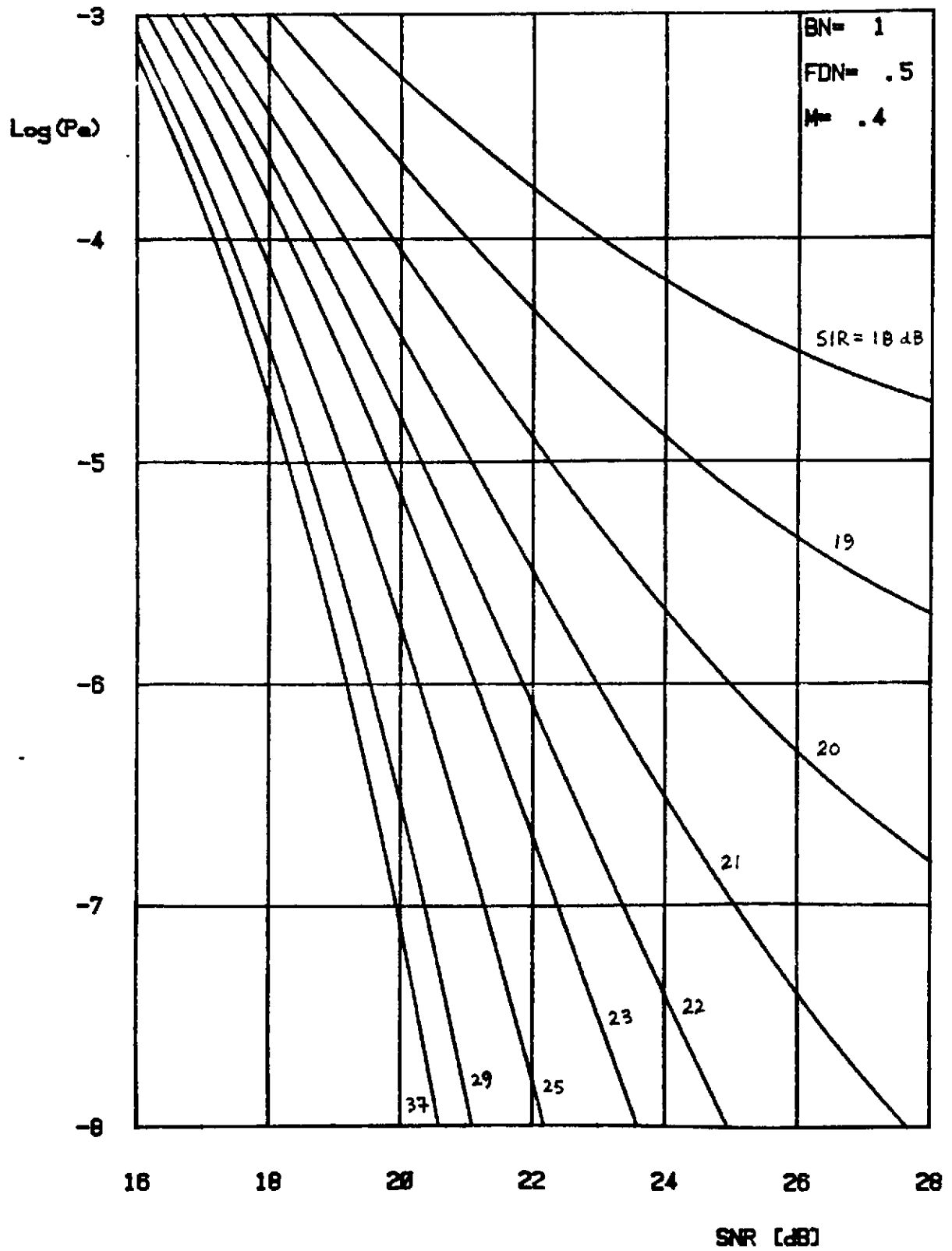


Figure II.A.10

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

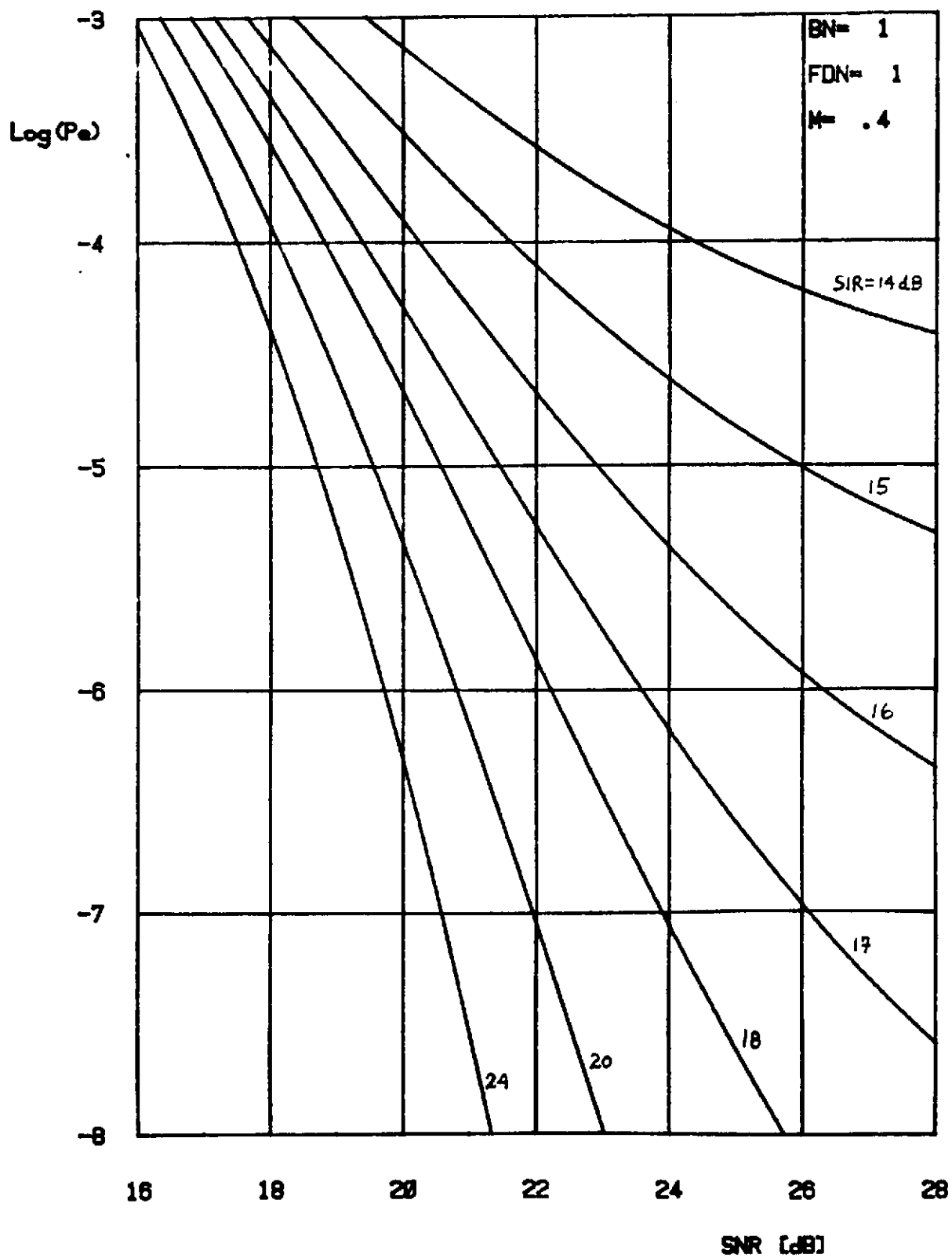


Figure II.A.11

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

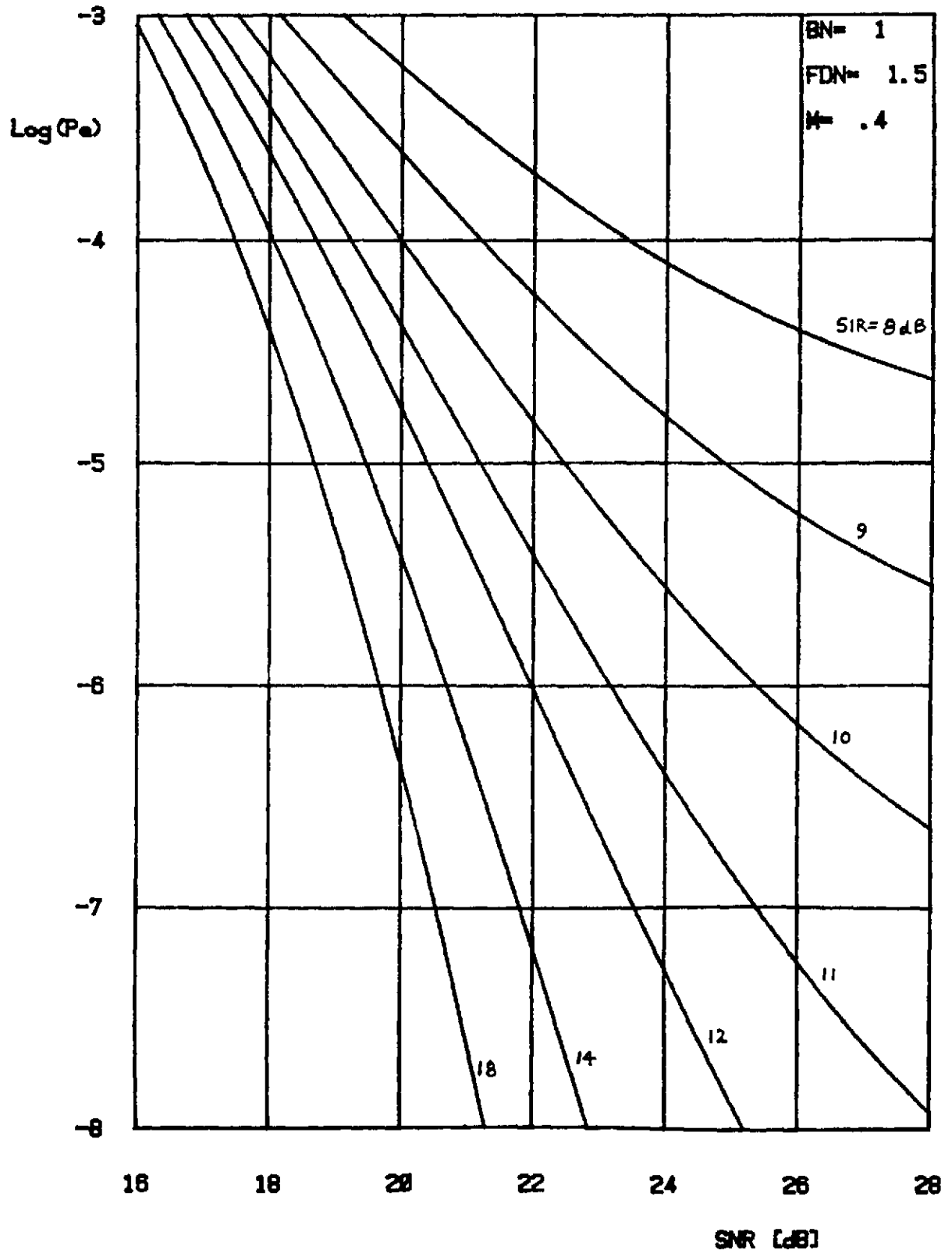


Figure II.A.12

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

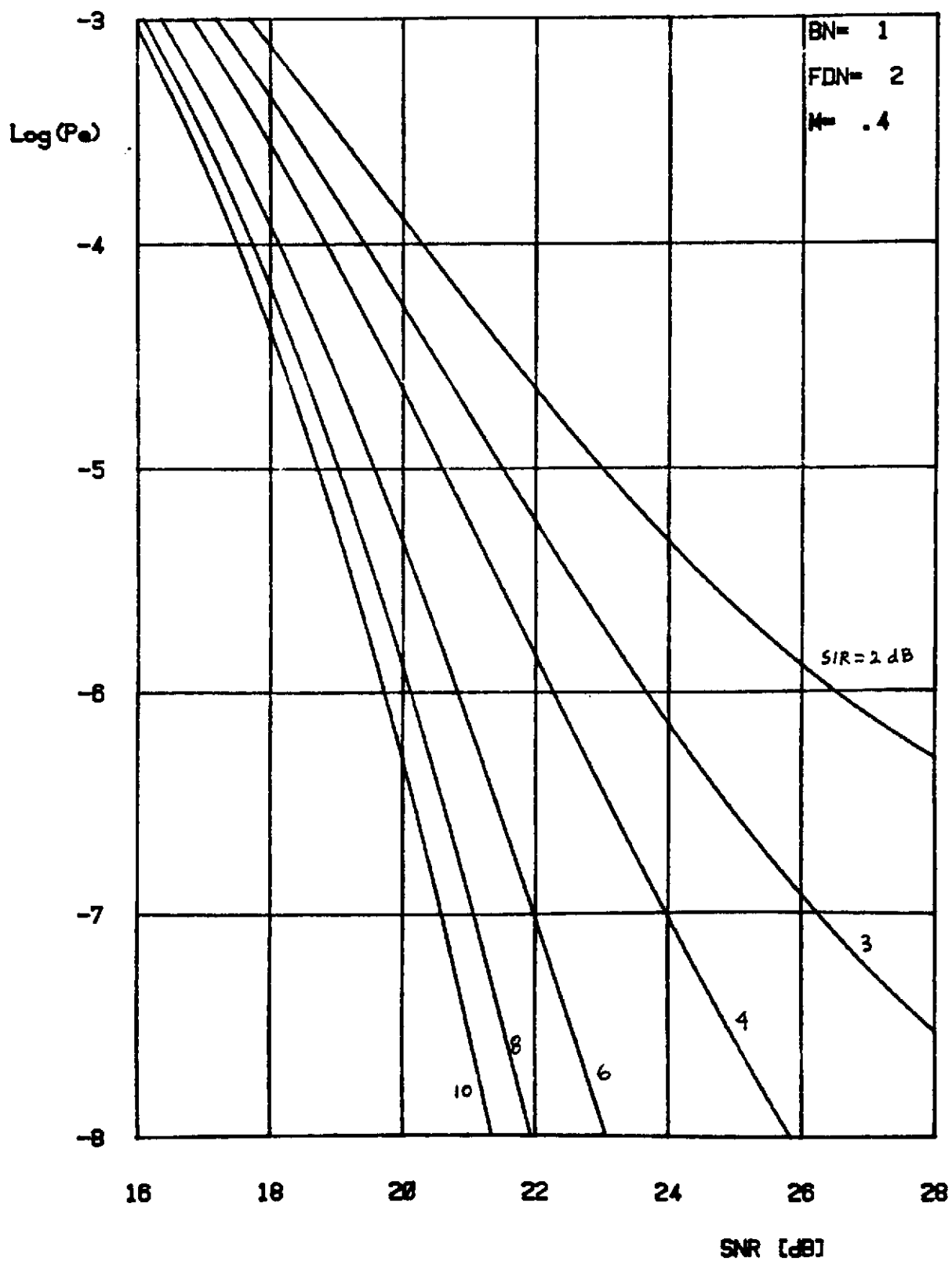


Figure II.A.13

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

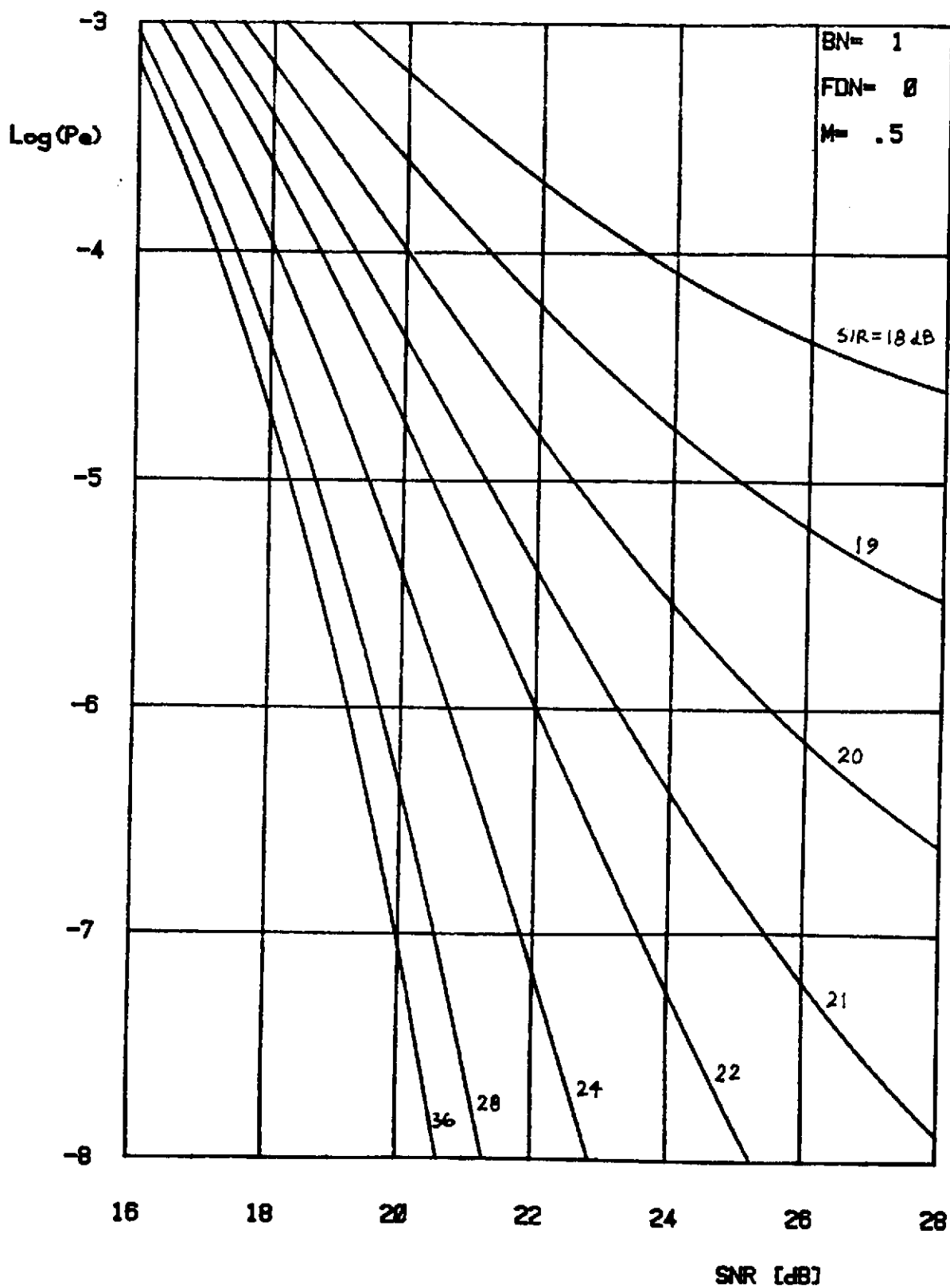


Figure II.A.14

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

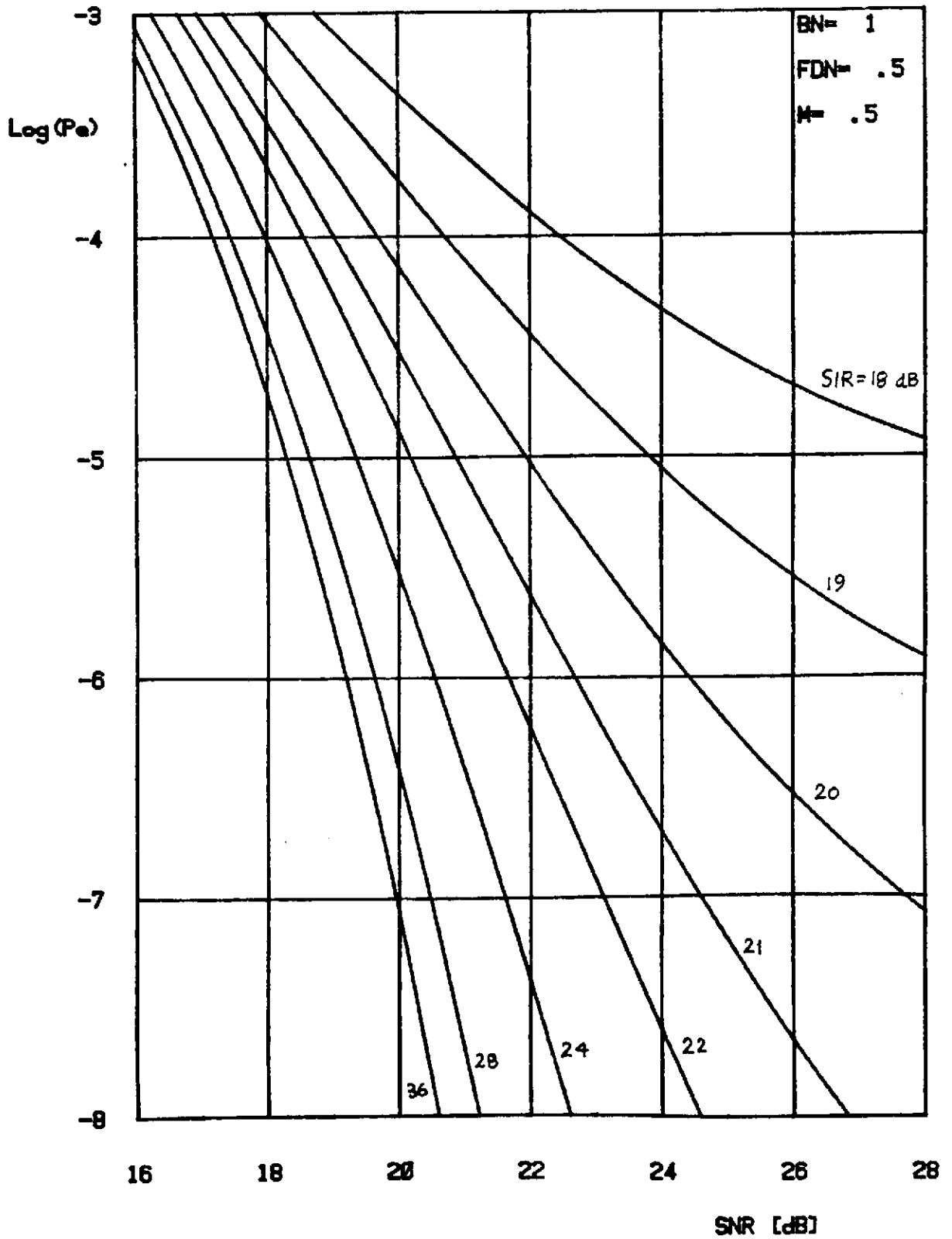


Figure II.A.15

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

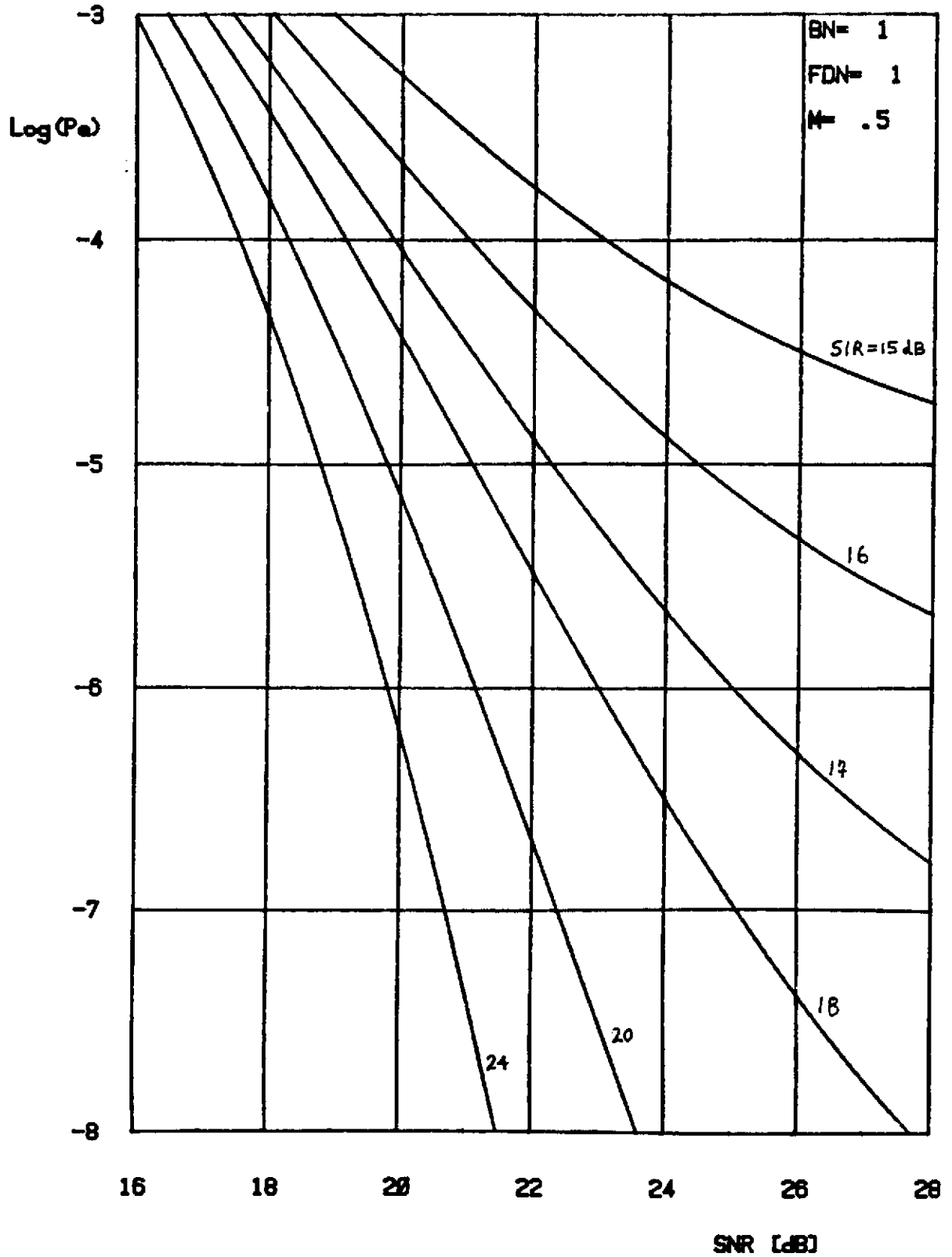


Figure II.A.16

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

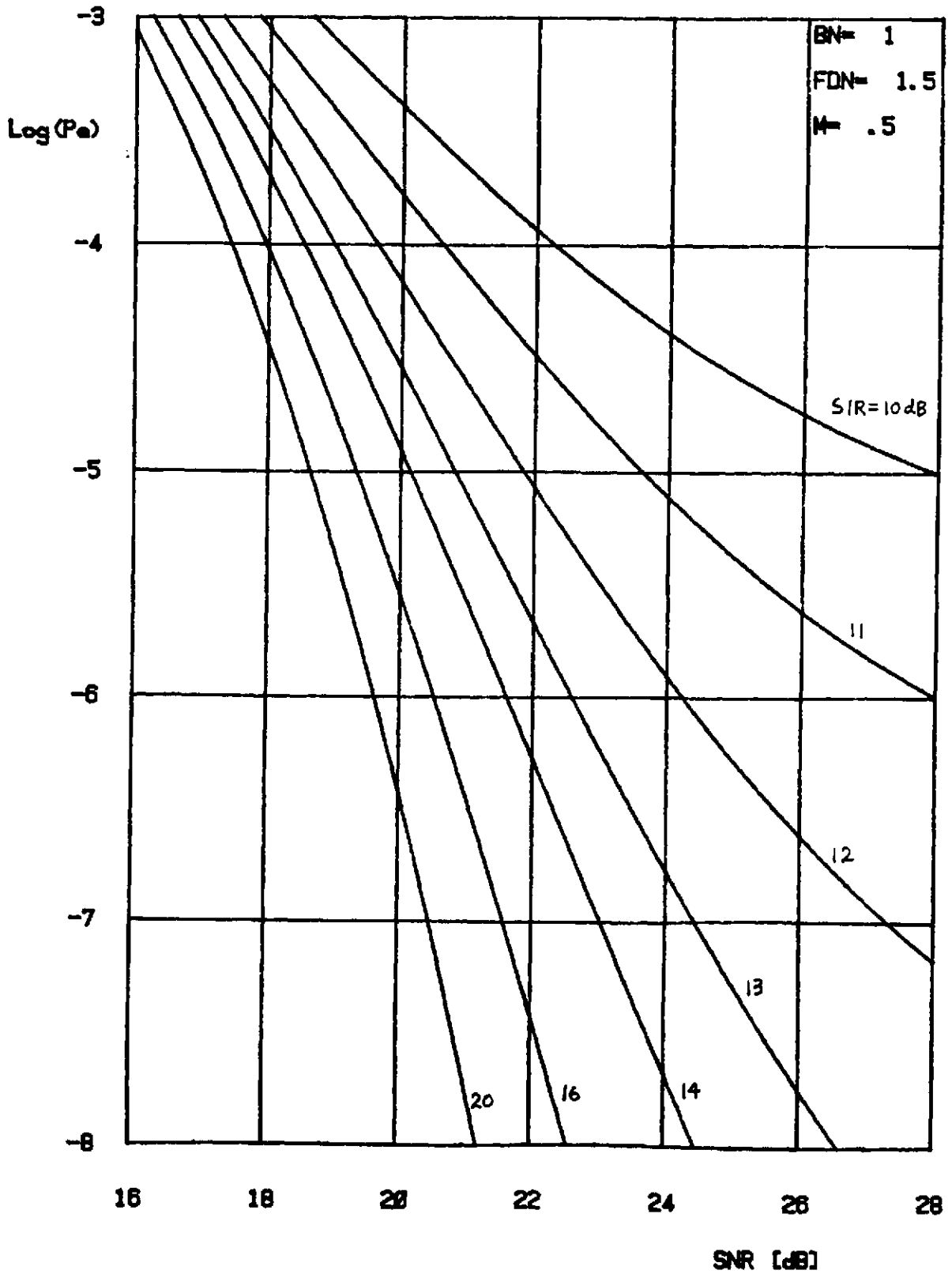


Figure II.A.17

INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK-8

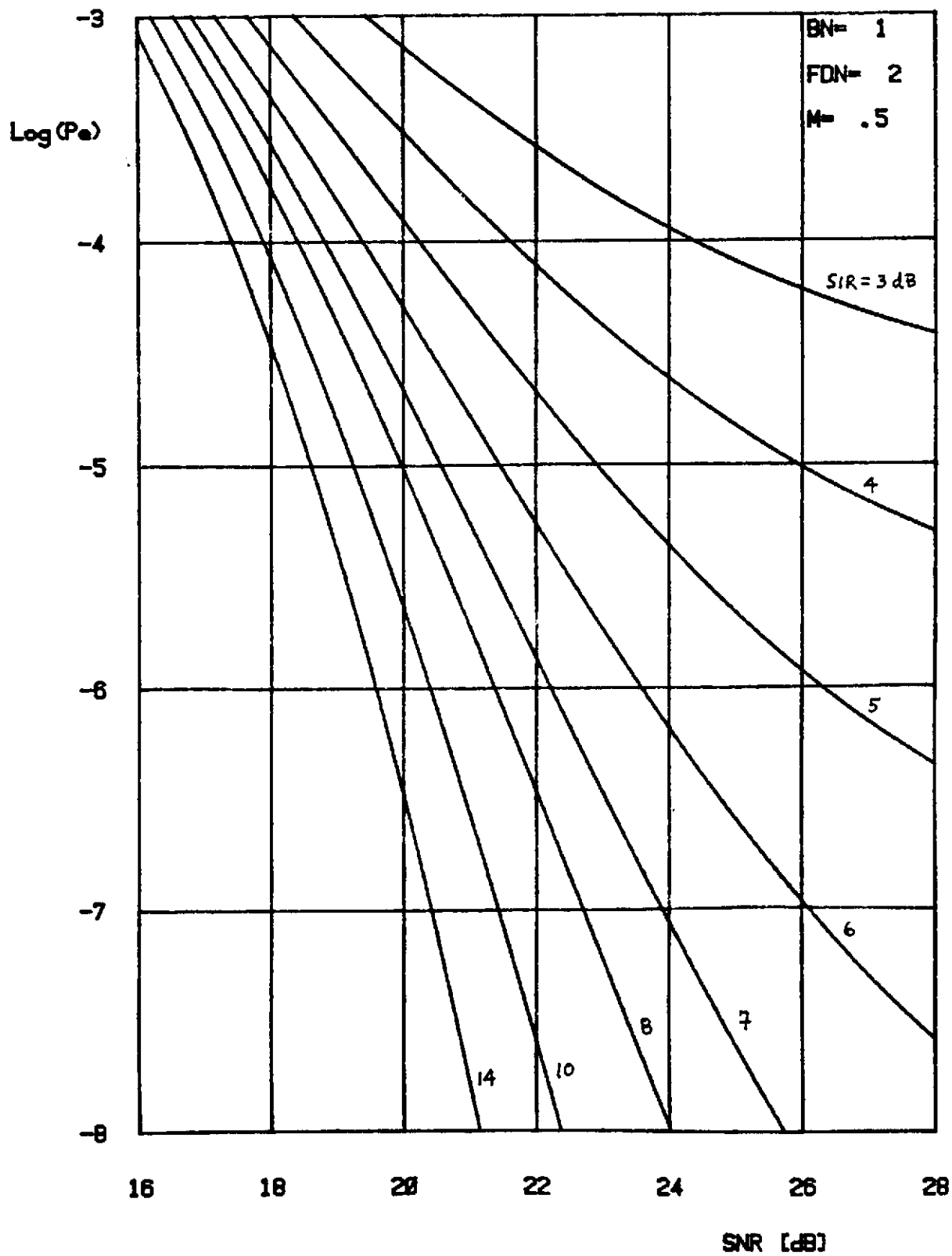


Figure II.A.18

A N N E X E II.B

Listing

**Programme de calcul de P_e dans les systèmes
PSK-8 avec interférence FDM-FM**

Ce programme est essentiellement le même que celui présenté en annexe du rapport de la Phase III des travaux en cours. Seules les lignes concernant le calcul de P_e diffèrent et ont été présentées ici pour éviter les répétitions.

lignes

- 563 Début du programme principal
- 564-596 Initialisation des paramètres et variables
- 597-606 Impression des valeurs des paramètres A, B, M, BN et FDN
- 607-608 Calcul de la puissance de l'interférence FDM-FM et impression de la valeur obtenue
- 611-612 Initialisation du rapport signal à interférence à l'entrée du récepteur PSK-8 et impression de la valeur obtenue
- 613-614 Calcul du rapport signal à interférence à la sortie du filtre de réception et impression de la valeur obtenue
- 617-618 Initialisation du rapport signal à bruit sans interférence et impression de la valeur obtenue
- 619-621 Calcul de P_e dans les systèmes PSK-8 mais sans interférence et impression de la valeur obtenue
- 622-623 Calcul du rapport signal à bruit avec interférence et impression de la valeur obtenue
- 624-626 Calcul de P_e dans les systèmes PSK-8 avec interférence FDM-FM et impression de la valeur obtenue. Les résultats obtenus ici sont présentés en annexe II.A
- 630 Fin du programme principal.

```

022 0C20 --
523 0C20 -- (*****
524 0C20 --
525 0C20 -- A FUNCTION ERFC(X:REAL):REAL:
526 0050 -- VAR R:REAL:
527 0058 --
528 0058 -- B FUNCTION F(X:REAL):REAL:
529 0000 0- B BEGIN
530 0018 -- F:=(2/SQRT(PI))*EXP(-X*X):
531 007A 4- B ENDS
532 0098 --
533 0098 -- B FUNCTION SUM(BI,RS:REAL):REAL:
534 0058 -- VAR
535 0058 -- U,V:REAL:
536 0070 -- I:INTEGER:
537 0074 --
538 0000 0- B BEGIN
539 0018 -- U:=(BS-BI)/2:
540 0050 -- V:=(BS+BI)/2:
541 0088 -- R:=0:
542 009E -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(V+U*T(.I.)):
543 016C -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(V-U*T(.I.)):
544 023A -- SUM:=R*U:
545 025C 4- B ENDS
546 027C --
547 0000 0- A BEGIN
548 0018 -- IF ABS(X)>12 THEN R:=0 ELSE R:=SUM(ABS(X),13):
549 0094 -- IF X<0 THEN ERFC:=2-R ELSE ERFC:=R:
550 00F8 4- A ENDS
551 0110 --
552 0110 -- (*****
553 0110 --
554 0110 -- A PROCEDURE PRT(X:REAL):
555 0048 -- VAR Y:REAL:
556 0000 0- A BEGIN
557 0012 -- Y:=10*LN(SPECTRE(X,PP))/LN10:
558 005C -- WRITELN(' ',X:10:4,Y:25:4,PP:25:16):
559 00E0 4- A ENDS
560 0100 --
561 0100 -- (*****
562 0100 --
563 0000 0- BEGIN
564 003A -- A:=1/20:
565 006E -- B:=1/1:
566 00A2 -- P:=(1.35+0.4/(B*A)+(B*B+A*B+A*A)/4):
567 017A -- Q:=1/((B-A)*P):
568 01DA -- P1:=P/2:
569 01FE -- T(.1.):=0.0765265211334971W(.1.):=0.152753387130725:
570 020E -- T(.2.):=0.2277858511416451W(.2.):=0.149172986472603:
571 021E -- T(.3.):=0.3737060887154191W(.3.):=0.142096109318382:
572 022E -- T(.4.):=0.5108670019508271W(.4.):=0.131688638449176:
573 023E -- T(.5.):=0.6360536807265151W(.5.):=0.118194531961518:
574 024E -- T(.6.):=0.7463319064601501W(.6.):=0.101930119817240:
575 025E -- T(.7.):=0.8391169718222181W(.7.):=0.083276741576704:
576 026E -- T(.8.):=0.9122344282513251W(.8.):=0.062672048334109:
577 027E -- T(.9.):=0.9639719272779131W(.9.):=0.040601429800386:
578 028E -- T(.10.):=0.9931285971850941W(.10.):=0.017514007139152:
579 029F -- VAL(V):

```

```

580 02AC -- FACTEUR1
581 02B0 -- TERM(R4:5)
582 02C6 -- TERM(R5:6)
583 02DC -- TERM(R6:7)
584 02F2 -- TERM(R7:8)
585 0308 -- TERM(R8:9)
586 031E -- TERM(R9:10)
587 0334 -- TERM(R10:11)
588 034A -- TERM(R11:12)
589 0360 -- TERM(R12:13)
590 0376 -- TERM(R13:14)
591 038C -- TERM(R14:15)
592 03A2 -- TERM(R15:16)
593 03B8 -- M:=0,2
594 03C6 -- CNDB:=16
595 03E4 -- BN:=1
596 0402 -- FDN:=0
597 041E -- WRITELN(' INTERFERENCE FDM-FM DANS PSK=8')
598 043C -- WRITELN
599 0448 -- WRITELN(' FILTRE QPRS IDEAL, SANS IIS')
600 0466 -- WRITELN;WRITELN
601 047E -- WRITELN(' A = ',A:7:3)
602 04C2 -- WRITELN(' B = ',R:7:3)
603 0506 -- WRITELN(' M = ',M:7:3)
604 054A -- WRITELN(' BN = ',BN:7:3)
605 058E -- WRITELN(' FDN = ',FDN:7:3)
606 05D2 -- WRITELN;WRITELN;WRITELN
607 05F6 -- Y:=POWER(BN,FDN)
608 0638 -- WRITELN(' Y = ',Y:16:12)
609 067C -- FOR I:=0 TO 10 DO
610 06A4 1= BEGIN
611 06AA -- SIR:=36-2*I
612 06D6 -- WRITE(' SIR = ',SIR:5:1,' DB')
613 0726 -- SIRCI:=SIR-(10*LN(Y)/LN10)
614 077E -- WRITELN(' SIRCI = ',SIRCI:8:3,' DB')
615 07D4 -- FOR J:=0 TO 12 DO
616 07FC 2= BEGIN
617 07FC -- CNO:=J+CNDB
618 0836 -- WRITE(' SNR = ',CNO:5:1,' DB')
619 0886 -- SIGMA:=SQRT((10**((CNO/10)))*SIN(PI/2/16))
620 0910 -- PE1:=ERFC(SIGMA)
621 093A -- WRITE(' PE1 = ',PE1:9)
622 0976 -- CNO:=10*LN(1/(((10**((-CNO/10))+((10**((-SIRC/10)))))/LN10)
623 0A64 -- WRITE(' SNIR = ',CNO:5:1,' DB')
624 0AB4 -- SIGMA:=SQRT((10**((CNO/10)))*SIN(PI/2/16))
625 0B3E -- PE2:=ERFC(SIGMA)
626 0B68 -- WRITELN(' PE2 = ',PE2:9)
627 0BAA -2 END
628 0BDE -- WRITELN;WRITELN
629 0BF6 -1 END
630 0C2A -0 SI END.

```

AAEC PASCAL 2.08 COMPILATION CONCLUDED

NO ERRORS DETECTED IN PASCAL PROGRAM

* 1 LINE FLAGGED IN PASCAL PROGRAM *

P A R T I E III

Interférence QAM dans les systèmes FDM-FM

PARTIE III

Interférence QAM dans les systèmes FDM-FM

III.1 INTRODUCTION

Dans cette troisième partie de la phase IV des travaux en cours, nous nous proposons d'examiner les performances d'un récepteur FDM-FM en présence d'une interférence numérique du type QAM à M niveaux.

La détermination des performances d'un récepteur FM en présence d'interférence s'obtient généralement par le calcul du rapport signal à distorsion en bande de base.

Pour pouvoir calculer le signal de distorsion, il faut trouver une méthode qui nous permette de séparer à la sortie le signal utile du signal de distorsion généré par l'interférence. Une fois cette tâche accomplie, il suffit d'obtenir la densité spectrale et de l'intégrer dans la bande qui nous intéresse.

Dans le rapport de la phase I [6], nous avons proposé une méthodologie applicable pour la solution de notre problème. Cette méthode a été développée par Prabhu et généralisée par Pontano [5] pour le cas d'interférences entre canaux FDM-FM. Nous avons vu dans [6] que la méthode était suffisamment générale pour être utilisée dans le cas où l'interférence est quelconque. Cela semble donc convenir parfaitement pour notre problème d'interférence QAM.

Nous verrons cependant que cette méthode devra être adaptée pour que des résultats numériques puissent être obtenus sans trop de difficulté.

III.2 MÉTHODE DE PRABHU-PONTANO

Soit $s(t)$ un signal FM de la forme:

$$s(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi_0)$$

où

$\theta(t)$: signal modulant

ϕ_0 : phase quelconque

et un signal d'interférence $i(t)$:

$$i(t) = B\mu(t)\cos(\omega_1 t) \quad \mu(t) : \text{enveloppe complexe de l'interférence}$$

Tous deux présents à l'entrée d'un récepteur FM centré sur ω_0 et modélisé par un démodulateur de phase. Le problème consiste à calculer la puissance du signal de distorsion généré par $i(t)$ à la sortie du récepteur.

Pour pouvoir calculer le signal de distorsion, il faut être en mesure de le séparer du signal utile. Pour y arriver, nous allons générer les signaux complexes suivants:

$$s(t) = \text{Re}\{Z_1(t)\} = \text{Re}\{Av(t)e^{j\omega_0 t}\} \quad \text{où } v(t) = e^{j(\theta(t) + \phi_0)}$$

$$i(t) = \text{Re}\{Z_2(t)\} = \text{Re}\{B\mu(t)e^{j\omega_1 t}\}$$

$$y(t) = \text{Re}\{Z(t)\} = \text{RE}\{Z_1(t) + Z_2(t)\}$$

Le signal $y(t)$ passe ensuite à travers un démodulateur de phase tel que montré à la figure III.1 pour obtenir un signal $\psi(t)$ de la forme:

$$\psi(t) = \theta(t) + \phi_0 + \phi(t)$$

où $\phi(t)$ est le signal de distorsion recherché.

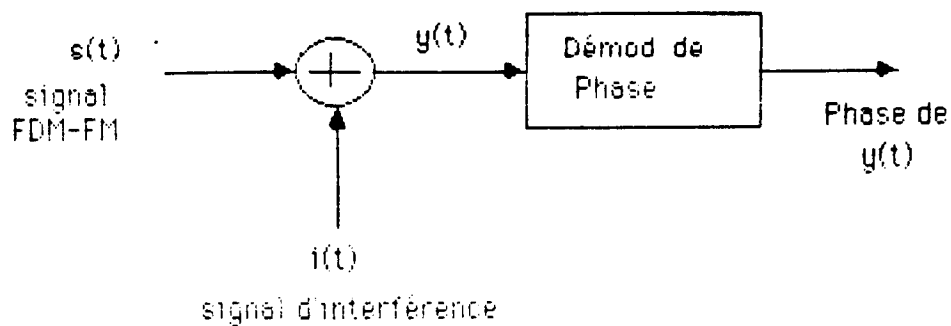


Figure III.1 Modèle à la base de la méthode de Pontano

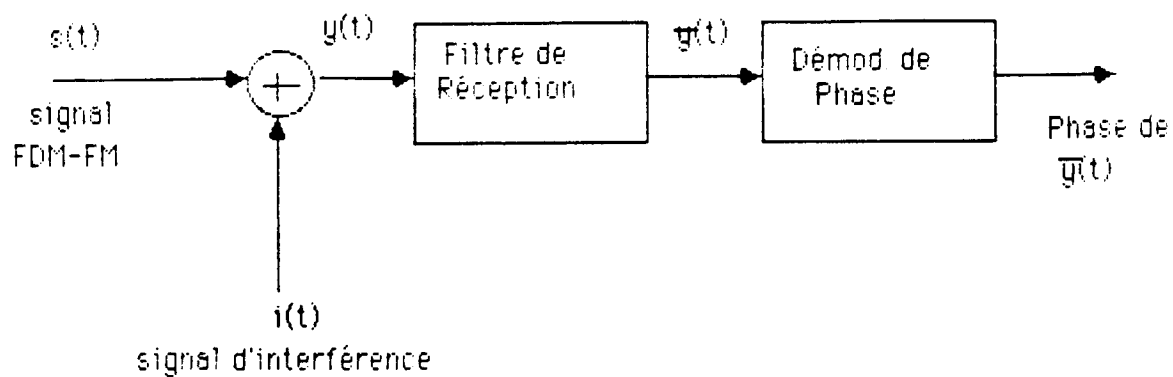


Figure III.2 Modèle à la base de la méthode alternative

Comme la phase de $y(t)$ est la même que $Z(t)$, nous pouvons opérer sur $Z(t)$. D'abord, nous allons mettre en facteur le signal désiré $Z_1(t)$. On obtient:

$$Z(t) = Z_1(t) \left\{ 1 + \frac{Z_2(t)}{Z_1(t)} \right\}$$

Maintenant, nous allons calculer la phase de $Z(t)$ en prenant le logarithme et la partie imaginaire du résultat. On obtient:

$$\psi(t) = \text{Im } \ln Z(t)$$

$$\psi(t) = \text{Im } \ln Z_1(t) + \text{Im } \ln \left(1 + \frac{Z_2(t)}{Z_1(t)} \right)$$

$$\psi(t) = \theta(t) + \phi_0 + \phi(t)$$

Le calcul du logarithme sur le signal $Z(t)$ nous a permis d'obtenir la phase $\psi(t)$ sous forme de composantes additives tel que désiré. Donc,

$$\phi(t) = \text{Im } \ln \left(1 + \frac{Z_2(t)}{Z_1(t)} \right)$$

La suite du calcul consiste à développer $\phi(t)$ en série de Taylor et à trouver la fonction d'autocorrélation de $\phi(t)$. On peut facilement trouver la relation suivante:

$$\ln(1+x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{m} x^m$$

Donc

$$\phi(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{m} \text{Im} \left(\frac{Z_2(t)}{Z_1(t)} \right)^m = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(t)$$

Calculons maintenant $R_\psi(\tau)$:

$$R_\psi(\tau) = R_\theta(\tau) + R_\phi(\tau) + \text{Var}(\phi_0) + R_{\phi\theta}(\tau) + R_{\theta\phi}(\tau)$$

On a vu dans [6] que s'il y a une corrélation entre $\phi(t)$ et $\theta(t)$, on peut toujours l'annuler en moyennant sur ϕ_0 et le terme $\text{Var}(\phi_0)$ est un terme variant très lentement qui peut donc être négligé. Finalement,

$$R_\psi(\tau) = R_\theta(t) + R_\phi(\tau)$$

Ce qui montre que pour calculer la puissance du signal de distorsion, il suffit de calculer $R_\phi(\tau)$.

$$\begin{aligned} R_\phi(\tau) &= E\{\phi(t)\phi(t+\tau)\} = E\left\{\sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(t) \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t+\tau)\right\} \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} R_{mn}(\tau) \end{aligned}$$

L'obtention de $R_{mn}(\tau)$ est assez fastidieuse mais on obtient le résultat suivant:

$$R_{mn}(\tau) = 0 \quad m \neq n$$

$$R_{mn}(\tau) = R_m(\tau) = \left(\frac{B}{A}\right)^{2m} \frac{1}{4m^2} \left\{ R_{u^m}(\tau) R_{v^m}^*(\tau) e^{jm\Delta\omega\tau} + R_{u^m}^*(\tau) R_{v^m}(\tau) e^{-jm\Delta\omega\tau} \right\}$$

pour $m = n$

où $R_{u^m}(\tau)$ et $R_{v^m}(\tau)$ sont les fonctions d'autocorrélation de $u^m(t)$ et $v^m(t)$. $R_\phi(\tau)$ est déterminé par $R_\phi(\tau) = \sum_{m=1}^{\infty} R_m(\tau)$. $S_\phi(f)$ s'obtient en prenant sa transformée de Fourier. On a finalement:

$$S_\phi(f) = \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{B}{A}\right)^{2m} \frac{1}{4m^2} \left\{ T_m(f - m\Delta f) + T_m(-f - m\Delta f) \right\}$$

où

$$T_m(f) = S_{u^m}(f) \otimes S_{v^m}(f)$$

L'expression obtenue est exacte et nous permettra de calculer les performances de notre récepteur FM en présence d'une interférence QAM. Nous verrons plus loin les difficultés numériques inhérentes à cette méthode.

III.3 CALCUL DE $S_{v^m}(f)$

On a vu à la section précédente que pour obtenir $S_\phi(f)$ avec la méthode de Prabhu-Pontano, on devrait calculer $S_{v^m}(f)$ qui est la densité spectrale de $v^m(t)$. On a défini au départ $v(t)$ comme l'enveloppe complexe du signal $s(t)$:

$$s(t) = \text{Re}\{Av(t)e^{j\omega_0 t}\}$$

$$v(t) = e^{j\theta(t)} \quad (\text{on néglige } \phi_0 \text{ pour simplifier})$$

Dans notre problème, $s(t)$ est un signal FDM-FM à faible indice de modulation. Nous avons examiné dans [8] plusieurs techniques de calcul de la densité spectrale de $v(t)$. Nous avons déjà développé un logiciel nous permettant de le faire avec une bonne précision. Le problème qui se pose est le calcul de la densité spectrale de $v^m(t)$. Analytiquement, ce problème ne présente peu de difficulté, car $v(t)$ est sous forme exponentielle. On obtient:

$$v^m(t) = e^{jm\theta(t)}$$

Si on note $S_{v^m}^D(f)$, la densité spectrale de $v(t)$ d'indice de modulation D , on aura $S_{v^m}^D(f) = S_v^D(f)$. Ce qui veut dire que si on peut calculer $S_v^D(f)$, on pourra calculer $S_{v^m}^D(f)$ en calculant $S_v^D(f)$.

Donc, en principe, le calcul de $S_{v^m}(f)$ ne pose pas de problème analytique; rappelons toutefois la complexité inhérente à ce genre de calcul. En effet:

$$S_v(f) = e^{-D^2 R_\phi(0)} \left[\delta(f) + D^2 R_\phi(0) W_N(f) + D^4 R_\phi^2(0) \frac{W_N(f) \otimes W_N(f)}{2!} + \dots \right]$$

qui constitue une série de convolution multiple de $W_N(f)$. Ce calcul est très fastidieux et difficile à généraliser pour toutes valeurs de D . Pour D faible, le calcul par cette série est convenable. Pour D élevé, on peut

utiliser l'approximation gaussienne. Pour D moyen, le problème devient rapidement complexe. Il faut dans ce cas savoir combiner judicieusement un ensemble de méthodes appropriées. En ce qui concerne notre problème, on doit pouvoir être en mesure de calculer $S_V^D(f)$ pour toutes valeurs de D avec une précision connue. Car même si D est faible, à mesure que m augmente, l'indice mD dans $S_{vm}(f)$ peut devenir grand.

Nous aborderons maintenant un problème un peu plus difficile, soit le calcul de $S_{um}(f)$ la densité spectrale de $u^m(t)$.

III.4 CALCUL DE $S_u^m(f)$

Nous désirons maintenant calculer la densité spectrale de $u^m(t)$, l'enveloppe complexe de notre signal QAM à la puissance m .

D'après [1], on peut écrire $u(t)$ comme suit:

$$u(t) = \left[\sum_i c_i h(t - iT) + j \sum_i b_i h(t - iT) \right]$$

où les a_i et b_i sont respectivement les symboles transmis dans la branche directe et la branche en quadrature.

$$u(t) = \sum_i c_i h(t - iT) \quad \text{où } c_i = a_i + jb_i$$

Nous allons premièrement calculer $u^m(t)$ et $R_u^m(\tau)$. Ensuite, en prenant la transformée de Fourier de $R_u^m(\tau)$, on pourra obtenir $S_u^m(f)$.

Si on fait l'hypothèse que les différents symboles ont une durée T et qu'une fois transmis, le signal $u(t)$ n'a subi aucun effet appréciable de filtrage, on peut écrire:

$$u^m(t) = \sum_i c_i^m h^m(t - iT)$$

En effet, puisque $h(t)$ a une durée T égale au taux de transmission des symboles, on a :

$$\begin{aligned} u^m(t) &= \left(\sum_i c_i h(t - iT) \right)^m \\ &= \left(\sum_{i_1} c_{i_1} h(t - i_1 T) \right) \left(\sum_{i_2} c_{i_2} h(t - i_2 T) \right) \dots \sum_{i_m} c_{i_m} h(t - i_m T) \\ &= \left(\sum_{i_1} \sum_{i_2} \dots \sum_{i_m} c_{i_1} c_{i_2} \dots c_{i_m} h(t - i_1 T) h(t - i_2 T) \dots h(t - i_m T) \right) \end{aligned}$$

Seuls les termes où $i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_m$ sont non nuls. Donc,

$$u^m(t) = \sum_i c_i^m h^m(t - iT)$$

Maintenant, nous désirons obtenir $R_{u^m}(\tau)$. Comme $u^m(t)$ est un processus cyclo-stationnaire, on doit moyenner sur une période T . Donc :

$$R_{u^m}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T u^m(t + \tau) u^{*m}(t) dt$$

et

$$\begin{aligned} \overline{u^m(t + \tau) u^{*m}(t)} &= E \left[\left(\sum_i c_i^m h^m(t + \tau - iT) \right) \left(\sum_j c_j^{*m} h^m(t - jT) \right) \right] \\ &= \sum_i \sum_j E \{ c_i^m c_j^{*m} \} h^m(t + \tau - iT) h^m(t - jT) \end{aligned}$$

$$R_{u^m}(\tau) = \frac{1}{T} \sum_i \sum_j E \{ c_i^m c_j^{*m} \} \int_0^T h^m(t - jT) h^m(t + \tau - iT) dt$$

Si on pose $Z = t - iT$ et $k = j - i$,

$$R_{u^m}(\tau) = \frac{1}{T} \sum_i \sum_k E \{ c_i^m c_{k+i}^{*m} \} \int_{-iT}^{T-iT} h^m(z - kT) h^m(z + \tau) dz$$

À cause de la stationnarité des symboles, on peut remplacer:

$$c_i^m c_{i+k}^{*m} \quad \text{par} \quad c_0^m c_k^{*m}$$

et remplacer l'intégrale segmentée par une intégrale de $-\infty$ à ∞ . En effet:

$$\sum_i \int_{-iT}^{T-iT} F(z) dz = \int_{-\infty}^{\infty} P(z) dz$$

Donc:

$$R_{u^m}(\tau) = \frac{1}{T} \sum_i E\{c_0^m c_i^{*m}\} \int_{-\infty}^{\infty} h^m(t - iT)h^m(t + \tau) dt$$

Nous pouvons maintenant prendre la transformée de Fourier. On a:

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} \sum_i E\{c_0^m c_i^{*m}\} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} h^m(t - iT)h^m(t + \tau) dt \right] e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} \sum_i E\{c_0^m c_i^{*m}\} \int_{-\infty}^{\infty} h^m(t - iT) e^{j2\pi f t} dt \int_{-\infty}^{\infty} h^m(t + \tau) e^{-j2\pi f(t+\tau)} d\tau$$

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} H_m(f) \sum_i E\{c_0^m c_i^{*m}\} \int_{-\infty}^{\infty} h^m(t - iT) e^{j2\pi f t} dt$$

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} |H_m(f)|^2 \sum_i E\{c_0^m c_i^{*m}\} e^{-j2\pi f iT}$$

Si les symboles sont indépendants, on a $E\{c_0^m c_i^{*m}\} = E\{c_0^m\}E\{c_i^{*m}\}$

$$\sum_i E\{c_0^m c_i^{*m}\} e^{-j2\pi f iT} = E\{|c_0^m|^2\} + \sum_{i \neq 0} E\{c_0^m\}E\{c_i^{*m}\} e^{-j2\pi f iT}$$

$$E\{c_0^m\}E\{c_i^{*m}\} = E\{c_0^m\}E\{c_0^{*m}\}$$

Donc,

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} |H_m(f)|^2 E\{|c_0^m|^2\} + \frac{1}{T} |H_m(f)|^2 E\{c_0^m\}E\{c_0^{*m}\} \sum_{i \neq 0} e^{-j2\pi fiT}$$

Si on remplace $\sum_{i \neq 0} e^{-j2\pi fiT}$ par $\frac{1}{T} \sum_{i \neq 0} \delta(f - i/T)$, on obtient finalement:

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} |H_m(f)|^2 E\{|c_0^m|^2\} + \frac{1}{T^2} E\{c_0^m\}E\{c_0^{*m}\} \sum_{i \neq 0} |H_m(i/T)|^2 \delta(f - i/T)$$

$S_{u^m}(f)$ est constitué de deux composantes. La première est continue et l'autre discrète. La composante discrète pourra être annulée facilement si: $|H_m(i/T)|^2 = 0$ pour toutes valeurs de $i \neq 0$. Ceci est réalisé facilement si $h(t)$ est un créneau rectangulaire de largeur T . Donc, pour ce type de fonction, on peut écrire:

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} |H_m(f)|^2 E\{|c_0\}$$

Notons que

$$E\{|c_0^m|^2\} = E\{|c_0|^{2m}\}$$

De plus, pour $h(t)$ de forme rectangulaire, $h_m(t) = h(t)$. Donc

$$|H_m(f)|^2 = |H(f)|^2$$

III.5 PRÉSENTATION DE LA MÉTHODE ALTERNATIVE

Pour obtenir la densité spectrale de la distorsion par la méthode présentée, il faut calculer une série de termes de la forme:

$$T_m(f) = S_{v^m}(f) \otimes S_{u^m}(f)$$

Le calcul de $T_m(f)$ pose deux problèmes principaux. On a déjà mentionné la difficulté inhérente au calcul de $S_{v^m}(t)$. Pour $S_{u^m}(t)$, bien que sa

Donc,

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} |H_m(f)|^2 E\{|c_0^m|^2\} + \frac{1}{T} |H_m(f)|^2 E\{c_0^m\} E\{c_0^{*m}\} \sum_{i \neq 0} e^{-j2\pi fiT}$$

Si on remplace $\sum_{i \neq 0} e^{-j2\pi fiT}$ par $\frac{1}{T} \sum_{i \neq 0} \delta(f - i/T)$, on obtient finalement:

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} |H_m(f)|^2 E\{|c_0^m|^2\} + \frac{1}{T^2} E\{c_0^m\} E\{c_0^{*m}\} \sum_{i \neq 0} |H_m(i/T)|^2 \delta(f - i/T)$$

$S_{u^m}(f)$ est constitué de deux composantes. La première est continue et l'autre discrète. La composante discrète pourra être annulée facilement si: $|H_m(i/T)|^2 = 0$ pour toutes valeurs de $i \neq 0$. Ceci est réalisé facilement si $h(t)$ est un créneau rectangulaire de largeur T . Donc, pour ce type de fonction, on peut écrire:

$$S_{u^m}(f) = \frac{1}{T} |H_m(f)|^2 E\{|c_0^m|^2\}$$

Notons que

$$E\{|c_0^m|^2\} = E\{|c_0|^2\}$$

De plus, pour $h(t)$ de forme rectangulaire, $h_m(t) = h(t)$. Donc

$$|H_m(f)|^2 = |H(f)|^2$$

III.5 PRÉSENTATION DE LA MÉTHODE ALTERNATIVE

Pour obtenir la densité spectrale de la distorsion par la méthode présentée, il faut calculer une série de termes de la forme:

$$T_m(f) = S_{v^m}(f) \otimes S_{u^m}(f)$$

Le calcul de $T_m(f)$ pose deux problèmes principaux. On a déjà mentionné la difficulté inhérente au calcul de $S_{v^m}(t)$. Pour $S_{u^m}(t)$, bien que sa

forme analytique soit simple, elle constitue une fonction du type oscillatoire et décroissant lentement jusqu'à l'infini. Ce genre de fonction se prête assez mal au calcul de convolution.

Une façon de résoudre ce problème serait de limiter la largeur de bande de $S_{um}(f)$ en ajoutant au modèle de Prahbu et Pontano un filtre à l'entrée du démodulateur de phase (voir fig. III.2). Cependant, cette approche ne nous permet plus d'obtenir $S_{um}(f)$ simplement. En effet, si $u(t)$ est notre signal QAM filtré, il devient maintenant très difficile de calculer $R_{um}(\tau)$ à cause de l'IIS introduite par ce filtre. On pourrait cependant contourner cette difficulté si on linéarisait la fonction $S_\phi(f)$. De cette façon, le calcul de $S_u(f)$ est réalisable. En effet, si $H_R(f)$ est la réponse de notre filtre de réception, on obtient:

$$S_u(f) = S_u(f) |H_R(f)|^2$$

Par contre, en se limitant à un seul terme, nos résultats ne seront valables que pour des rapports signal à interférence élevée. Notons que cette simplification s'impose presque dans la pratique et a déjà été proposée dans [7].

Cette dernière méthode que nous proposons comme alternative, nous permettra d'arriver à des résultats intéressants sans investir une quantité énorme en temps de calcul.

III.6 CALCUL DU RAPPORT SIGNAL À DISTORSION (RSD)

Pour déterminer les performances de notre récepteur FM, il est nécessaire de connaître le rapport signal à distorsion (RSD). La méthode de Pontano nous donne une expression, sous forme de série, de la densité spectrale du signal de distorsion $\phi(t)$. En ne prenant que le premier terme de cette série, on obtient:

$$S_{\phi}(f) = \left(\frac{B}{A}\right)^2 \frac{1}{4} \{T_1(f - \Delta f) + T_1(-f - \Delta f)\}$$

où

$$T_1(f) = S_u(f) \otimes S_v(f)$$

Dans la méthode que nous proposons, nous remplaçons $S_u(f)$ par $S_{\hat{u}}(f)$, la densité spectrale de notre interférence QAM à la sortie du filtre de réception. Cependant, le signal $u(t)$ est centré autour de la porteuse FM. On écrira donc:

$$S_{\phi}(f) = \left(\frac{B}{A}\right)^2 \frac{1}{4} \{\hat{T}_1(f) + \hat{T}_1(-f)\}$$

où

$$\hat{T}_1(f) = S_{\hat{u}}(f) \otimes S_v(f)$$

et

$$S_{\hat{u}}(f) = \frac{E\{|c_0|^2\}}{T} |H_R(f)|^2 |H_m(f - \Delta f)|^2$$

Posons

$$|H_m(f - \Delta f)|^2 |H_R(f)|^2 = G_0(f)$$

Donc,

$$S_u(f) = \frac{E\{|c_0|^2\}}{T} G_0(f)$$

et

$$S_{\phi}(f) = \left(\frac{B}{A}\right)^2 \frac{1}{4} \frac{E\{|c_0|^2\}}{T} D(f)$$

où

$$D(f) = G_0(f) \otimes S_v(f) + G_0(-f) \otimes S_v(-f)$$

On obtient finalement:

$$S_{\phi}(f) = \frac{B^2 E\{|c_0|^2\}}{A^2 T} \times \frac{D(f)}{4} = \text{RSI}^{-1} \frac{D(f)}{4}$$

On peut voir ici qu'il sera possible de normaliser nos résultats par rapport à RSI puisque ce dernier se retrouve en facteur.

Il nous reste à déterminer RSD. Celui-ci est défini comme le rapport entre la puissance du signal utile et la puissance du signal de distorsion dans la bande de base du récepteur FM.

Cette bande est définie par les fréquences minimum et maximum f_1 et f_2 et si la puissance de notre signal utile est normalisée à la sortie du démodulateur FM, il ne restera qu'à déterminer P_D la puissance de distorsion. Supposons que la densité spectrale de notre signal utile avant modulation soit:

$$S_A(\gamma) = \begin{cases} \frac{1}{2(\beta-\alpha)} & \alpha < |\gamma| < \beta \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Celui-ci, après intégration, préaccentuation et amplification, devient:

$$S_B(\gamma) = \frac{P(\gamma)}{\gamma^2} \frac{1}{2} \frac{m^2}{\beta-\alpha}$$

où m est le gain normalisé du modulateur et $P(\gamma)$ la fonction de préaccentuation. $S_B(f)$ constitue la phase de la porteuse FM. La méthode de Pontano nous donne la phase de cette porteuse sous forme d'un signal utile et d'un signal de distorsion. La densité spectrale de notre signal utile correspond alors à $S_B(f)$ et la densité spectrale de distorsion correspond à $S_\phi(f)$. Cependant, dans notre situation, ce n'est pas la phase mais la fréquence instantanée qui nous intéresse. De plus, nous désirons obtenir notre signal après la désaccentuation. Donc, le signal utile correspondra, dans notre cas, à $S_A(f)$. On obtient $S_A(f)$ à partir de $S_B(f)$ comme suit:

$$S_A(\gamma) = \frac{S_B(\gamma) \gamma^2}{P(\gamma) m^2}$$

Notre signal utile sera ainsi normalisé. Comme le signal de distorsion suit le même chemin que le signal utile, on doit lui faire subir le même facteur de correction. Donc:

$$S_{\phi}^*(\gamma) = \frac{S_{\phi}(\gamma) \gamma^2}{P(\gamma) m^2}$$

pour un signal utile normalisé. On a donc:

$$P_D = 2 \int_{f_1}^{f_2} \frac{\gamma^2 S_{\phi}(\gamma)}{P(\gamma) m^2} d\gamma$$

et

$$RSD = \frac{1}{P_D}, \text{ en dB on a } RSD_{dB} = -10 \log_{10} P_D$$

et

$$P_D = \frac{1}{2m^2 RSI} \int_{f_1}^{f_2} \frac{\gamma^2 D(\gamma)}{P(\gamma)} d\gamma$$

On peut définir maintenant le rapport signal à distorsion normalisé, comme suit:

$$RSDN = \frac{RSD}{RSI} = \left[\frac{1}{2m^2} \int_{f_1}^{f_2} \frac{\gamma^2 D(\gamma)}{P(\gamma)} d\gamma \right]^{-1} = P_n^{-1}$$

$$RSDN_{dB} = RSD_{dB} - RSI_{dB} = -10 \log_{10} P_n$$

Il est donc possible de présenter nos résultats sous forme de courbes normalisées de $RSDN_{dB}$ en fonction des autres paramètres. On pourra obtenir la valeur réelle de RSD_{dB} par:

$$RSD_{dB} = RSDN_{dB} + RSI_{dB}$$

Les résultats ainsi présentés ne dépendent plus du rapport signal à interférence.

Il ne reste qu'à déterminer P_n . Celui-ci est fonction de plusieurs paramètres tels m , f_1 , f_2 , Δf , $1/T$ et B_n la largeur de bande du filtre de réception. Il est préférable en pratique de pouvoir fixer quelques-uns de ces paramètres. On peut fixer f_1 et f_2 car si f_1 est suffisamment faible ($.05 f_m$ par exemple), celui-ci n'aura peu ou pas d'effet sur les résultats et on prendra f_2 égal à f_m . On peut également fixer une valeur à priori pour B_n . Appelons $S_v(f,m)$ la densité spectrale FM avec m en argument pour signifier que $S_v(f)$ est fonction de m . On peut trouver P , la puissance totale du signal FDM-FM après le filtre de réception, par:

$$P = \int_{B_n} S_v(f,m) df \quad \text{si le filtre de réception est idéal.}$$

On choisira P de telle sorte qu'on pourra assumer que le filtre de réception n'introduit aucune distorsion supplémentaire appréciable au niveau de la phase de la porteuse FM. Comme P est fixé, on détermine B_n pour quelques valeurs de m , puis on construit un polynôme d'interpolation avec les valeurs obtenues. On obtiendra donc finalement B_n comme une fonction de m , comme suit:

$$B_n = F(m) \quad m_1 < m < m_2$$

où m_1 et m_2 sont les valeurs minimales et maximales utilisées pour construire ce polynôme. Si on fixe P à 0.999 et $m_1 = 0.2$ et $m_2 = 0.5$, on obtient le polynôme suivant par la méthode de Lagrange:

$$B_n = -0.998 + 17.77m - 40.7 m^2 + 36 m^3 \quad m > 0$$

III.7 PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET DISCUSSION

Nous présentons en annexe III.A des familles de courbes des résultats du calcul de RSDN en dB en fonction de l'indice de modulation "m" et de l'écart de fréquence entre les porteuses "D". Les figures III.A.1 à III.A.4

présentent les résultats de RSDN en fonction de m pour différentes valeurs de D , tandis que les figures III.A.5 à III.A.8 présentent les mêmes résultats mais en fonction de D pour différentes valeurs de m . Dans chaque cas, les résultats correspondent à quatre valeurs du paramètre E , (0.5, 1.0, 1.5, 2.0) qui constitue la valeur normalisée de $1/T$.

Les valeurs de RSDN obtenues sur ces courbes sont normalisées par rapport à RSI le rapport signal à interférence, donc pour obtenir la valeur réelle de RSD pour un RSI donné, il suffit d'additionner la valeur obtenue de RSDN à la valeur de RSI. Par exemple, on désire trouver le RSD à la sortie du récepteur FM avec un RSI de 30 dB à l'entrée. Si les courbes donnent un RSDN de 10 dB, on obtiendra donc un RSD de 40 dB.

Nous avons discuté précédemment la modification apportée à la méthode de Pontano afin d'arriver à une solution raisonnable à notre problème. Cette modification a consisté à ajouter au modèle original un filtre à l'entrée du récepteur. Ce filtre a été choisi rectangulaire et de largeur suffisante pour minimiser l'effet de celui-ci sur la phase de la porteuse FM. De cette façon, on a pu présenter des résultats indépendants de ce paramètre. En pratique, la largeur de ce filtre est déterminée principalement par l'indice de modulation du signal FM. Nous avons donc procédé à un calcul de la largeur de bande nécessaire pour que 99.9 % de la puissance totale du signal FM arrive au démodulateur, peu importe la valeur de l'indice de modulation. Ce calcul nous a permis de déterminer une expression, sous forme d'un polynôme, fonction seulement de l'indice de modulation. Donc, les résultats présentés dépendent de cette expression. On peut bien sûr choisir un critère quelconque pour déterminer la largeur de ce filtre mais nous croyons que la méthode employée ici est tout à fait réaliste. Un autre point à noter est que l'expression polynomiale obtenue ne vaut que pour la plage d'indice de modulation pour laquelle nous présentons des résultats. Si on désire obtenir des résultats pour des indices de modulation en dehors de cette plage, il faudra déterminer un nouveau polynôme.

Avant d'entreprendre la discussion des résultats obtenus, précisons d'abord les paramètres figurant sur ces courbes. Tous les paramètres fréquentiels sont normalisés par rapport à (f_m) , la fréquence maximale en bande de base du récepteur FM. Ainsi, le paramètre E figurant sur ces courbes représente la valeur du taux de transmission des symboles QAM normalisés par rapport à f_m . De même l'écart de fréquence entre les porteuses FM et QAM (paramètre D) est normalisé par rapport à f_m . Quant à l'indice de modulation, il représente la déviation maximale de la porteuse FM normalisée par rapport à f_m .

On rappelle que ces résultats sont indépendants du nombre de niveaux transmis pour le modulateur QAM. Ceci est dû au fait que ce paramètre n'a pas d'effet sur la densité spectrale du signal QAM. Toutefois, son effet est présent au niveau du rapport signal à interférence (RSI).

L'utilisation de ces courbes est donc très simple. Une fois les paramètres connus, tels l'écart normalisé entre les porteuses, l'indice de modulation, le taux de transmission QAM et le rapport signal à interférence, on obtient directement le rapport signal à distorsion au niveau du démodulateur FM. Comme exemple précis, choisissons une configuration de systèmes où l'écart de fréquence normalisé entre les porteuses est de 2, l'indice de modulation FM de 0.3 et le taux de transmission normalisé est égal à 1. On obtient un RSDN d'environ 12 dB. Maintenant, si le rapport signal à interférence est de 40 dB, on aura donc un rapport signal à distorsion de 52 dB ($RSD_{dB} = RSI_{dB} + RSDN_{dB}$).

Rappelons que les résultats valent seulement pour la modulation QAM dont l'impulsion transmise est rectangulaire et pour des rapports signal à interférence relativement élevée (< 30 dB).

Maintenant, examinons les courbes obtenues, en particulier celles qui sont fonctions de l'écart de fréquence normalisé (figs. III.A.5 à III.A.8). Elles sont toutes croissantes et oscillatoires. En fait, elles suivent un peu l'allure de la densité spectrale du signal QAM. Sur ces courbes, plus m

est faible, plus les oscillations sont prononcées. Ceci est compréhensible car plus m est faible, plus la densité spectrale FM se rapproche d'une impulsion. Donc, la convolution de la densité spectrale QAM avec la densité spectrale FM qui est quasi impulsionnelle donnera une densité spectrale presque semblable à la densité spectrale QAM. Nos résultats se comportent normalement jusqu'ici. De plus, lorsque E est faible, le nombre d'oscillations est plus grand. Ceci est un comportement normal aussi car quand E est faible par rapport à la largeur de bande du récepteur, un plus grand nombre de cycles est contenu dans la densité spectrale du signal QAM à la sortie du filtre de réception.

Parmi les quatre familles de courbes présentées, on remarque un comportement semblable entre-elles. On observe en effet un resserrement des courbes qui est très étroit pour des faibles valeurs de E . Ce resserrement se déplace vers les fréquences élevées quand E augmente. En ce noeud, on assiste à un phénomène un peu surprenant. En effet, pour un écart fixe entre les porteuses, le RSDN obtenu est à peu près indépendant de l'indice de modulation ou varie très peu. Sur les courbes des figures III.A.1 à III.A.4, ce phénomène est rendu par des courbes quasi horizontales à un endroit donné. Comme par exemple pour $E = 0.5$ (fig. III.A.5), ce noeud se situe à un écart de fréquence normalisé $D = 1.8$, tandis que pour $E = 20$, ce noeud se situe aux alentours de $D = 3.0$.

On peut remarquer aussi un autre fait intéressant en examinant les courbes III.A.5 à III.A.8. Pour un écart de fréquence normalisé $D > 1.4$ environ, on obtient toujours un RSDN positif dans la plage d'indice de modulation comprise entre 0.2 et 0.5, et quelque soit E . Cela signifie que pour m compris entre 0.2 et 0.5 et $D > 1.6$, on obtiendra toujours un rapport signal à distorsion meilleur que le rapport signal à interférence, quelle que soit la valeur de E comprise entre 0.5 et 2.0. De même pour toutes les valeurs de E calculées, on assiste au même phénomène dans toute la plage des valeurs de l'écart de fréquence normalisé, quand l'indice de modulation est supérieur à 0.36. Ceci nous permet d'avoir une vue d'ensemble des limites imposées par la présence de l'interférence aux performances du récepteur FM.

III.8 CONCLUSION

Dans cette troisième partie du rapport de la Phase IV des travaux en cours, nous avons analysé les performances des récepteurs FDM-FM en présence d'une interférence QAM à niveaux multiples. Nous avons pu déterminer ces performances par le calcul du rapport signal à distorsion à la sortie du récepteur FM. Les résultats ont été présentés en annexe A de cette partie, sous forme de familles de courbes normalisées et faciles à utiliser.

Pour arriver à ces résultats, nous avons utilisé une variante à la méthode de Pontano qui consiste à ajouter un filtre de réception à l'entrée du démodulateur. Ceci a été rendu nécessaire à cause de la lourdeur des calculs de convolution sur des signaux de largeur infinie mais aussi parce que ce modèle est plus conforme à un système réel. Par contre, l'utilisation de ce filtre nous a contraint à n'utiliser que le premier terme de la série dans le calcul de $S_{\phi}(f)$. Cela, bien que simplifiant davantage les calculs, limite la validité de nos résultats à des valeurs du rapport signal à interférence élevée (≤ 30 dB). L'adjonction de ce filtre rend presque impossible le calcul des autres termes de la série. En effet, il faudrait être en mesure de calculer la densité spectrale du signal QAM filtré et élevé à une puissance m . Mais ceci est rendu très difficile à cause de l'interférence intersymbole introduite par ce filtre.

Malgré les difficultés rencontrées, des résultats valables ont été obtenus et peuvent être utilisés dans la plupart des situations rencontrées en pratique.

A N N E X E III.A

Résultats

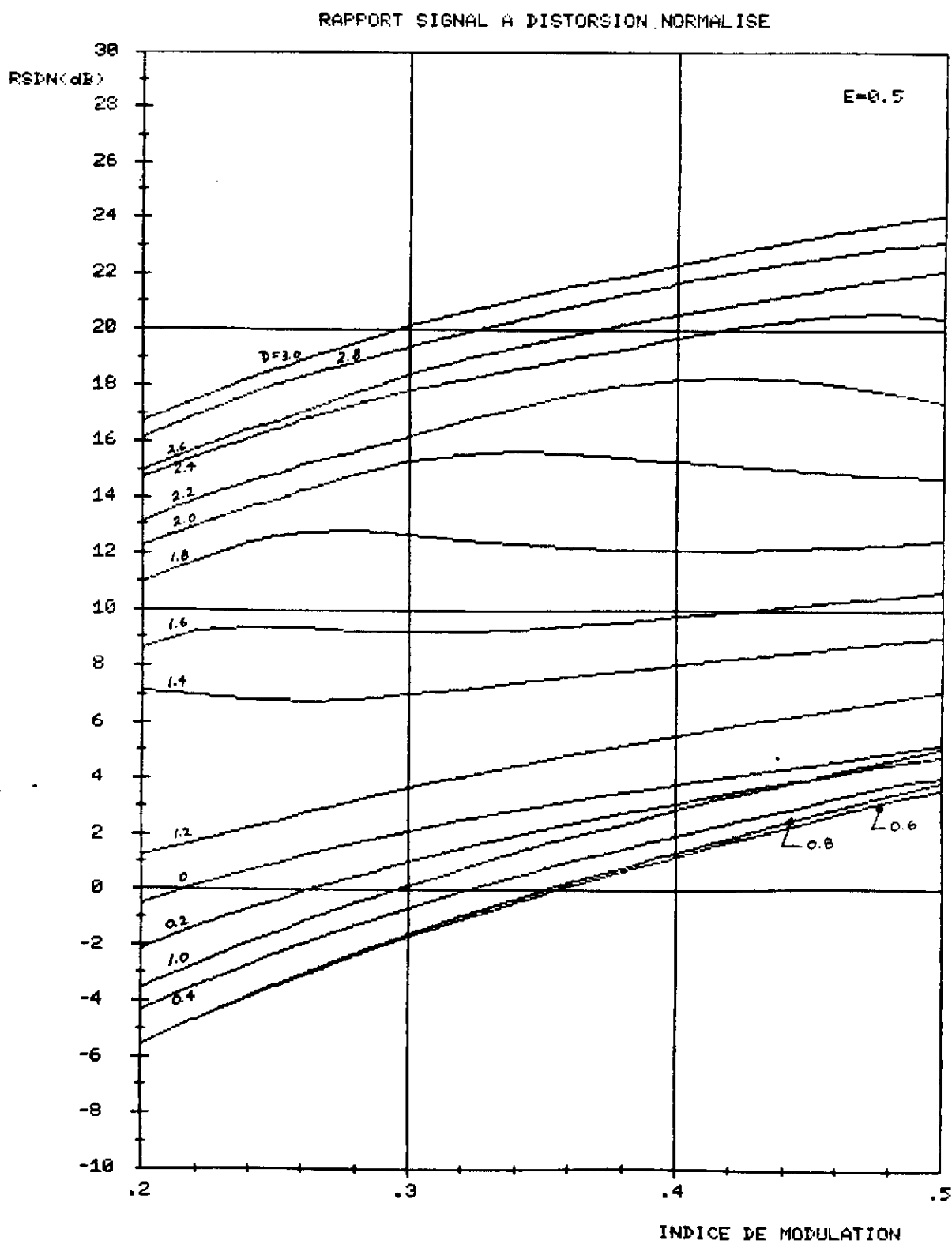


Figure III.A.1

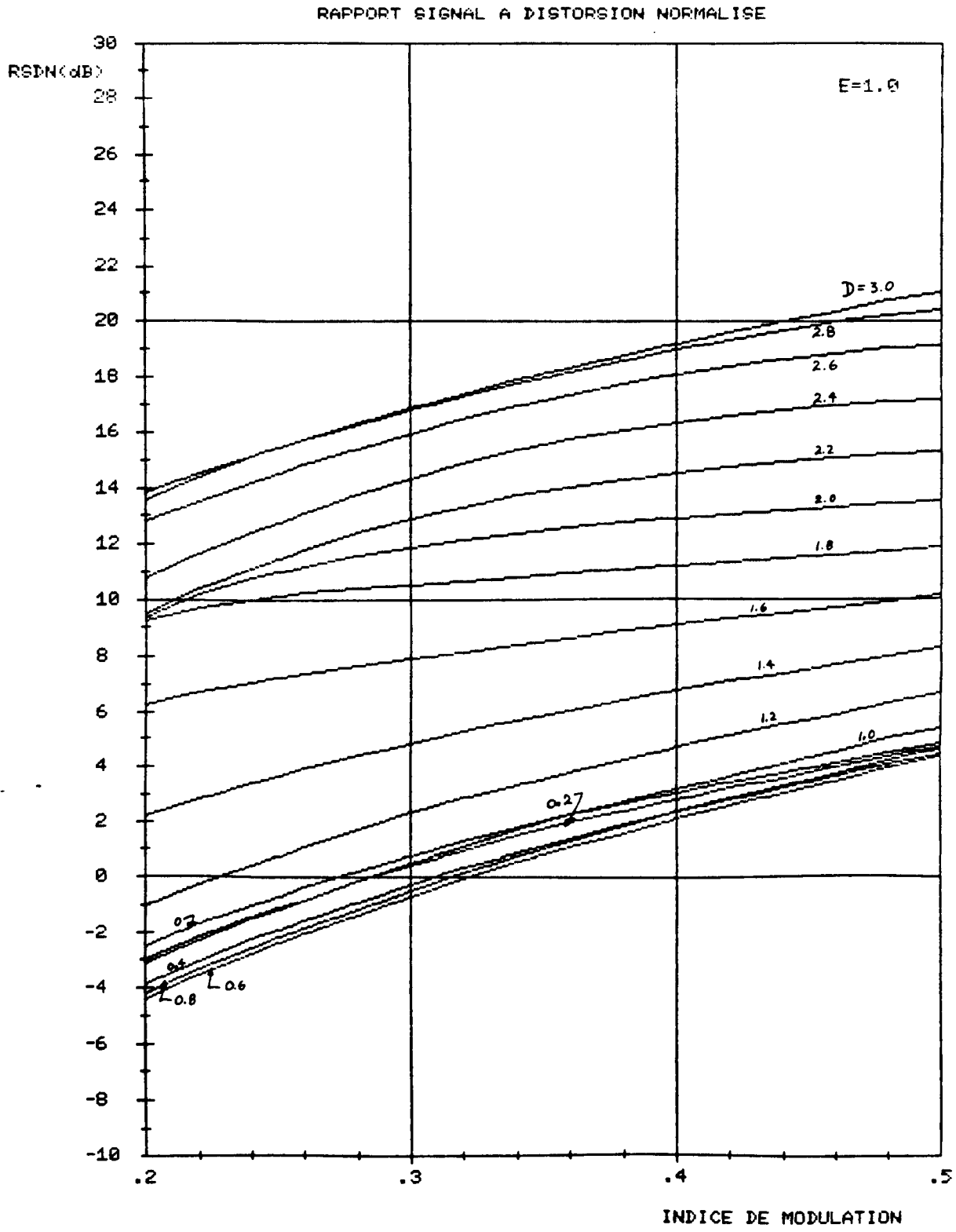


Figure III.A.2

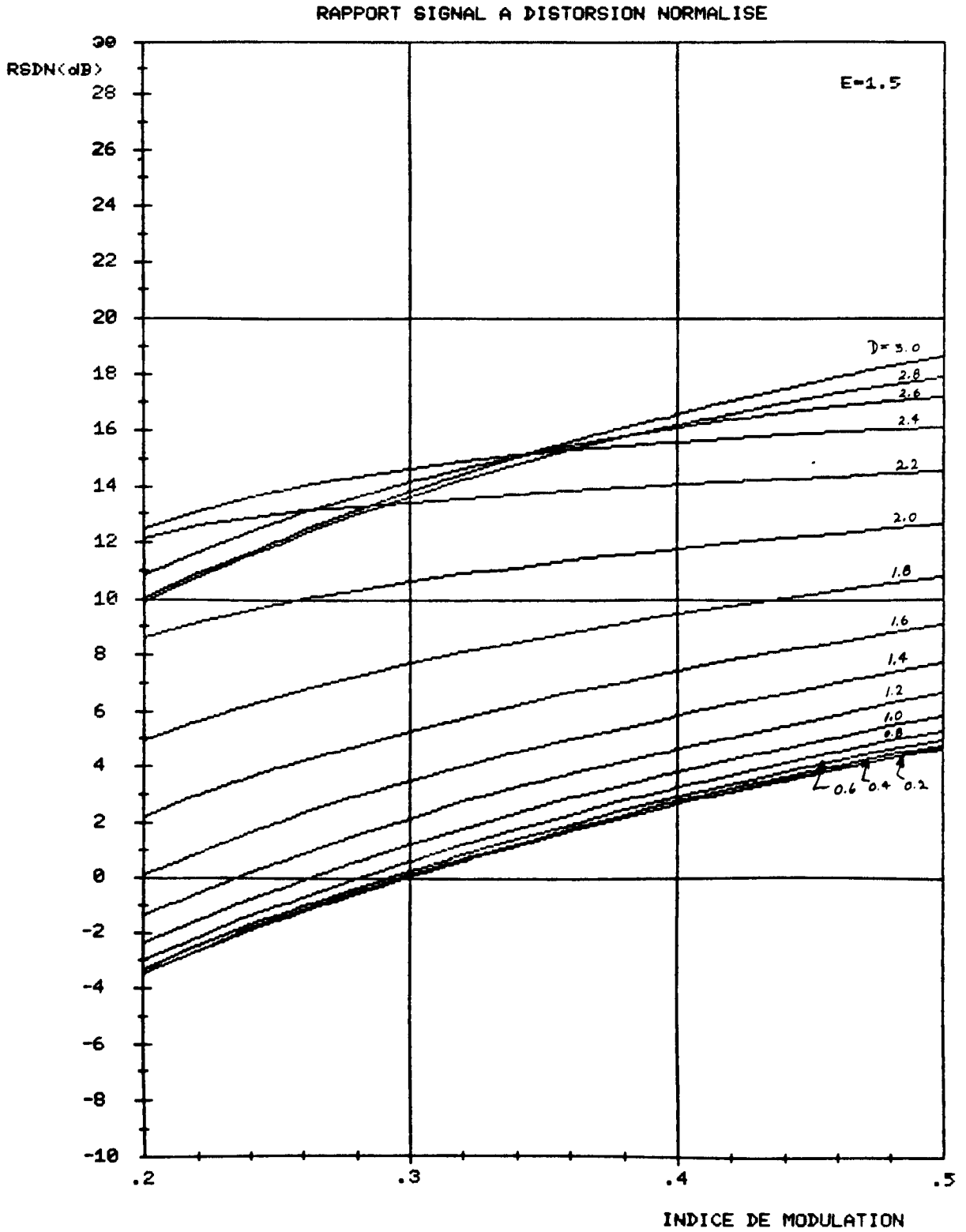


Figure III.A.3

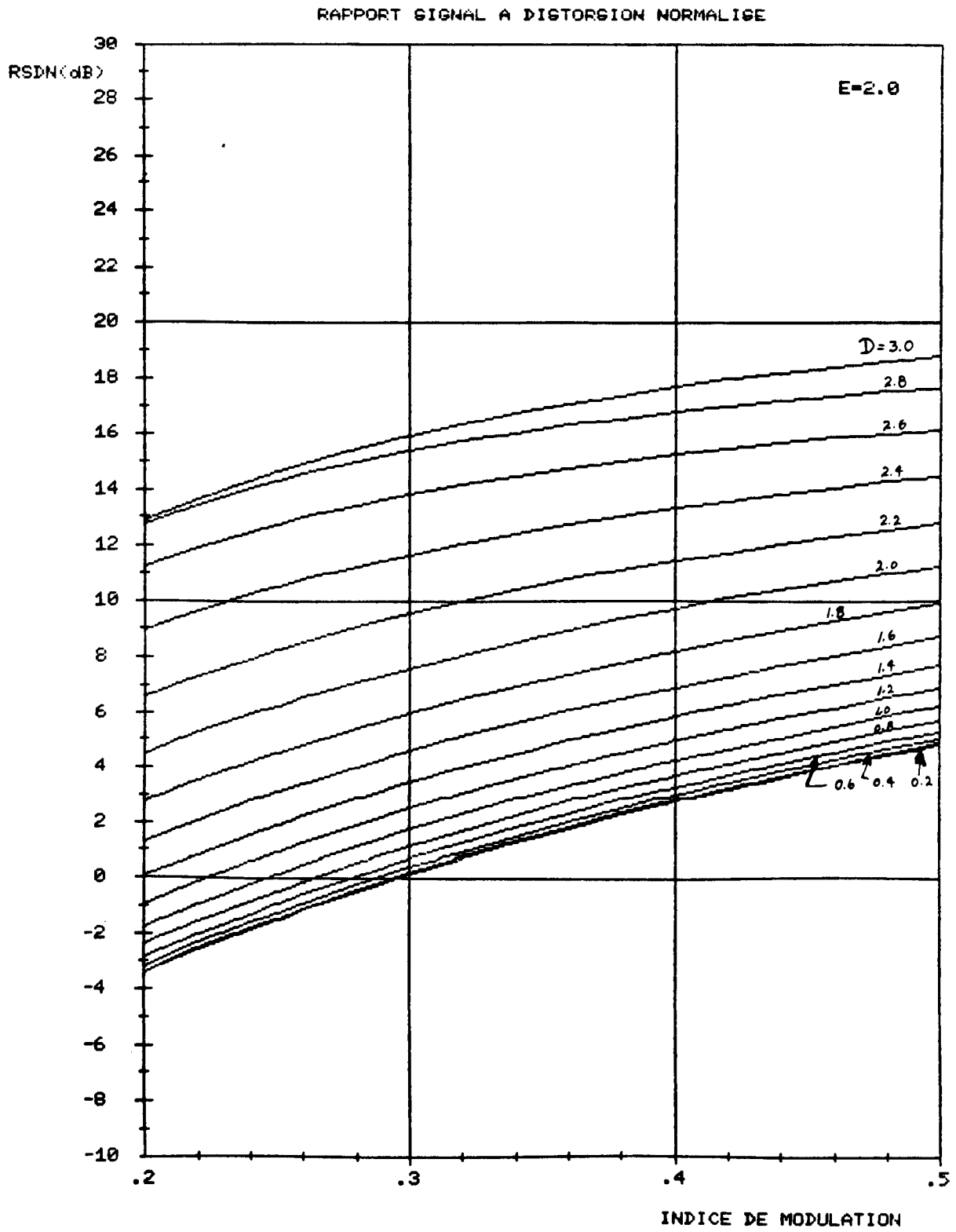


Figure III.A.4

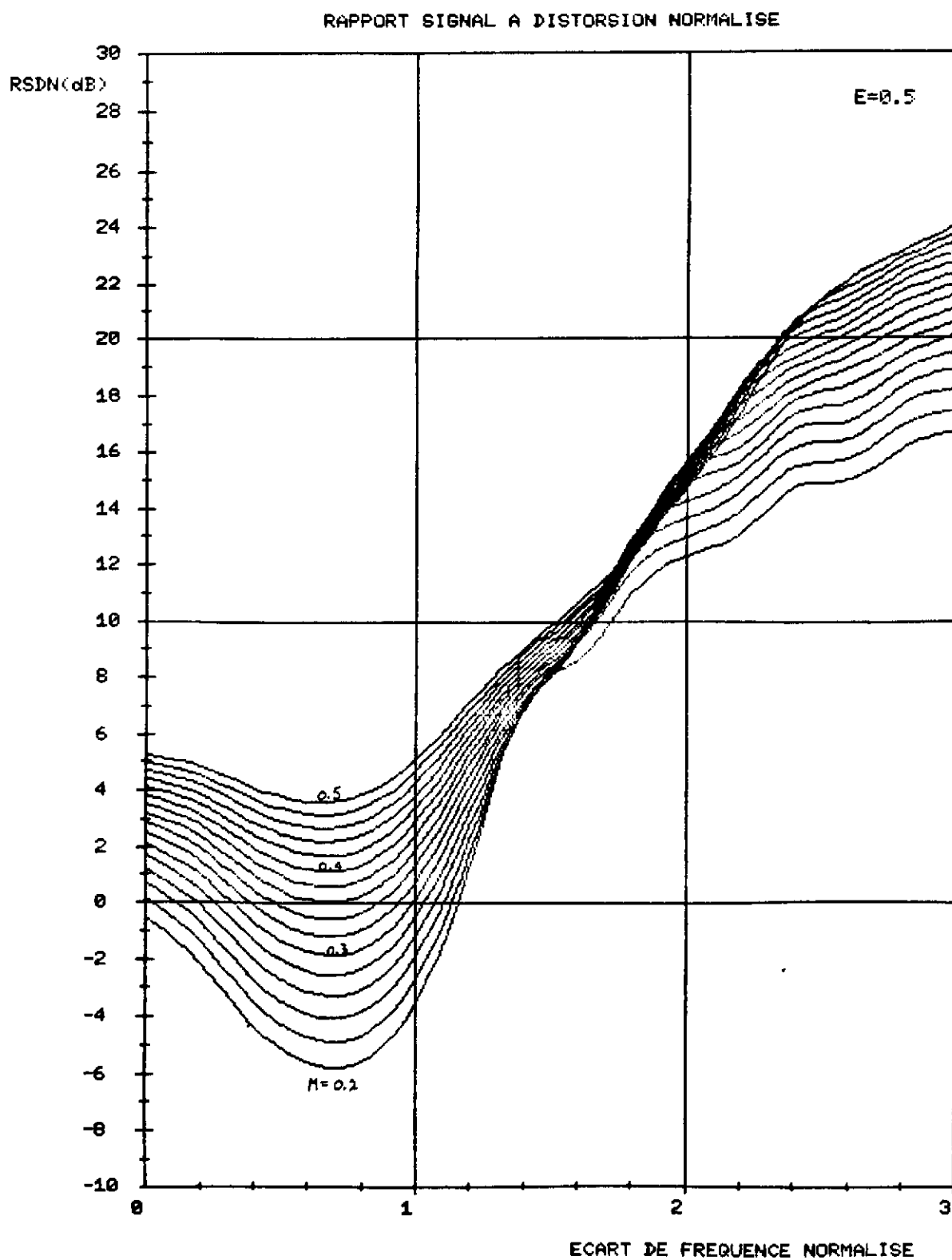


Figure III.A.5

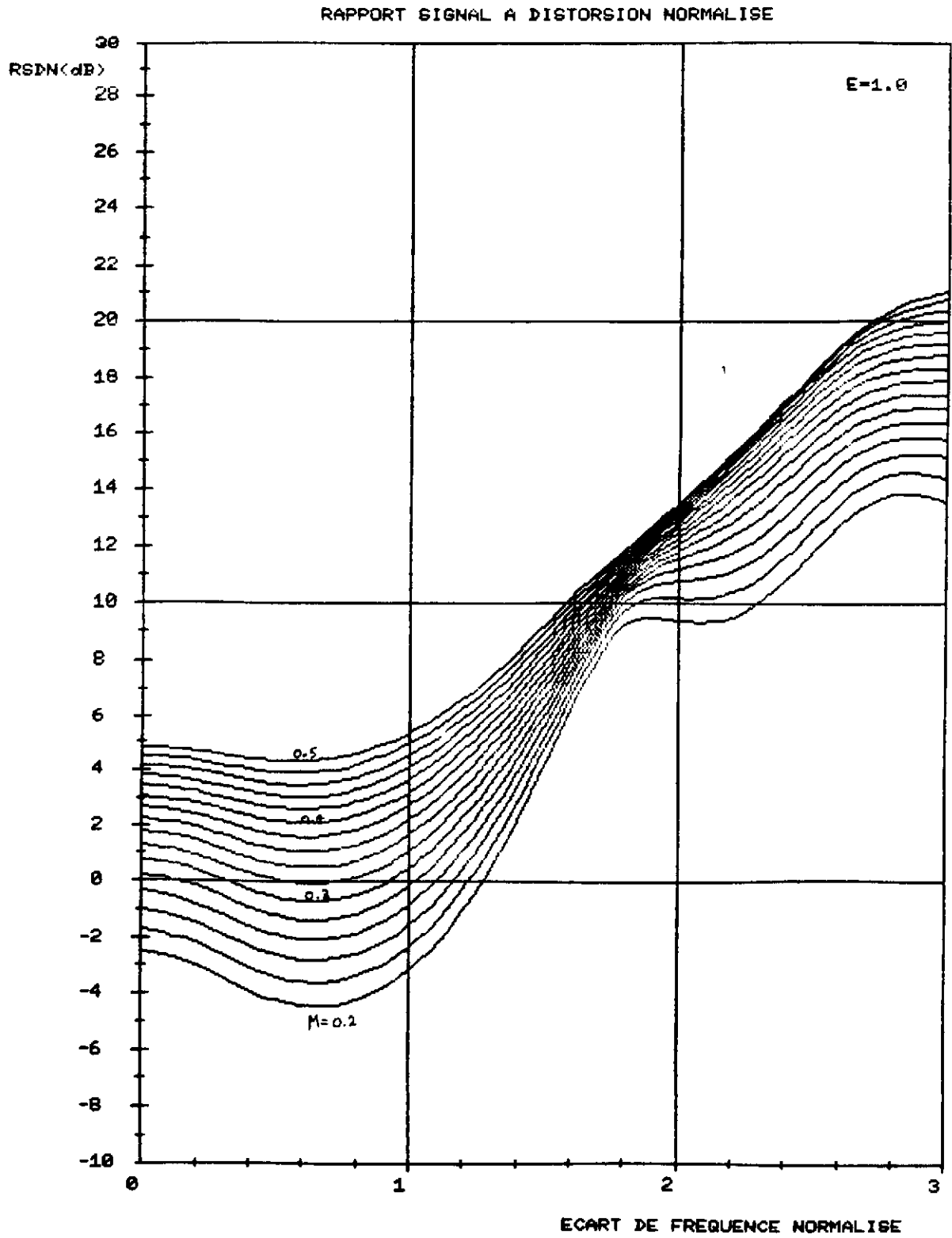


Figure III.A.6

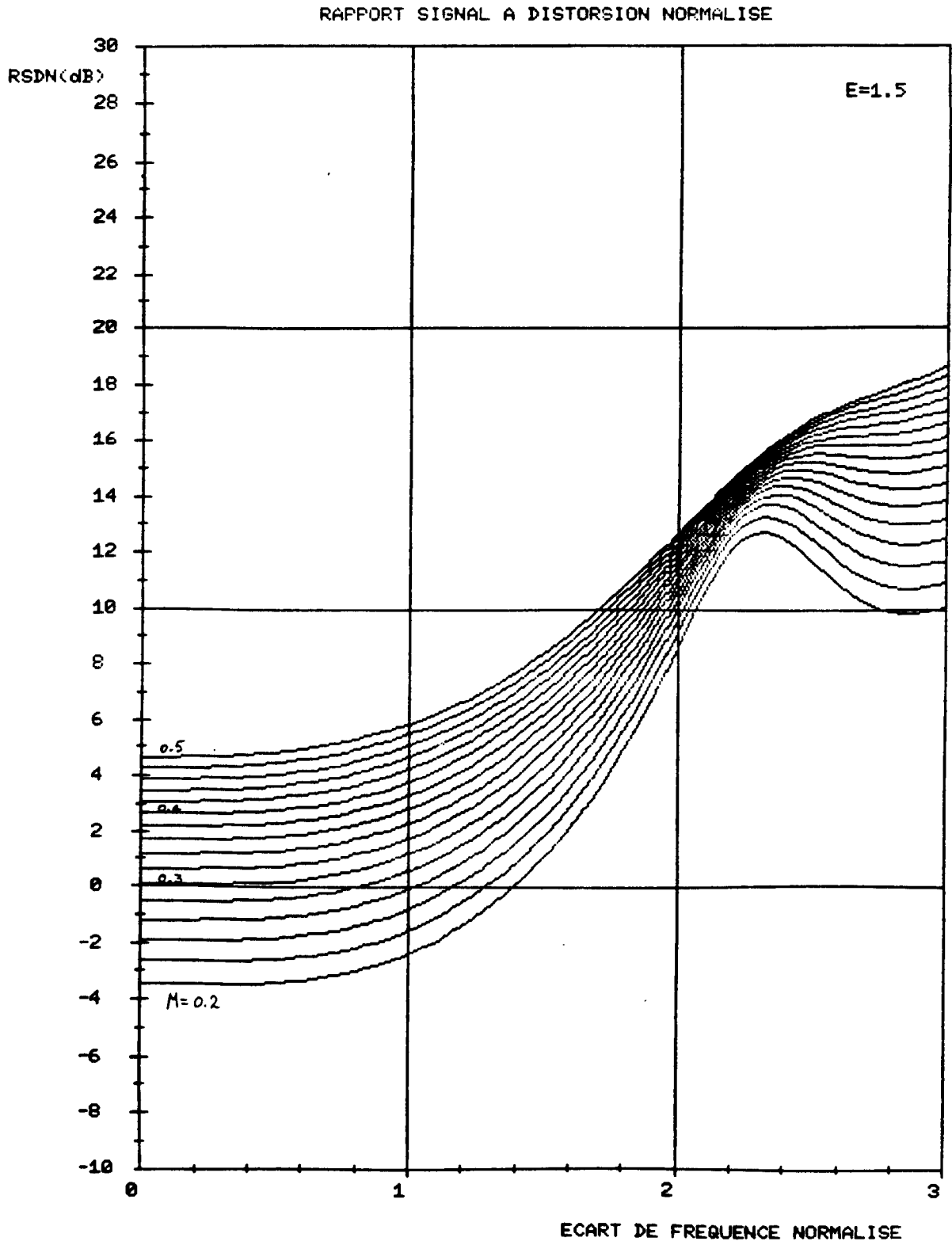


Figure III.A.7

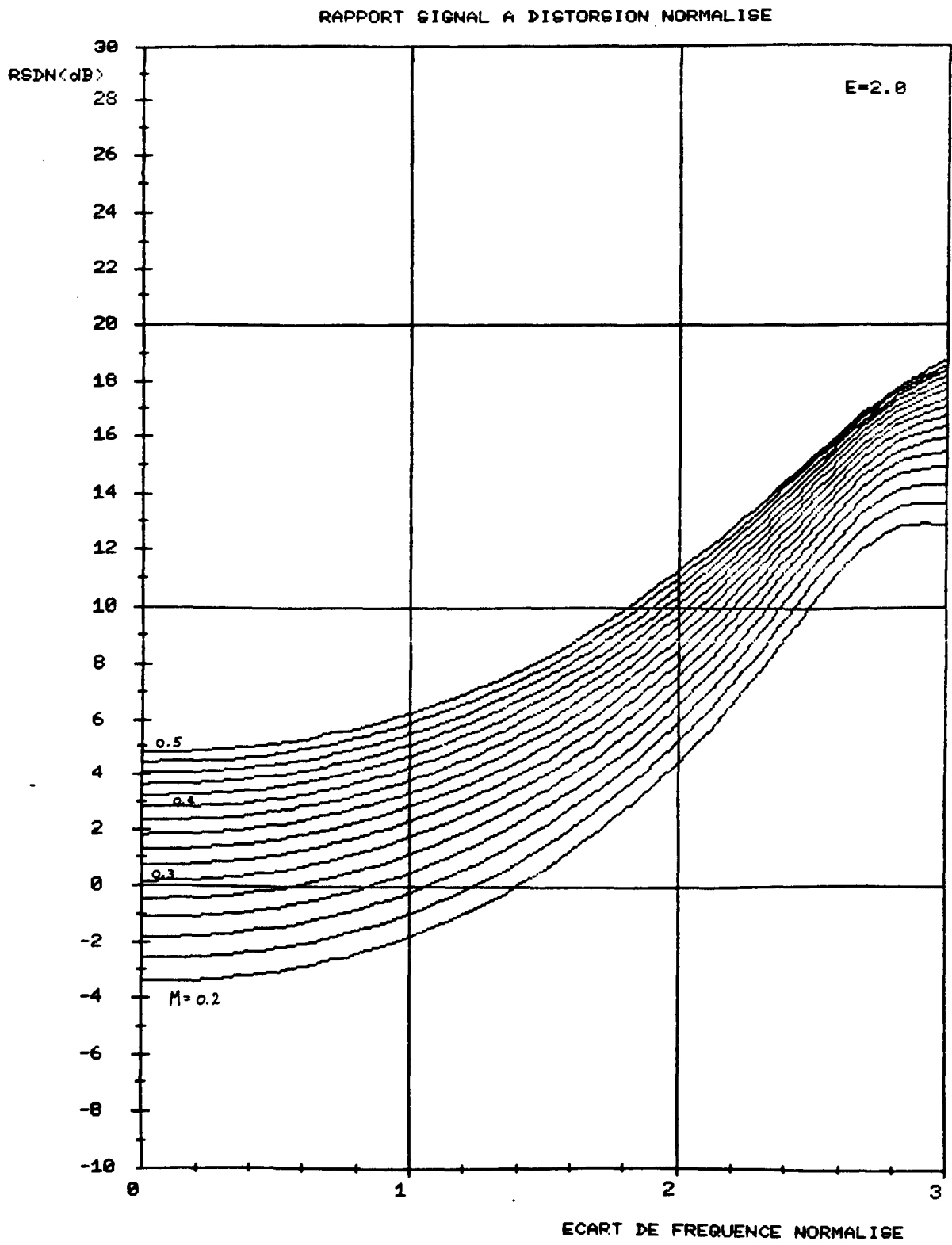


Figure III.A.8

A N N E X E III.B

Listing

Programme INTER

Ce programme réalise le calcul du rapport signal à distorsion normalisé (RSDN) à la sortie d'un récepteur FDM-FM en présence d'une interférence QAM. La méthode utilisée, comme expliqué précédemment, ressemble à la méthode de Prabhu-Pontano mais avec l'adjonction d'un filtre de réception. La présence de ce filtre rend le modèle plus réaliste. La linéarisation nécessite la connaissance du premier terme du développement. Le calcul de ce seul terme implique le calcul de la densité spectrale FDM-FM, le calcul de la densité spectrale QAM, la convolution de ces deux densités et l'intégration dans la bande de base du récepteur FDM-FM. C'est ce que réalise dans l'ensemble le programme INTER qui suit.

lignes

4-7		Initialisation des constantes
10-12		Définition des variables dimensionnées
14-19		Déclaration des variables
24-27	H	fonction servant au calcul de la préaccentuation où Y est la valeur de la fréquence normalisée.
32-51	SOM	routine d'intégration simple par la méthode de Gauss d'ordre 20 servant au calcul des convolutions d'ordre multiple. FI et BS sont les bornes inférieures et supérieures et G(z) est une fonction quelconque entrant dans le calcul de F(Y,X).
56-59	C01	routine servant au calcul de C0 le 1 ^{er} terme de la série de convolution par la méthode directe.
63-79	C11, C12	routines servant au calcul de C1, le 2e terme de la série de convolution par la méthode directe.
83-103	C21, C22	routines servant au calcul de C2, le 3e terme de la série de convolution par la méthode directe.
107-140	C31, C32, C33	routines servant au calcul de C3, le 4e terme de la série de convolution par la méthode directe.

- 144-168 CO, C1, C2, C3 fonctions réalisant le calcul des 4 premiers termes de la série de convolution par la méthode directe.
- 172-175 F calcule la valeur de $\sin(x)/x$. Cette routine est appelée par la fonction SUM.
- 179-191 SUM réalise l'intégrale de la fonction F entre les bornes BI et BS par la méthode de Gauss d'ordre 20.
- 195-203 VAL calcule les valeurs de $S_1(K\pi)$ pour $k = 0$ à 2000. Le résultat est conservé dans le vecteur V.
- 207-215 SI calcul de la fonction $S_1(x)$. La plage des valeurs de x est de 0 à 2000π . Cette fonction est appelée par KN.
- 219-231 KN calcul direct de la fonction d'autocorrélation du signal modulant avec préaccentuation. La densité spectrale de ce signal est constante entre les fréquences normalisées A et B. Le calcul de cette fonction sert essentiellement au calcul des termes d'ordre supérieur par la FFT.
- 235-243 FACTEUR procédure servant au calcul des facteurs trigonométriques dans le calcul de la FFT.
- 247-325 FFT algorithme de la transformée de Fourier rapide. Le nombre de points est fixé par la variable NB.
- 329-347 INTER fonction réalisant une interpolation linéaire simple entre les points obtenus par FFT.
- 351-364 TERM calcul des termes de convolutions d'ordre supérieur par FFT. Le résultat est conservé dans RE et PT est le pas d'échantillonnage de KN.
- 368-381 INPR permet l'impression des valeurs obtenues par le calcul des termes de convolution par FFT.
- 385-392 FACT calcul la factorielle de N.
- 396-418 FN réalise le calcul de la série de convolution pour le calcul de la densité spectrale FM mais seulement avec les termes d'ordre supérieur calculés par FFT (du 3e au 16e terme).
- 422-449 SPECTRE réalise le calcul complet de la densité spectrale FDM-FM combinant les deux méthodes décrites précédemment. La porteuse n'est pas incluse dans le calcul.

453-458 QAM réalise le calcul de la densité spectrale QAM. La forme du "baud" est rectangulaire.

462-466 FX fonction servant à la convolution de QAM et FN.

470-485 INT20 routine d'intégration numérique de la fonction FX entre les bornes BI et B5.

489-497 FD réalise la convolution simple de QAM avec la fonction FN (la somme des termes calculés par FFT).

501-521 D11, D12 routines servant au calcul de la convolution simple de la densité spectrale QAM filtrée avec le 1^{er} terme de la série dans la densité spectrale FDM-FM.

525-557 D21, D22, D23 routines servant au calcul de la convolution simple de la densité spectrale QAM filtrée avec le 2^e terme de la série dans la densité spectrale FDM-FM.

561-578 D0, D1, D2 routines effectuant le calcul de la convolution directe de la densité spectrale QAM filtrée avec les 3 premiers termes de la série dans la densité spectrale FDM-FM.

582-595 T1 routine réalisant le calcul du premier terme de la série de la densité spectrale de distorsion.

599-602 DIST calcul final de la densité spectrale de distorsion à la sortie du démodulateur FM.

606-609 FC fonction servant à déterminer la largeur du filtre de réception en fonction de l'indice de modulation (compris entre 0.2 et 0.5) si on désire que 99.9 % de la puissance du signal FDM-FM passe à travers de celui-ci.

613-619 PRT procédure servant à l'impression des valeurs obtenues par le calcul de DIST.

624-627 FG fonction appelée par la fonction SUMM.

631-643 SUMM routine d'intégration numérique simple de la fonction FG entre les bornes BI et BS.

648-659 POWER réalise le calcul final de la puissance de distorsion dans la bande de base du récepteur FDM-FM.

663-723 Programme principal: appelle la fonction POWER pour différentes valeurs de D, E et M. Le résultat est exprimé en dB.

```

1 0680 -- (*SL**)
2 0680 -- PROGRAM INTER2(OUTPUT)
3 0694 -- CONST
4 0694 -- MAX=1024
5 0694 -- PI2=6.2831853071795862
6 0694 -- LN10=2.3025850929940456
7 0694 -- NR=10
8 0694 -- LABEL 5
9 0694 -- TYPE
10 0694 -- LIMIT=ARRAY(.1.,MAX.) OF REAL
11 0694 -- GAUSS=ARRAY(.1.,10.) OF REAL
12 0694 -- VFCT=ARRAY(.0.,2000.) OF REAL
13 0694 -- VAR
14 0694 -- T,W:GAUSS
15 0738 -- R2,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9,R10,R11,R12,R13,R14,R15:LIMIT
16 1C738 -- RE1,RE2,IM1,REW,IMW:LIMIT
17 26738 -- VIVECT
18 2A5C0 -- P,Q,M,A,B,C,D,E,R1,Y,V1,PI,PP,BN,PDN:REAL
19 2A638 -- I,J,N:INTEGER
20 2A644 --
21 2A644 --
22 2A644 -- (*****
23 2A644 --
24 2A644 -- A FUNCTION H(Y:REAL):REAL
25 0000 0- A BEGIN
26 0018 -- H:=0.4+1.35*Y*Y+0.75*SQR(Y*Y)
27 0068 0- A END
28 009C --
29 009C -- (*****
30 009C --
31 009C --
32 009C -- A FUNCTION SOM(Y:REAL):FUNCTION G(Z:REAL):REAL BI,BS:REAL:REAL
33 0068 -- **WARNING** 1340
34 0068 -- VAR
35 0068 -- U,V,R:REAL
36 0080 -- I:INTEGER
37 0084 --
38 0084 --
39 0084 -- B FUNCTION F(Y,X:REAL):REAL
40 0000 0- B BEGIN
41 0018 -- F:=Q*H(Y-X)*G(X)/(2*SQR(Y-X))
42 00D4 0- B END
43 00F0 --
44 0000 0- A BEGIN
45 0018 -- U:=(BS-BI)/2
46 0050 -- V:=(BS+BI)/2
47 0088 -- R:=0
48 009E -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(Y,V+U*T(.I.))
49 017E -- FOR I:=1 TO 10 DO R:=R+W(.I.)*F(Y,V-U*T(.I.))
50 025E -- SOM:=R*U
51 0280 0- A END
52 02A0 --
53 02A0 -- (*****
54 02A0 --
55 02A0 --
56 02A0 -- A FUNCTION C01(Y:REAL):REAL
57 0000 0- A BEGIN

```



```

58 0018 == IF (Y<B) AND (Y>A) THEN C01:=Q*H(Y)/(2*Y*Y) ELSE C01:=0;
59 0106 =0 A ENDI
60 0124 ==
61 0124 == (*****
62 0124 ==
63 0124 == A FUNCTION C11(Y:REAL):REAL;
64 0000 0= A BEGIN
65 0018 == IF (Y<(A+B)) AND (Y>(2*A)) THEN C11:=SOM(Y,C01,A,Y-A)
66 0106 == ELSE
67 0116 == IF (Y<(2*B)) AND (Y>=(A+B)) THEN C11:=SOM(Y,C01,Y-B;B)
68 0204 == ELSE C11:=0;
69 022A =0 A ENDI
70 0248 ==
71 0248 == (*****
72 0248 ==
73 0248 == A FUNCTION C12(Y:REAL):REAL;
74 0000 0= A BEGIN
75 0018 == IF (Y<0) AND (Y>(A-B)) THEN C12:=SOM(Y,C01,A,Y+B)
76 00EE == ELSE
77 00FE == IF (Y<(B-A)) AND (Y>=0) THEN C12:=SOM(Y,C01,Y+A;B)
78 01D4 == ELSE C12:=0;
79 01FA =0 A ENDI
80 0218 ==
81 0218 == (*****
82 0218 ==
83 0218 == A FUNCTION C21(Y:REAL):REAL;
84 0000 0= A BEGIN
85 0018 == IF (Y>(3*A)) AND (Y<(2*A+B)) THEN C21:=SOM(Y,C11,2*A,Y-A)
86 0132 == ELSE
87 0142 == IF (Y>=(2*A+B)) AND (Y<(2*B+A)) THEN C21:=SOM(Y,C11,Y=B;Y=A)
88 026C == ELSE
89 027C == IF (Y>=(2*B+A)) AND (Y<(3*B)) THEN C21:=SOM(Y,C11,Y=B;2*B)
90 0396 == ELSE C21:=0;
91 03RC =0 A ENDI
92 03D8 ==
93 03D8 == (*****
94 03D8 ==
95 03D8 == A FUNCTION C22(Y:REAL):REAL;
96 0000 0= A BEGIN
97 0018 == IF (Y>(2*A-B)) AND (Y<A) THEN C22:=SOM(Y,C12,A-B,Y-A)
98 011C == ELSE
99 012C == IF (Y>=A) AND (Y<B) THEN C22:=SOM(Y,C12,Y=B;0)+SOM(Y,C12;0,Y-A)
100 0250 == ELSE
101 0268 == IF (Y>=B) AND (Y<(2*B-A)) THEN C22:=SOM(Y,C12,Y-B;B-A)
102 036C == ELSE C22:=0;
103 0392 =0 A ENDI
104 03B0 ==
105 03B0 == (*****
106 03B0 ==
107 03B0 == A FUNCTION C31(Y:REAL):REAL;
108 0000 0= A BEGIN
109 0018 == IF (Y>(4*A)) AND (Y<(3*A+B)) THEN C31:=SOM(Y,C21,3*A,Y-A)
110 0132 == ELSE
111 0142 == IF (Y>=(3*A+B)) AND (Y<(3*B+A)) THEN C31:=SOM(Y,C21,Y=B;Y=A)
112 026C == ELSE
113 027C == IF (Y>=(3*B+A)) AND (Y<(4*B)) THEN C31:=SOM(Y,C21,Y=B;3*B)
114 0396 == ELSE C31:=0;
115 03RC =0 A ENDI

```

```

116 0308 ==
117 0308 == (*****
118 0308 ==
119 0308 == A FUNCTION C32(YIREAL)IREAL;
120 0000 0= A BEGIN
121 0018 == IF (Y>(3*A-B)) AND (Y<(2*A)) THEN C32:=SOM(Y,C22,2*A-B,Y=A)
122 0148 == ELSE
123 0158 == IF (Y>=(2*A)) AND (Y<(2*B)) THEN C32:=SOM(Y,C22,Y=B,Y=A)
124 0256 == ELSE
125 0266 == IF (Y>=(2*B)) AND (Y<(3*B-A)) THEN C32:=SOM(Y,C22,Y=B,2*B=A)
126 0396 == ELSE
127 03A6 == C32:=0;
128 03BC 0= A ENDI
129 03D8 ==
130 03D8 == (*****
131 03D8 ==
132 03D8 == A FUNCTION C33(YIREAL)IREAL;
133 0000 0= A BEGIN
134 0018 == IF (Y>(2*A-2*B)) AND (Y<(A=B)) THEN C33:=SOM(Y,C22,2*A-B,Y+B)
135 015E == ELSE
136 016E == IF (Y>=(A-B)) AND (Y<(B-A)) THEN C33:=SOM(Y,C22,Y+A,Y+B)
137 026C == ELSE
138 027C == IF (Y>=(B-A)) AND (Y<(2*B-2*A)) THEN C33:=SOM(Y,C22,Y+A,2*B-A)
139 03C2 == ELSE C33:=0;
140 03E8 0= A ENDI
141 0404 ==
142 0404 == (*****
143 0404 ==
144 0404 == A FUNCTION C0(YIREAL)IREAL;
145 0000 0= A BEGIN
146 0018 == C0:=C01(Y)+C01(-Y);
147 005A 0= A ENDI
148 0074 ==
149 0074 == (*****
150 0074 ==
151 0074 == A FUNCTION C1(YIREAL)IREAL;
152 0000 0= A BEGIN
153 0018 == C1:=C11(Y)+2*C12(Y)+C11(-Y);
154 0092 0= A ENDI
155 00AC ==
156 00AC == (*****
157 00AC ==
158 00AC == A FUNCTION C2(YIREAL)IREAL;
159 0000 0= A BEGIN
160 0018 == C2:=C21(Y)+3*C22(Y)+3*C22(-Y)+C21(-Y);
161 00CC 0= A ENDI
162 00E4 ==
163 00E4 == (*****
164 00E4 ==
165 00E4 == A FUNCTION C3(YIREAL)IREAL;
166 0000 0= A BEGIN
167 0018 == C3:=C31(Y)+4*C32(Y)+6*C33(Y)+4*C32(-Y)+C31(-Y);
168 0104 0= A ENDI
169 011C ==
170 011C == (*****
171 011C ==
172 011C == A FUNCTION F(XIREAL)IREAL;
173 0000 0= A BEGIN

```

```

174 0018 -- IF X#0 THEN F:=1 ELSE F:=SIN(X)/X
175 0084 =0 A ENDI
176 009C --
177 009C -- (*****
178 009C --
179 009C -- A FUNCTION SUM(BI,BSIRFAL)IREALI
180 0058 -- VAR
181 0058 -- U,V,RIREALI
182 0070 -- I:INTEGERI
183 0074 --
184 0000 0= A BEGIN
185 0018 -- U:=(BS-BI)/2I
186 0050 -- V:=(BS+BI)/2I
187 0088 -- RI:=0I
188 009E -- FOR I:=1 TO 10 DO RI:=RI+W(.I.)*F(V+U*T(.I.))I
189 016C -- FOR I:=1 TO 10 DO RI:=RI+W(.I.)*F(V-U*T(.I.))I
190 023A -- SUM:=R*UI
191 025C =0 A ENDI
192 027C --
193 027C -- (*****
194 027C --
195 027C -- A PROCEDURE VAL(VAR V:VECT)I
196 0044 -- VAR
197 0044 -- I:INTEGERI
198 0048 -- P:IREALI
199 0000 0= A BEGIN
200 0012 -- P:=PI/2I
201 0030 -- V(.0.):-=0I
202 004A -- FOR I:=1 TO 2000 DO V(.I.):-=SUM((I-1)*PI.I*PI)+V(.I-1.)I
203 012A =0 A ENDI
204 0144 --
205 0144 -- (*****
206 0144 --
207 0144 -- A FUNCTION SI(X:REAL)IREALI
208 0050 -- VAR
209 0050 -- I:INTEGERI
210 0054 -- P:IREALI
211 0000 0= A BEGIN
212 0018 -- P:=PI/2I
213 0036 -- I:=TRUNC(X/P)I
214 0076 -- IF X#0 THEN SI:=SUM(I*PI.X)+V(.I.))
215 012A =0 A ENDI
216 0154 --
217 0154 -- (*****
218 0154 --
219 0154 -- A FUNCTION KN(X:REAL;NI:INTEGER)IREALI
220 0054 -- VAR R:REALI
221 0000 0= A BEGIN
222 0018 -- IF X#0 THEN KN:=1 ELSE
223 005A I= BEGIN
224 005A -- RI:=(0.4/A)-(1.5*A)/(X*X)*COS(A*X)I
225 00E2 -- RI:=RI+(1.5/(X*X*X)-(0.75*A*A+1.35)/X)*SIN(A*X)I
226 019E -- RI:=RI+(1.5*B/(X*X)-(0.4/B))*COS(H*X)I
227 0236 -- RI:=RI+((1.35+0.75*R*B)/X-1.5/(X*X*X))*SIN(B*X)I
228 02F2 -- RI:=RI+0.4*X*(SI(A*X)-SI(R*X))I
229 0390 -- KN:=(R*Q)**NI
230 03CC =1 ENDI
231 03CC =0 A ENDI

```

```

232 0408 --
233 0408 -- (*****
234 0408 --
235 0408 -- A PROCEDURE FACTEUR1
236 0040 -- VAR I:INTEGER1
237 0000 0- A BEGIN
238 0012 -- FOR I:=0 TO MAX-1 DO
239 003A 1- BEGIN
240 003A -- REW(.I+1.):=COS(PI2*I/MAX)
241 0090 -- IMW(.I+1.):=SIN(PI2*I/MAX)
242 00E6 =1 ENDI
243 0108 =0 A ENDI
244 0128 --
245 0128 -- (*****
246 0128 --
247 0128 -- A PROCEDURE FFT(VAR RE1,IM1:LIMIT)
248 0048 -- VAR
249 0048 -- I:INTEGER1
250 004C -- RE2,IM2:LIMIT1
251 4050 --
252 4050 -- B FUNCTION IBITR(J,NB:INTEGER):INTEGER1
253 0050 -- VAR
254 0050 -- I,J2,IB:INTEGER1
255 0000 0- B BEGIN
256 0018 -- IB:=0
257 001E -- FOR I:=1 TO NB DO
258 004A 1- BEGIN
259 004A -- J2:=J DIV 2
260 0060 -- IB:=IB*2+(J-2*J2)
261 009A -- J:=J2
262 00A8 =1 ENDI
263 00CA -- IBITR:=IB
264 00D8 =0 B ENDI
265 00F8 --
266 00F8 -- B PROCEDURE ORDRE(VAR X:LIMIT)
267 0044 -- VAR
268 0044 -- I,K:INTEGER1
269 004C -- TRANS:REAL1
270 0000 0- B BEGIN
271 0012 -- FOR I:=1 TO MAX DO
272 0030 1- BEGIN
273 0030 -- K:=IBITR(I-1,NB)+1
274 0054 -- IF I>K THEN
275 0066 2- BEGIN
276 0066 -- TRANS:=X(.I.)
277 0092 -- X(.I.):=X(.K.)
278 00D8 -- X(.K.):=TRANS
279 0104 =2 ENDI
280 0104 =1 ENDI
281 0126 =0 B ENDI
282 013C --
283 013C -- B PROCEDURE TRANSFORM1
284 0040 -- VAR
285 0040 -- DIST,DISTCEL,PASCCEL,CELNB,NBDF,NBPAIRE,N1,N2,I,J:INTEGER1
286 0068 -- RFELSIN,RELCOS,IMAGSIN,IMAGCOS:REAL1
287 0000 0- B BEGIN
288 0012 -- NROPT:=MAX DIV 2
289 0022 -- NRPAIRE:=1

```

```

290 002A -- DISTI=11
291 0032 -- DISTCEL=21
292 003A -- FOR I=1 TO NB DO
293 0058 1- BEGIN
294 0058 -- FOR CELNMI=0 TO NBDFT-1 DO
295 0086 2- BEGIN
296 0086 -- PASCELI=11
297 008E -- FOR JI=1 TO NMPAIRE DO
298 008A J- BEGIN
299 008A -- N1=J+DISTCEL*CELNMI
300 00D6 -- N2=N1+DISTI
301 00F0 -- REELCOSI=RE1(.N2,)*REW(.PASCEL,)|
302 0144 -- REELSINI=RE1(.N2,)*IMW(.PASCEL,)|
303 0198 -- IMAGCOSI=IM1(.N2,)*RFW(.PASCEL,)|
304 01EC -- IMAGSINI=IM1(.N2,)*IMW(.PASCEL,)|
305 0240 -- PASCFI=PASCEL+NBDFTI
306 025A -- RE2(.N1,)|=RF1(.N1,)+REELCOS-IMAGSINI
307 02BE -- RE2(.N1+DIST,)|=RE1(.N1,)-REELCOS+IMAGSINI
308 0334 -- IM2(.N1,)|=IM1(.N1,)+REELSIN+IMAGCOSI
309 0392 -- IM2(.N1+DIST,)|=IM1(.N1,)-REELSIN-IMAGCOSI
310 0402 -J ENDI
311 0424 -2 ENDI
312 0446 -- DISTI=DIST*21
313 045E -- DISTCEL=DISTCEL*21
314 0476 -- NMPAIRE=NMPAIRE*21
315 048E -- NBDFTI=NBDFT DIV 21
316 04A4 -- REI=RE21
317 04B8 -- IMI=IM21
318 04CA -1 ENDI
319 04EC -0 B ENDI
320 0518 --
321 0000 0- A BEGIN
322 0012 -- ORDRE(REI)|
323 001E -- ORDRE(IMI)|
324 002A -- TRANSFORMI
325 002E -0 A ENDI
326 0038 --
327 0038 -- (*****
328 0038 --
329 0038 - A FUNCTION INTER(VAR REILIMIT;N;INTEGER;X;REAL);REAL;
330 0058 -- VAR
331 0058 -- P,PF,X2,X1,Y2,Y1;REAL;
332 0088 -- I,M;INTEGER;
333 0000 0- A BEGIN
334 0018 -- IF ABS(X)>=(N*B) THEN INTER=0 ELSE
335 0078 1- BEGIN
336 0078 -- M=TRUNC((MAX*A)/(B*2*N));
337 010C -- IF M=0 THEN M=1;
338 0126 -- PF=A/M;
339 015A -- I=TRUNC(ABS(X)/PF);
340 019C -- X2=(I+1)*PF;
341 01CE -- X1=I*PF;
342 01FC -- Y2=RE(.I+2,)|
343 0232 -- Y1=RE(.I+1,)|
344 0268 -- P=(Y2-Y1)/(X2-X1);
345 02AA -- INTER=ABS(Y1+P*(ABS(X)-X1));
346 02F0 -1 ENDI
347 02F0 -0 A ENDI

```

```

348 031C --
349 031C -- (*****
350 031C --
351 031C -- A   PROCEDURE TERM(VAR REILIMITINI:INTEGER);
352 0048 --   VAR I,M:INTEGER;
353 0050 --       RFI:IM:LIMIT;
354 4050 --       PT:REAL;
355 0000 0- A   BEGIN
356 0012 --       M:=TRUNC((MAX*A)/(R*2*N));
357 00AC --       IF M=0 THEN M:=1;
358 00C6 --       PT:=(M*PI/2)/(A*MAX);
359 011A --       FOR I:=1 TO MAX DO REI(I,1):=PT*KN((I-1)*PT*N)/PI;
360 0208 --       FOR I:=1 TO MAX DO IMI(I,1):=0;
361 027C --       RFI(1,1):=PT/(2*PI);
362 02C6 --       FFT(REI,IMI);
363 02DC --       REI:=REI;
364 02F0 -- 0 A   END;
365 0320 --
366 0320 -- (*****
367 0320 --
368 0320 -- A   PROCEDURE INPR(VAR REILIMITINI:INTEGER);
369 0048 --   VAR
370 0048 --       I:INTEGER;
371 004C --       Y:REAL;
372 0000 0- A   BEGIN
373 0012 --       WRITELN('          CALCUL DE C',(N-1),2,' PAR FFT');
374 005E --       WRITELN;
375 006A --       FOR I:=0 TO 4*N DO
376 009E 1-         BEGIN
377 009E --             Y:=INTER(RE,N,8*I/4);
378 0104 --             WRITELN('          ',(R*I/4),1015,Y125115);
379 0194 --1         END;
380 01B6 --       WRITELN;WRITELN;
381 01CE -- 0 A   END;
382 0210 --
383 0210 -- (*****
384 0210 --
385 0210 -- A   FUNCTION FACT(N:INTEGER):REAL;
386 004C --   VAR I:INTEGER;
387 0050 --       R:REAL;
388 0000 0- A   BEGIN
389 0018 --       R:=1;
390 0030 --       FOR I:=1 TO N DO R:=R*I;
391 00A6 --       FACT:=R;
392 0088 -- 0 A   END;
393 0004 --
394 00D4 -- (*****
395 00D4 --
396 00D4 -- A   FUNCTION FN(Y:REAL):REAL;
397 0050 --   VAR K,R:REAL;
398 0000 0- A   BEGIN
399 0018 --       K:=M**PI;
400 005C --       IF ABS(Y)>16 THEN FN:=0 ELSE
401 00A0 1-         BEGIN
402 00A0 --             R:=(K**3)*INTER(R2,3,Y)/FACT(3);
403 010E --             R:=R+(K**4)*INTER(R3,4,Y)/(FACT(4)*1,00001722);
404 0196 --             R:=R+(K**5)*INTER(R4,5,Y)/(FACT(5)*1,000001262);
405 021E --             R:=R+(K**6)*INTER(R5,6,Y)/FACT(6);

```

```

406 02A2 == R1=R+(K**7)*INTER(R6,7,Y)/FACT(7)
407 0326 == R1=R+(K**8)*INTER(R7,8,Y)/FACT(8)
408 03AA == R1=R+(K**9)*INTER(R8,9,Y)/FACT(9)
409 042E == R1=R+(K**10)*INTER(R9,10,Y)/FACT(10)
410 04B2 == R1=R+(K**11)*INTER(R10,11,Y)/FACT(11)
411 0536 == R1=R+(K**12)*INTER(R11,12,Y)/FACT(12)
412 05BA == R1=R+(K**13)*INTER(R12,13,Y)/FACT(13)
413 063E == R1=R+(K**14)*INTER(R13,14,Y)/FACT(14)
414 06C2 == R1=R+(K**15)*INTER(R14,15,Y)/FACT(15)
415 0746 == R1=R+(K**16)*INTER(R15,16,Y)/FACT(16)
416 07C8 == FNI=R1
417 07DA ==1 A ENDI
418 07DA ==0 A ENDI
419 0840 ==
420 0840 == (*****U*****
421 0840 ==
422 0840 == A FUNCTION SPECTRE(YIREAL)IREAL
423 0050 == VAR
424 0050 == K, RIREAL
425 0000 == A BEGIN
426 0018 == IF Y>=16 THEN SPECTRE:=0 ELSE
427 005A == BEGIN
428 005A == K1=M*M*D
429 009E == R1=K*C0(Y)
430 00D2 == R1=R+(K**2)*C1(Y)/FACT(2)
431 0144 == R1=R+(K**3)*C2(Y)/FACT(3)
432 01B6 == R1=R+(K**4)*INTER(R3,4,Y)/(FACT(4)*1.0000172)
433 023E == R1=R+(K**5)*INTER(R4,5,Y)/(FACT(5)*1.000001262)
434 02C6 == R1=R+(K**6)*INTER(R5,6,Y)/FACT(6)
435 034A == R1=R+(K**7)*INTER(R6,7,Y)/FACT(7)
436 03CE == R1=R+(K**8)*INTER(R7,8,Y)/FACT(8)
437 0452 == R1=R+(K**9)*INTER(R8,9,Y)/FACT(9)
438 04D6 == R1=R+(K**10)*INTER(R9,10,Y)/FACT(10)
439 055A == R1=R+(K**11)*INTER(R10,11,Y)/FACT(11)
440 05D2 == R1=R+(K**12)*INTER(R11,12,Y)/FACT(12)
441 0662 == R1=R+(K**13)*INTER(R12,13,Y)/FACT(13)
442 06F6 == R1=R+(K**14)*INTER(R13,14,Y)/FACT(14)
443 076A == R1=R+(K**15)*INTER(R14,15,Y)/FACT(15)
444 07EE == R1=(K**16)*INTER(R15,16,Y)/FACT(16)
445 0860 == R1=R+R1
446 08B8 == DDI=R1/R
447 08B6 == SPECTRE:=R*EXP(-K)
448 08E4 ==1 ENDI
449 08F4 ==0 A ENDI
450 0944 ==
451 0944 == (*****U*****
452 0944 ==
453 0944 == A FUNCTION QAM(YIREAL)IREAL
454 0050 == VAR KIREAL
455 0000 == A BEGIN
456 0018 == K1=DI2*(Y-D)/(2*E)
457 0070 == QAM1=(1/E)*(F(K))**2
458 00CE ==0 A ENDI
459 00F8 ==
460 00F8 == (*****U*****
461 00F8 ==
462 00F8 == A FUNCTION FX(Y,XIREAL)IREAL
463 0058 ==

```

```

464 0000 0- A BEGIN
465 0018 == FX:=QAM(Y-X)*FN(X)
466 0068 ==0 A ENDI
467 0080 ==
468 0080 == (*****
469 0080 ==
470 0080 == A FUNCTION INT20(Y,BI,BSIREAL)IREAL
471 0060 == VAR
472 0060 == U,V,RIREAL
473 0078 == I:INTEGER
474 007C ==
475 0000 0- A BEGIN
476 0018 == IF BS=BI THEN INT20:=0 ELSE
477 0054 == BEGIN
478 0054 == UI=(BS-BI)/2I
479 008C == VI=(BS+BI)/2I
480 00C4 == RI:=0I
481 00DA == FOR I:=1 TO 10 DO RI:=RI+W(I,I)*FX(Y+V+U*T(I,I))
482 01BA == FOR I:=1 TO 10 DO RI:=RI+W(I,I)*FX(Y+V-U*T(I,I))
483 029A == INT20:=RI*UI
484 02BC ==-1 ENDI
485 02BC ==0 A ENDI
486 02DC ==
487 02DC == (*****
488 02DC ==
489 02DC == A FUNCTION FD(YIREAL)IREAL
490 0000 0- A BEGIN
491 0018 == IF (Y>=(16=C)) AND (Y<=(16+C)) THEN FDI:=INT20(Y,=16,Y+C)
492 00FA == ELSE
493 010A == IF (Y>=(16+C)) AND (Y<(16=C)) THEN FDI:=INT20(Y,Y=C,Y+C)
494 01FC == ELSE
495 020C == IF (Y>=(16=C)) AND (Y<(16+C)) THEN FDI:=INT20(Y,Y=C,16)
496 02EE == ELSE FDI:=0I
497 0314 ==0 A ENDI
498 0334 ==
499 0338 == (*****
500 0334 ==
501 0334 == A FUNCTION D11(YIREAL)IREAL
502 0000 0- A BEGIN
503 0018 == IF (Y>(A=C)) AND (Y<(B=C)) THEN D11:=SOM(Y,QAM,=C,Y=A)
504 0108 == ELSE
505 0118 == IF (Y>=(B=C)) AND (Y<(A+C)) THEN D11:=SOM(Y,QAM,Y=B,Y=A)
506 0216 == ELSE
507 0226 == IF (Y>=(A+C)) AND (Y<(B+C)) THEN D11:=SOM(Y,QAM,Y=B,C)
508 0314 == ELSE D11:=0I
509 033A ==0 A ENDI
510 0358 ==
511 0358 == (*****
512 0358 ==
513 0358 == A FUNCTION D12(YIREAL)IREAL
514 0000 0- A BEGIN
515 0018 == IF (Y>=(B=C)) AND (Y<(A=C)) THEN D12:=SOM(Y,QAM,=C,Y+B)
516 010C == ELSE
517 011C == IF (Y>=(A=C)) AND (Y<(B+C)) THEN D12:=SOM(Y,QAM,Y+A,Y+B)
518 021E == ELSE
519 022E == IF (Y>=(B+C)) AND (Y<(A+C)) THEN D12:=SOM(Y,QAM,Y+A,C)
520 0370 == ELSE D12:=0I
521 0346 ==0 A ENDI

```



```

922 0364 --
923 0364 -- (*****
924 0364 --
925 0364 -- A FUNCTION D21(Y:REAL):REAL;
926 0000 0= A BEGIN
927 0018 -- IF (Y>(2*A-C)) AND (Y<(B+A-C)) THEN D21:=SOM(Y,D11,A-C,Y=A)
928 0148 -- ELSE
929 0158 -- IF (Y>=(B+A-C)) AND (Y<(B+A+C)) THEN D21:=SOM(Y,D11,Y=B,Y=A)
930 0282 -- ELSE
931 0292 -- IF (Y>=(B+A+C)) AND (Y<(2*B+C)) THEN D21:=SOM(Y,D11,Y=B,B+C)
932 03C2 -- ELSE D21:=0;
933 03E8 -- A ENDS;
934 0404 --
935 0404 -- (*****
936 0404 --
937 0404 -- A FUNCTION D22(Y:REAL):REAL;
938 0000 0= A BEGIN
939 0018 -- IF (Y>(A-B-C)) AND (Y<(=C)) THEN D22:=SOM(Y,D12,=B=C,Y=A)
940 0120 -- ELSE
941 0130 -- IF (Y>=(=C)) AND (Y<(C)) THEN D22:=SOM(Y,D12,Y=B,Y=A)
942 0204 -- ELSE
943 0214 -- IF (Y>=(C)) AND (Y<(B-A+C)) THEN D22:=SOM(Y,D12,Y=B,-A+C)
944 031A -- ELSE D22:=0;
945 0340 -- A ENDS;
946 035C --
947 035C -- (*****
948 035C --
949 035C -- A FUNCTION D23(Y:REAL):REAL;
950 0000 0= A BEGIN
951 0018 -- IF (Y>(=2*B-C)) AND (Y<(=B-A=C)) THEN D23:=SOM(Y,D12,=B=C,Y+B)
952 014E -- ELSE
953 015E -- IF (Y>=(=B-A=C)) AND (Y<(=B-A+C)) THEN D23:=SOM(Y,D12,Y+A,Y+B)
954 028C -- ELSE
955 029C -- IF (Y>=(=B-A+C)) AND (Y<(=2*A+C)) THEN D23:=SOM(Y,D12,Y+A,=A+C)
956 03D2 -- ELSE D23:=0;
957 03F8 -- A ENDS;
958 0414 --
959 0414 -- (*****
960 0414 --
961 0414 -- A FUNCTION D0(Y:REAL):REAL;
962 0000 0= A BEGIN
963 0018 -- IF (Y<=C) AND (Y>=-C) THEN D0:=QAM(Y) ELSE D0:=0;
964 00B6 -- A ENDS;
965 00D4 --
966 00D4 -- (*****
967 00D4 --
968 00D4 -- A FUNCTION D1(Y:REAL):REAL;
969 0000 0= A BEGIN
970 0018 -- D1:=D11(Y)+D12(Y);
971 0058 -- A ENDS;
972 0070 --
973 0070 -- (*****
974 0070 --
975 0070 -- A FUNCTION D2(Y:REAL):REAL;
976 0000 0= A BEGIN
977 0018 -- D2:=D21(Y)+2*D22(Y)+D23(Y);
978 0090 -- A ENDS;
979 00A8 --

```

```

580 00A8 == (*****
581 00A8 ==
582 00A8 == A FUNCTION T1(YIREAL)IREAL I
583 0050 == VAR K,RIREAL I
584 0000 0= A BEGIN
585 0018 == IF ABS(Y)>16+C THEN T1:=0 ELSE
586 0072 1= BEGIN
587 0072 == K:=M*N*D I
588 0086 == R:=D0(Y) I
589 00D4 == R:=R+K*D1(Y) I
590 011E == R:=R+(K**2)*D2(Y)/FACT(2) I
591 0190 == R:=R+PD(Y) I
592 01C4 == T1:=R*EXP(-K) I
593 01F2 ==
594 01F2 == END I
595 01F2 0= A END I
596 0210 ==
597 0210 == (*****
598 0210 ==
599 0210 == A FUNCTION DIST(YIREAL)IREAL I
600 0000 0= A BEGIN
601 0018 == DIST:=(T1(Y)+T1(-Y))*Y*Y/(4*M(Y)*M0M) I
602 00E0 0= A END I
603 00FC ==
604 00FC == (*****
605 00FC ==
606 00FC == A FUNCTION FC(XIREAL)IREAL I
607 0000 0= A BEGIN
608 0018 == FC:=0.998+17.77*X-40.7*X*X+36*X*X*X I
609 009C 0= A END I
610 00CC ==
611 00CC == (*****
612 00CC ==
613 00CC == A PROCEDURE PRT(XIREAL) I
614 00A8 == VAR YIREAL I
615 0000 0= A BEGIN
616 0012 ==
617 0012 == Y:=DIST(X) I
618 0030 == WRITELN(' ',X I1014,Y I25 I15) I
619 008E 0= A END I
620 00A0 ==
621 00A0 == (*****
622 00A0 ==
623 00A0 ==
624 00A0 == A FUNCTION FG(XIREAL)IREAL I
625 0000 0= A BEGIN
626 0018 == FG:=DIST(X) I
627 0036 0= A END I
628 0050 ==
629 0050 == (*****
630 0050 ==
631 0050 == A FUNCTION SUMM( BI,BSIREAL)IREAL I
632 0058 == VAR
633 0058 == U,V,RIREAL I
634 0070 == I:INTEGERS I
635 0074 ==
636 0000 0= A BEGIN
637 0018 == U:=(BS-BI)/2 I

```

```

638 0050 --          VI=(BS+BI)/2I
639 0088 --          RI=0I
640 009E --          FOR I:=1 TO 10 DO RI=R+W(.I.)*FG(V+U*T(.I.))I
641 016C --          FOR I:=1 TO 10 DO RI=R+W(.I.)*FG(V-U*T(.I.))I
642 023A --          SUMM:=R*U
643 025C -- A      ENDI
644 027C --
645 027C --          (*****
646 027C --
647 027C --
648 027C -- A      FUNCTION POWER(N:INTEGER):REALI
649 004C --          VAR Y:REALI
650 0058 --          I:INTEGERI
651 0000 0- A      BEGIN
652 0018 --          Y:=0I
653 002E --          FOR I:=0 TO N-1 DO
654 005C 1-          BEGIN
655 005C --          Y:=Y+SUMM(A+(B-A)*I/N,A+(B-A)*(I+1)/N)I
656 016E -1          ENDI
657 0190 --          POWER:=2*YI
658 0188 --
659 0188 0- A      ENDI
660 0108 --
661 0108 --          (*****
662 0108 --
663 0000 0-      BEGIN
664 003A --          A:=0.05/1I
665 005E --          B:=1/1I
666 0092 --          PI=(1.35+0.4/(B*A)+(B*B+A*B+A*A)/A)I
667 016A --          QI:=1/((B-A)*PI)I
668 01CA --          PI:=PI/2I
669 01EE --          T(.1.):=0.076526521133497IW(.1.):=0.152753387130725I
670 01FE --          T(.2.):=0.227785851141645IW(.2.):=0.149172986472603I
671 020E --          T(.3.):=0.373706088715419IW(.3.):=0.142096109318382I
672 021E --          T(.4.):=0.510867001950827IW(.4.):=0.131688638449176I
673 022E --          T(.5.):=0.636053680726515IW(.5.):=0.118194531961518I
674 023E --          T(.6.):=0.746331906460150IW(.6.):=0.101930119817240I
675 024E --          T(.7.):=0.839116971822218IW(.7.):=0.083276741576704I
676 025E --          T(.8.):=0.912234428251325IW(.8.):=0.062672048334109I
677 026E --          T(.9.):=0.963971927277913IW(.9.):=0.040601429800386I
678 027E --          T(.10.):=0.993128599185094IW(.10.):=0.017614007139152I
679 028E --          VAL(V)I
680 029C --          FACTEURI
681 02A0 --          TERM(R2,3)I
682 02B6 --          TERM(R3,4)I
683 02CC --          TERM(R4,5)I
684 02E2 --          TERM(R5,6)I
685 02F8 --          TERM(R6,7)I
686 030E --          TERM(R7,8)I
687 0324 --          TERM(R8,9)I
688 033A --          TERM(R9,10)I
689 0350 --          TERM(R10,11)I
690 0366 --          TERM(R11,12)I
691 037C --          TERM(R12,13)I
692 0392 --          TERM(R13,14)I
693 03A8 --          TERM(R14,15)I
694 03BE --          TERM(R15,16)I
695 03D2 --          DI:=0.0I

```

```

696 03E0 --      E:=1.01
697 03EE --      WRITELN(WRITELN(WRITELN(WRITELN)
698 041E --      WRITELN(' INTERFFRENCE GAM DANS FDM-FM'))
699 043C --      WRITELN(WRITELN)
700 0454 --      WRITELN(' A= ',A1713))
701 0498 --      WRITELN(' B= ',B1713))
702 04DC --      (*WRITELN(' C= ',C1713)*)
703 04DC --      (*WRITELN(' D= ',D1713)*)
704 04DC --      WRITELN(' E= ',F1713))
705 0520 --      (*WRITELN(' M= ',M1713)*)
706 0520 --      WRITELN(WRITELN(WRITELN)
707 0544 --      WRITELN(' CALCUL DE LA PUISSANCE DE DISTORSION'))
708 0562 --      FOR J:=0 TO 0 DO
709 058A 1=      BEGIN
710 058A --      WRITELN(WRITELN(WRITELN)
711 05AE --      D:=0.0+J/51
712 05EC --      WRITELN(' D= ',D1713)WRITELN(WRITELN)
713 0648 --      FOR I:=0 TO 15 DO
714 0670 2=      BEGIN
715 0670 --      M:=0.2+I/501
716 06AE --      C:=FC(M)1
717 06D8 --      Y:=POWER(1)1
718 06F2 --      Y1:=10*LN(Y)/LN101
719 0732 --      WRITE(' M= ',M1713,' C= ',C1713)1
720 07A8 --      WRITELN(' PD= ',Y125115,Y1125115,' DB')11
721 0824 -2      END1
722 0858 -1      END1
723 088C -0      51 END.

```

CONCLUSION

Dans ce rapport relatif aux travaux de la Phase IV, nous avons pu réaliser notre mandat qui était d'analyser la performance des récepteurs QPRS et PSK en présence d'une interférence FDM-FM et les performances des récepteurs FDM-FM en présence d'une interférence QAM. Les résultats obtenus sont présentés dans trois parties distinctes.

L'obtention des résultats des deux premières parties a été facilitée par la réutilisation des résultats obtenus dans la Phase III avec les récepteurs QAM. La partie III des travaux présents, concernant les performances des récepteurs FDM-FM avec interférences QAM, a constitué, quant à elle, un défi de plus grande envergure. En effet, bien que la méthodologie soit bien établie pour ce genre de problème, il a fallu beaucoup de minuties et de prudence en exécutant les calculs, car il a été presque impossible de se référer, pour fin de comparaison, à des résultats semblables publiés. De plus, dû aux coûts élevés impliqués dans les calculs, il n'est pratiquement pas possible de faire toutes les vérifications que l'on voudrait. Cependant, une part importante de notre budget de calcul a été consacrée à la vérification et on peut être sûr que nos calculs sont dénués de toutes erreurs grossières.

Nous croyons que les résultats présentés ici, en particulier ceux présentés dans la partie III de ce rapport, seront d'une grande utilité pour quiconque s'intéresse à ce genre de problème.

De plus, par des modifications mineures des programmes développés et fournis en annexe, il serait relativement simple d'entreprendre la solution de problèmes de nature un peu plus complexe tels des problèmes d'interférences dans la transmission de signaux vidéo.

L'expertise acquise au cours de ces recherches est d'une grande valeur et vaudrait la peine d'être étendue et approfondie à plusieurs niveaux. Il y aurait encore beaucoup à faire au niveau numérique pour améliorer le rendement des algorithmes de calcul des densités spectrales FM, des convolutions multiples et de l'interférence intersymbole. Dans la plupart des problèmes d'interférence que l'on a à résoudre, une solution raisonnable n'est possible que si on maîtrise bien ce type de calcul. Au niveau fondamental, pour l'analyse des performances des récepteurs FM, d'autres approches qui aboutiraient à des solutions numériques plus simples seraient souhaitables. L'étude détaillée des statistiques des signaux modulés non-linéairement à la sortie d'un filtre linéaire serait d'une grande utilité et fournirait des données fondamentales pour une grande gamme de problèmes rencontrés en communication. Malgré toutes nos recherches, il ne sera peut-être jamais possible de s'affranchir de la complexité numérique inhérente à tous problèmes reliés aux modulations non-linéaires. Cependant, une bonne connaissance de ce type de signal pourrait aider à améliorer l'efficacité des algorithmes utilisés.

Bibliographie

- [1] Israël Korn, "Digital communication", Van Nostrand Reinhold, New-York, 1985.
- [2] P. Kabal, S. Pasupathy, "Partial response signalling", IEEE Trans. Comm., Vol. COM-23, September 1975, pp. 921-934.
- [3] Abramowitz and Stegun, "Handbook of mathematical functions", Dover Publications, New-York, 1965.
- [4] R.F. Pawula, S.O. Rice, J.H. Roberts, "Distribution of the phase angle between two vectors perturbed by Gaussian noise", IEEE Trans. Comm., Vol. COM-30, August 1982, pp. 1828-1841.
- [5] B.A. Pontano et al., "Interference into angle-modulated systems carrying multichannel telephony signals", IEEE Trans. Comm., juin 1973.
- [6] H.T. Huynh, P. Fortier, "Étude des défauts systématique et naturel dans un réseau à micro-onde: Phase I", rapport présenté au Ministère des Communications, Ottawa, contrat OST83-00085, mars 1984.
- [7] D.S. Loftus, A.J. Baillie, G. Roberts, "The analysis and computation of interference in microwave radio relay systems", Department of Transport, Ottawa, report CRR-E-4, December 1965.
- [8] H.T. Huynh, R. Gagnon, D. Angers, "Étude des défauts systématiques et naturels dans les réseaux de communications: Phase III", rapport présenté au Ministère des Communications, Ottawa, contrat OST85-00135, avril 1986.
- [9] D. Middleton, "An introduction to statistical communication theory", McGraw-Hill, 1960.

